

23.1. (*) Considérez la fonction $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ sur $] -R, R[$, où R est le rayon de convergence, que l'on suppose > 0 . Nous avons démontré au cours le Lemme d'Abel qui stipule:

$$\boxed{\text{Si } \sum_{n=0}^{\infty} a_n R^n =: f(R) \text{ converge, alors } \lim_{x \rightarrow R^-} f(x) = f(R).}$$

En d'autres termes, sous cette hypothèse, la fonction f peut être étendue par continuité à gauche en R .

Sans regarder vos notes (ni la vidéo) du cours, rédigez une preuve soignée de ce résultat.

Indications: On peut supposer s.p.g. que $f(R) = 0$ (pourquoi?). On peut aussi supposer (pourquoi??) que $R = 1$.