

- 22.1.** Prouver qu'il existe un voisinage de 0 sur lequel  $\cos \neq 0$ . On définit  $\operatorname{tg} = \frac{\sin}{\cos}$  sur ce voisinage.  
Prouver que  $\operatorname{tg}$  est croissante sur ce voisinage.
- 22.2.** (\*) Trouver le rayon de convergence et une expression simple de la fonction définie par la série entière  $\sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n$ .
- 22.3.** (Sans corrigé) Les fonctions  $\exp$ ,  $\sin$  et  $\cos$  sont définies par leurs séries entières. Vérifiez en détail que vous avez bien une preuve complète, au point où le cours est arrivé, que ce sont des fonctions dérivables sur  $\mathbf{R}$  dont les dérivées sont respectivement  $\exp$ ,  $\cos$  et  $-\sin$ .