Contents

1 Exos a faire **1**

1.1 **TODO** Exo 6 Serie 14 2014 1

1.2 **TODO** Exo2 Serie 16 2014 1

1 Exos a faire

1.1 TODO Exo 6 Serie 14 2014

Exercice 6. *Soit $a \in \mathbb{R}$ fixé. On considère la matrice* $A = \begin{pmatrix} -4a & -4 & -4a-2 \\ -a & 1 & -a \\ 4a+1 & 4 & 4a+3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.

a) Déterminer $c_A(t)$.

b) Calculer la décomposition primaire de A et déterminer $m_A(t)$.

c) Triangulariser A en explicitant la formule de changement de base.

d) Ecrire $A = D + N$ avec D diagonalisable, N nilpotente et $DN = ND$.

e) Trouver la réduite de Jordan de A (sans effectuer un changement de base).

1.2 TODO Exo2 Serie 16 2014

Exercice 2. *Soient V un K-espace vectoriel de dimension finie et $\alpha : V \to V$ une transformation linéaire.*

a) Montrer que ${}^t(\mathrm{id}_V)$ est l'application identité de V^*.

b) Montrer que, si α est inversible, alors ${}^t\alpha$ est inversible.

c) Montrer que ${}^t\alpha$ est inversible si et seulement si α est inversible, en utilisant le déterminant (sous l'hypothèse que V est de dimension finie).

d) (Plus difficile) Montrer en toute généralité la réciproque de b) : si ${}^t\alpha$ est inversible, alors α est inversible, en utilisant la définition de ${}^t\alpha$.

[Indication : Si α n'est pas inversible, montrer (au choix) que ${}^t\alpha$ n'est pas injective en utilisant que α n'est pas surjective, ou que ${}^t\alpha$ n'est pas surjective en utilisant que α n'est pas injective.]