

DAVID WIEDEMANN

# MECANIQUE

## *Table des matières*

0.1	Physique	3
0.1.1	Exemple de loi physique : l'addition des vitesses	4
0.1.2	Lois de conservation	4
0.1.3	Invariance par changement de référentiel	4
0.2	La mécanique classique	5
0.3	Objectifs du cours de mécanique générale	5
0.4	Le modèle du "point matériel"	5
0.5	Mouvement Rectiligne Uniforme	6
0.6	Mouvement rectiligne uniformément accéléré	6
0.7	Lois de Newton	6
0.8	Force de pesanteur et chute des corps	6
0.9	Quelques notions mathématiques	7
0.9.1	Fonctions	7
0.9.2	Equations Différentielles	7
0.10	Vecteurs	8
0.11	Trigonométrie	8

## *List of Theorems*

1	 Definition (Point matériel) . . . . .	5
---	---	---

## Lecture 1: Cours de Physique Generale

Wed 16 Sep

## 0.1 Physique

- Science dont le but est d'étudier et de comprendre les composants de la matiere et leurs interactions mutuelles.
- Sur la base des proprietes observees de la matiere et des interactions, le physicien tente d'expliquer les phenomenes naturels observables.
- Les "explications" sont donnees sous forme de lois aussi fondamentales que possible : elles resument notre comprehension des phenomenes physiques.
- Les maths sont le langage qu'on utilise pour decrire ces phenomenes.

Exemple

Une particule se deplace sur un axe droit.

Au temps  $t_1$  position  $x_1 = x(t_1)$ . Au temps  $t_2$  position  $x_2 = x(t_2)$ .

$\Delta x = x_2 - x_1$  et  $\Delta t = t_2 - t_1$

Donc la vitesse moyenne

$$v_{moyenne} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Mais on peut faire diminuer  $\Delta t$ , pour connaitre la vitesse moyenne sur un temps infinitesimal :

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t)$$

Donc la vitesse instantanee est la derivee de la fonction  $x(t)$  par rapport a  $t$ .

On peut faire la meme chose avec l'acceleration

Au temps  $t_1$ , vitesse  $v_1 = v(t_1)$ .

Au temps  $t_2$ , vitesse  $v_2 = v(t_2)$ .

Donc l'acceleration moyenne est

$$a_{moyenne} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Et donc par le meme raisonnement, l'acceleration instantanee est

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv(t)}{dt} := \dot{v}(t) = \ddot{x}(t)$$

### 0.1.1 Exemple de loi physique : l'addition des vitesses

Si je marche a la vitesse  $v_{marche}$  sur un tapis , alors la vitesse par rapport au sol est

$$V = v_{marche} + v_{tapis}$$

C'est la loi d'addition des vitesses de galilee.

Ici, c'est une addition vectorielle qu'il faut faire.

Cette loi est

- independante des vitesses
- independante des objets en presence
- independante du temps ( hier, aujourd'hui, demain)
- etc...

### 0.1.2 Lois de conservation

Ce sont les lois les plus fondamentales.

- Conservation de l'energie
- Conservation de la quantite de mouvement
- Conservation du moment cinetique

Ces lois sont valables dans toutes les situations ( classiques, relativistes ou quantiques) .

Ne peuvent pas etre formulees mathematiquement de facon unique.

Resultent des principes "d'invariance" (ou de symmetrie) tres generaux.

### 0.1.3 Invariance par changement de referentiel

- Changement de referentiel ( ou d'observateur) : Referentiel  $O'x'y'z'$  en mouvement par rapport au referentiel  $Oxyz$
- Les lois de la physique sont-elles invariantes par rapport a n'importe quel changement de referentiel ?  
Autrement dit, si les observateurs  $O$  et  $O'$  font la meme experience, obtiendront-ils le meme resultat ?
- Principe de Galilee :  
Les lois de la physique sont les memes (i.e. invariantes) pour deux observateurs en mouvement rectiligne uniforme l'un par rapport a l'autre.

## 0.2 *La mécanique classique*

1. Mécanique :  
science du mouvement ( ou du repos) de systemes materiels  
caracterises par des variables d'espace et de temps.
2. Cinématique :  
Description du mouvement.
3. Dynamique :  
Etude de la relation entre le mouvement et les causes de sa variation (forces, lois de Newton, th. du moment cinétique).
4. Statique :  
Etude et description de l'équilibre.

