

2.1. Pour chacun des ensembles suivants, indiquer s'il est majoré, minoré, borné. S'il est majoré, donner son supremum. S'il est minoré, donner son infimum. Justifier votre réponse.

1.) $\{x \in \mathbf{R} : 0 \leq x \leq 1\},$

2.) $\{x \in \mathbf{Q} : 0 < x < 1\},$

3.) $\{x_n = (-1)^n, n \in \mathbf{N}\},$

4.) $\{x \in \mathbf{Q} : x < \sqrt{2}\},$

5.) $\{x_n = \frac{1}{n}, n \in \mathbf{N}^*\},$

6.) $\{x_n = \frac{(-1)^n}{n}, n \in \mathbf{N}^*\}.$

2.2. Prouver scrupuleusement les énoncés suivants pour tous $x, y, z \in \mathbf{R}$:

1.) $x^2 \geq 0,$

2.) $x \leq y \text{ et } z \leq 0 \Rightarrow x.z \geq y.z,$

3.) $|xy| = |x|.|y|.$

2.3. Trouver un corps qui a exactement 4 éléments: $0, 1, x, y$.

Indication: Réfléchissez à la multiplication d'abord, à l'addition ensuite. Que vaut $1+1$? (oui, sérieusement!)