

## Série 22 du mercredi 12 mai 2021

### Exercice 1.

Définissons le triangle  $T := \{(x, y) \in \mathbb{R} \times [0, 1] : -2y \leq x \leq y\}$ . Calculer

$$\iint_T x^3 y^2 \, dx \, dy. \quad (1)$$

### Exercice 2.

On considère le parallélogramme  $P \subset \mathbb{R}^2$  de sommets  $(0, 0)$ ,  $(0, -1)$ ,  $(1, 0)$  et  $(1, 1)$ . Calculer

$$\iint_P x^2 \sin y \, dx \, dy. \quad (2)$$

### Exercice 3.

Définissons

- $D := \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ : x^2 + y^2 \leq 1\}$ ;
- $P$  le parallélogramme de sommets  $A := (0, 2)$ ,  $B := (1, 1)$ ,  $C := (3, 2)$  et  $D := (2, 3)$ ;
- $f$  la fonction « ordonnée » définie pour tout  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  par  $f(x, y) := y$ .

Pour  $X \in \{D, P\}$ , calculer

$$\int_X f. \quad (3)$$

### Exercice 4.

Notons  $T$  le tétraèdre de  $\mathbb{R}^3$  de sommets  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  et  $(0, 0, 1)$ . Calculer

$$\iiint_T \frac{dx \, dy \, dz}{(x + y + z + 1)^2}. \quad (4)$$