27.1. Calculer $\int_0^3 e^{\sqrt{x+1}}\,dx$.

27.2. (∗) Calculer $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin(t)} dt$.

Indications : Pour ce genre d'intégrales, il est souvent utile de considérer l'identité suivante :

$$\sin(t) = \frac{2\,\mathrm{tg}(t/2)}{1+\mathrm{tg}^2(t/2)}.$$

Remarquez que cette identité suit immédiatement de la formule mieux connue $\sin(2x) = 2\sin x \cos x$.

27.3. (∗) Calculer :

$a)$ $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin(x)^5\,dx$ $\qquad$ $b)$ $\displaystyle\int_2^3 \frac{\sqrt{x+1}}{x}\,dx$ $\qquad$ $c)$ $\displaystyle\int_{\pi^2/16}^{\pi^2/9} \cos(\sqrt{x})\,dx$

27.4. Calculer les intégrales suivantes :

$a)$ $\displaystyle\int_0^{\sinh(1)} \sqrt{x^2+1}\,dx$ $\qquad$ $b)$ $\displaystyle\int_1^{\cosh(1)} \sqrt{x^2-1}\,dx$

Indications : on rappelle que $\cosh(x) = (e^x + e^{-x})/2$ et $\sinh(x) = (e^x - e^{-x})/2$. On rappelle aussi (vérifiez !) que ces définitions impliquent notamment $\cosh' = \sinh$, $\sinh' = \cosh$ ainsi que $\cosh^2 - \sinh^2 = 1$.