26 Mars 2021 *Olivier Février*

Série 5

Exercice 1: Tube de Venturi comme débit-mètre

On considère l'arrangement suivant (figure 1) :

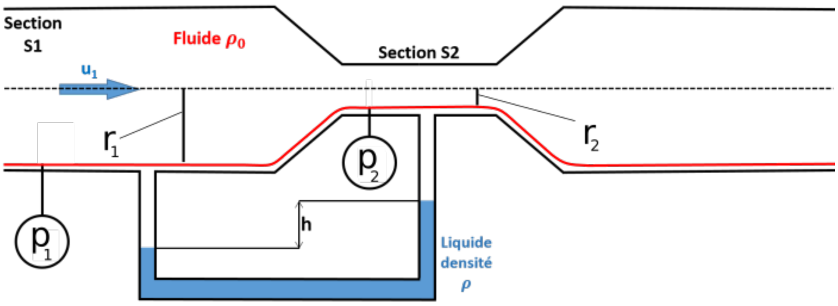


FIGURE 1 – Tube Venturi 1.

Ce dispositif (Fig. 1) est appelé tube de Venturi. Le fluide considéré est incompressible et sa viscosité est négligeable. On suppose que la vitesse du fluide considéré est constante à travers chaque section du tube. On suppose également que $\rho_0 \ll \rho$.

(a) Connaissant ρ_0, u_1, r_1 et r_2, calculez la différence de pression le long de la ligne de courant montrée (en rouge). Négliger la variation de la hauteur dans la loi de Bernoulli.

(b) En connaissant la hauteur h, ρ, ρ_0, S_1 et S_2, calculez le flux de masse dans le tube.

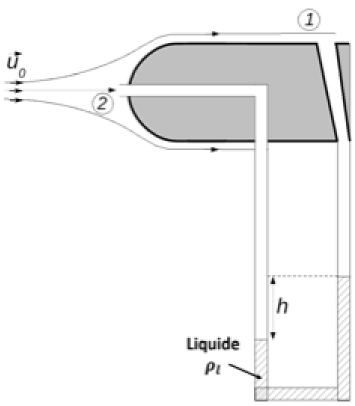
(c) Dans les parties a) et b), on a negligé la variation de la hauteur z le long de la ligne de courant. Montrez que ceci est justifié pour u_1 suffisament élevée.

Exercice 2: Tube de Pitot

Le tube de Pitot est un instrument qui sert à mesurer la vitesse d'écoulement d'un gaz. Les lignes de courant (1) et (2) partent de la même région où la pression est p_0 et la vitesse fluide est u_0. Le dispositif est conçu de sorte que l'écoulement de gaz soit peu modifié aux abords du tube : la pression et la vitesse en (1) sont donc les mêmes qu'en amont du tube ($u_1 = u_0$, $p_1 = p_0$). La densité du gaz est ρ_{gaz}.

(a) Expliquez le fonctionnement du tube de Pitot.

(b) En supposant que le gaz est incompressible et non-visqueux et que le liquide du manomètre a une densité $\rho_l \gg \rho_{\text{gaz}}$, calculez u_0 en fonction de h.



Exercice 3: Fontaine de Torricelli

On considère l'arrangement suivant (figure 2), où l'on suppose que la surface du liquide S_1 dans le bac est beaucoup plus grande que la section S_2 de sortie dans le bas du bac. Le liquide a une densité constante.

(a) Ecrivez le Théorème de Bernoulli le long de la ligne de courant pour les points (1) (surface du liquide), (2) (sortie du bas) et (3) (position la plus haute du jet de liquide).

(b) En déduire la vitesse du fluide au point (2) et la hauteur du point (3) dans la limite $S_1 \gg S_2$ et $\alpha \sim 90\,\mathrm{deg}$.
Indication : La pression aux points (1), (2) et (3) est égale à la pression atmosphérique

(c) Combien de temps faudra-t-il pour que le bac soit vidé jusqu'à la hauteur h ?

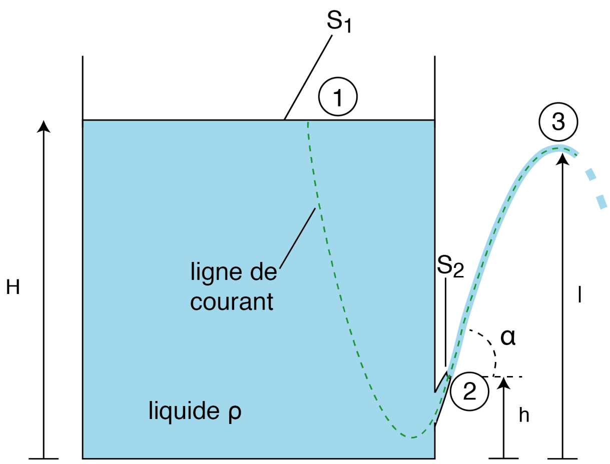


FIGURE 2 – Schéma du dispostif

Exercice 4: Navire à vent sans voile

(a) A partir de la conservation du flux, expliquez pourquoi la vitesse d'un fluide incompressible est plus élevée lorsque les lignes de flux sont plus serrées.

