11.1. Prouver les affirmations suivantes directement à l'aide de la définition avec ϵ et δ (sans utiliser d'autres résultats).

i) $\lim_{x\to 1}(2x+8) = 10$, *ii)* $\lim_{x\to 2} x^2 = 4$, *iii)* $\lim_{x\to -2}(|x| - x^3) = 10$.

11.2. Calculer $\lim_{x\to x_0} f(x)$, $\lim_{\substack{x\to x_0\\ >}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x\to x_0\\ <}} f(x)$ dans les cas où $f : D \to \mathbf{R}$ et $x_0 \in \mathbf{R}$ sont définis par:

a) $D = \mathbf{R} - \{-1, +1\}$, $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-1}$, $x_0 = 1$;

b) $D = \mathbf{R} - \{-1, +1\}$, $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-1}$, $x_0 = -1$;

c) $D = \mathbf{R}$, $f(x) = x$ si $x \in \mathbf{Q}$, $f(x) = 0$ si $x \notin \mathbf{Q}$, $x_0 = 0$;

d) $D = \mathbf{R}$, $f(x) = x$ si $x \in \mathbf{Q}$, $f(x) = 0$ si $x \notin \mathbf{Q}$, $x_0 = 1$.

11.3. Soit $f : D \to \mathbf{R}$ une fonction croissante définie au voisinage de $x_0 \in \mathbf{R}$. Démontrer que

$$\lim_{\substack{x\to x_0\\ >}} f(x) \text{ et } \lim_{\substack{x\to x_0\\ <}} f(x) \text{ existent.}$$