## 0.3 *Objectifs du cours de mécanique générale*

- Apprendre à mettre sous forme mathématique un problème, une situation physique :
  - Définir le problème, le modéliser
  - Choisir une description mathématique
  - Poser les équations régissant la physique du problème
  - Résoudre et/ou discuter la solution
- Développer un "savoir-faire" pratique, mais également un esprit scientifique :
  - Reperer le sens physique derrière les équations
  - Savoir formaliser mathématiquement la donnée d'un problème physique.

## 0.4 *Le modèle du "point matériel"*

---

### **Définition 1 (Point matériel)**

*un système est assimilé à un point géométrique auquel on attribue toute la masse de ce système, et dont l'état est décrit en tout temps par une ( seule) position et une ( seule) vitesse.*

---

- Notion introduite par Newton.

On approxime un système à quelque chose de plus simple, le point peut être "gros" ( exemple : la terre, le soleil).

Pas applicable dans toutes les situations ; le modèle a des limites..

### 0.5 Mouvement Rectiligne Uniforme

Mouvement d'un point materiel se deplacant en ligne droite a vitesse constante.

On definit un axe  $x$  associe a la trajectoire rectiligne, avec une origine  $O$ .

$$v(t) := \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) = v_0 = \text{constante}$$

La solution s'obtient en integrant le dessus :  $x(t) = v_0 t + x_0$ , ou  $x_0 = \text{constante}$ .

On appelle le resultat de cette integration l'equation horaire.

### 0.6 Mouvement rectiligne uniformement accelere

Ici

$$a(t) := \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \ddot{x}(t) = a_0 = \text{constante}$$

C'est une equadiff d'ordre 2 faisant intervenir la derivee seconde de  $x(t)$ .

Solution

$$x(t) = a_0 \frac{t^2}{2} + v_0 t + x_0$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = a_0 t + v_0$$

ou  $x_0$  et  $v_0$  sont des constantes.

### 0.7 Lois de newton

- mouvement rectiligne uniforme  $\Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$
- $\vec{F} = m\vec{a}$
- Action reaction  $\vec{F} = -\vec{F}$

### 0.8 Force de pesanteur et chute des corps

• L'attraction terrestre donne lieu a une force verticale ( le poids) proportionnelle a la masse  $m$  :

$$F = mg$$

$$g \approx 9.8 \frac{m}{s^2}$$

• Application de la zeme loi de Newton :

Si le poids est la seule force appliquee a un point materiel

$$F = ma \Rightarrow a = g = \text{constante}$$

Dans le vide, les corps ont un mouvement uniformement accelere

## Lecture 2: Notions Mathematiques

Wed 16 Sep

### 0.9 Quelques notions mathematiques

#### 0.9.1 Fonctions

$$F(x) \xrightarrow[\text{derivee}]{} F'(x) = \frac{dF}{dx}(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

Quand on parle d'un point dans l'espace, on aura tjrs 3 coordonnees

$$\begin{aligned} x(t) &\longrightarrow x'(t) := \dot{x}(t) := \dot{x} \\ x''(t) &:= \ddot{x}(t) := \ddot{x} \end{aligned}$$

---


$$\frac{d}{dt}(x^2(t)) = 2x(t)\dot{x}(t) = 2x\dot{x}$$

Si je fais

$$\frac{d}{dx}(x^2) = 2x$$

#### 0.9.2 Equations Differentielles

$$F''(x) = C$$

Pour resoudre

$$\begin{aligned} F'(x) &= Cx + D \\ F(x) &= \frac{1}{2}Cx^2 + Dx + E \\ mg &= F = ma = m\ddot{x} \end{aligned}$$

---


$$\ddot{x} = -c^2x$$

On devine la solution :

$$\begin{aligned} x(t) &= A \sin(Ct) + B \cos(Ct) \\ \dot{x} &= AC \cos(Ct) - BC \sin(Ct) \\ \ddot{x}(t) &= -AC^2 \sin(Ct) - BC^2 \cos(Ct) \end{aligned}$$

$$= -C^2[A\sin(Ct) + B\cos(Ct)] = -C^2x(t)$$

## 0.10 Vecteurs

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = x_1 \cdot \vec{e}_1 + x_2 \cdot \vec{e}_2 + x_3 \cdot \vec{e}_3$$

Le point  $(x_1, x_2, x_3)$  on l'atteint en faisant une combinaison lineaire de  $(e_1, e_2, e_3)$ .

## 0.11 Trigonometrie

FIGURE 1: cercletrigo