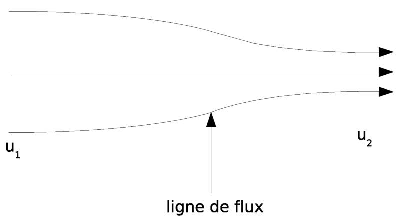


FIGURE 3 – Conservation du flux.

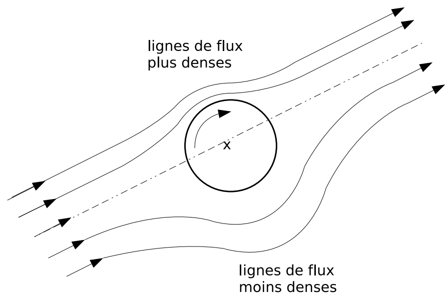


FIGURE 4 – Voile cylindrique.

(b) Certaines navires ont un cylindre tournant à la place des voiles. Lorsque le cylindre est tourné, une force est générée sur le cylindre qui pousse le navire. Les lignes de flux autour de ce cylindre tournant sont décrites dans la figure ci-dessus. Qualitativement, montrez dans quelle direction pousse le vent.

Exercice 5: Expérience du cours (Examen 2017)

On considère des colonnes verticales situées sur un tube horizontal dans lequel un fluide incompressible s'écoule de façon stationnaire vers la droite. La vitesse d'entrée à gauche est u_0. Toutes les colonnes verticales sont ouvertes en haut et sujettes à la pression atmosphérique. On néglige les effets capillaires.

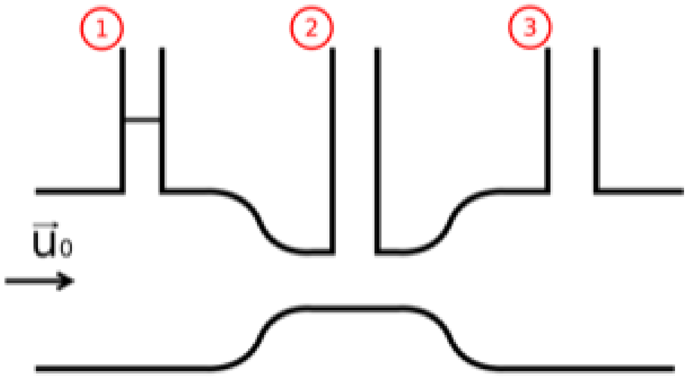


Figure - Situation expérimentale

On suppose que le fluide dans la colonne 1 monte toujours à la position indiquée sur la figure et on veut savoir qualitativement (sans calcul) à quelle hauteur le fluide monte dans les colonnes 2 et 3 pour les situations suivantes :

(a) Dans le cas d'un fluide parfait

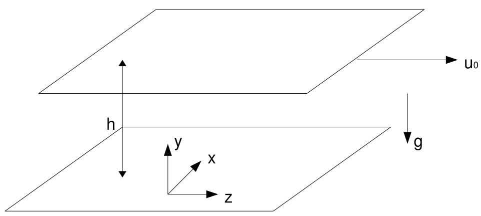
(b) Dans la limite $u_0 \to 0$

(c) Dans le cas d'un fluide visqueux

Pour chaque partie, faites un dessin et justifiez votre réponse en quelques mots.

Exercice 6: Ecoulement de Couette

On considère un écoulement visqueux d'un fluide incompressible entre 2 plans. Le fluide est entraîné dans la direction $\vec{e}_z$ par le mouvement de la plaque supérieure qui a une vitesse $\mathbf{u}_0 = (0, 0, u_0)$. La plaque inférieure est au repos. Il n'y a aucun gradient de pression dans la direction $\vec{e}_z$. Le fluide est soumis à la gravité $\vec{g} = (0, -g, 0)$. On suppose un écoulement stationnaire avec un champ de vitesse $\vec{u}(\vec{r}, t)$ du fluide de la forme $\vec{u}(\vec{r}, t) = u_z(y)\vec{e}_z$



(a) Démontrez qu'avec ces hypothèses l'équation de continuité est satisfaite. Quelle est l'équation d'état de ce fluide ?

(b) Ecrivez les trois composantes de l'équation de Navier Stokes.

(c) Déterminez $u_z(y)$.

(d) Déterminer la forme $p(x, y, z)$ de la pression, en supposant une pression au point $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ égale à p_0

(e) Avec $u_0 = 1$m/s, $h = 2$cm, et une viscosité η du fluide égale à 1.5 Pa·s, déterminer la force par m^2 de la plaque nécessaire pour déplacer la plaque supérieure. Quelle est la direction de cette force ?

L'écoulement que vous venez d'étudier est appelé écoulement de Couette plan.