

Série 25 du 2021-05-26

Exercice 1.

Trouver la solution de l'équation de Riccati définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

$$\begin{cases} y(0) = 0, \\ y'(x) = y^2(x) - 2e^x y(x) + e^{2x} + e^x. \end{cases} \quad (\text{Ricatti})$$

Indication. Utiliser le changement de variables $z(x) = y(x) - e^x$.

Exercice 2.

Considérons le problème de Cauchy défini pour $t \in \mathbb{R}$ par

$$\begin{cases} u(0) = 1, \\ u'(t) = t^4 + 2t - t^2 u(t). \end{cases} \quad (1)$$

- 1) Prouver que (1) admet une unique solution globale.
- 2) Calculer cette solution globale.

Exercice 3.

Trouver les intégrales de l'équation différentielle définie pour tout $t \in]3, +\infty[$ par

$$(t - 3)u'(t) - 3u(t) = t + 5. \quad (2)$$

Exercice 4.

Trouver les intégrales de l'équation différentielle définie pour tout $t \in \mathbb{R}$ par

$$u'(t) = -u(t) + e^{2t} + e^t + 3 \sin t + 2e^{-t}. \quad (3)$$