12.1. Calculer les limites suivantes :

$i)\ \lim_{x\to 2} \frac{x^3+2x-1}{3x^2-2}$ $\quad ii)\ \lim_{x\to 1} \frac{x^3+x^2-2}{x-1}$ $\quad iii)\ \lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}\right)$

$iv)\ \lim_{x\to 0} \frac{\cos(2x)-1}{\sin(x^2)}$ $\quad v)\ \lim_{x\to 1} \left(\frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}\right)$ $\quad vi)\ \lim_{x\to a} \frac{\cos(x)-\cos(a)}{x-a}$

$vii)\ \lim_{x\to(\pi/2)+} \tan(x)$ $\quad viii)\ \lim_{x\to(\pi/2)-} \tan(x)$ $\quad ix)\ \lim_{x\to\pi/2} \tan(x)$

12.2. Parmi les énoncés suivants, lesquels sobt équivalents à « f est continue en x » ? Quand c'est le cas, donner une preuve complète. Dans le cas contraire, donner un contre-exemple.

(i) $\forall\epsilon>0\exists\delta>0\forall y: |x-y|<\epsilon \Rightarrow |f(x)-f(y)|<\delta$.

(ii) $\forall\delta>0\exists\epsilon>0\forall y: |x-y|<\epsilon \Rightarrow |f(x)-f(y)|<\delta$.

(iii) $\forall\epsilon>0\exists\delta>0\forall y: |x-y|\le\delta \Rightarrow |f(x)-f(y)|<\epsilon$.

(iv) $\forall\epsilon>0\exists\delta>0\forall y: |x-y|<\delta \Rightarrow |f(x)-f(y)|\le\epsilon$.

(v) $\forall\epsilon>0\exists\delta>0\forall y: |x-y|<\epsilon \Leftarrow |f(x)-f(y)|<\delta$.

(vi) $\forall\epsilon>0\exists\delta>0\forall y: |x-y|<\delta \Leftarrow |f(x)-f(y)|<\epsilon$.