

Série des vacances de Pâques - Exercices supplémentaires**Exercice 1: Intégrales de surface**

Étudiez les notes complémentaires sur les intégrales de surface mises à disposition sur le moodle.

Exercice 2: Pression dans un fluide

La pression dans un fluide à une profondeur h est

$$p = p_0 + \rho_f g h$$

où p_0 est la pression atmosphérique à la surface $h = 0$ et ρ_f la densité (massique) du fluide.

- (a) Vérifiez que dans cette expression, les dimensions des membres de droite et de gauche sont les mêmes.
- (b) On considère l'expérience vue en cours (figure 1). Le tuyau a une section S et la largeur de ses parois est négligeable. Le disque D a une masse M et une surface S_D .

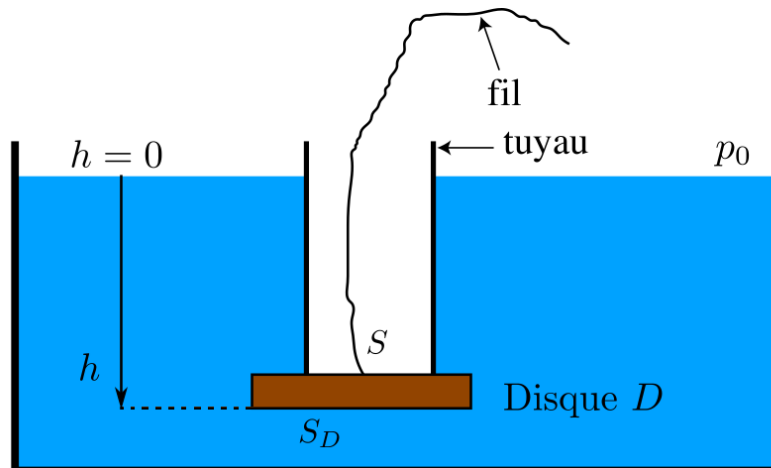
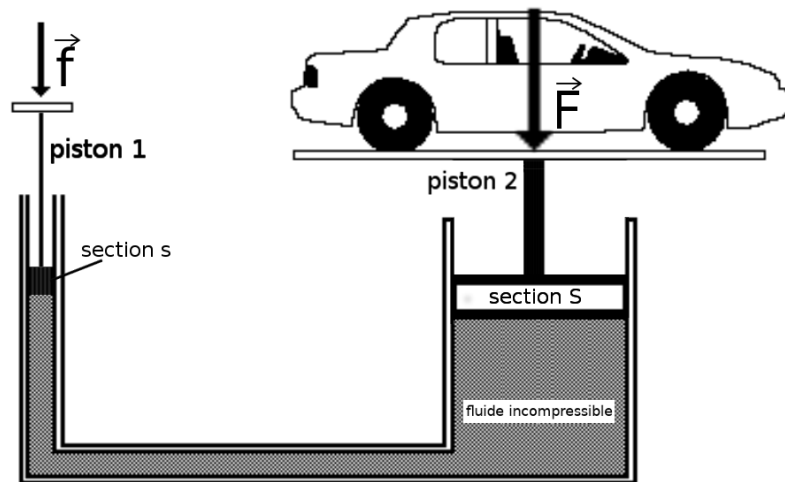


FIGURE 1 – Schéma de l'expérience vue en cours

1. On suppose le volume du disque négligeable. Pourquoi cette supposition vous simplifie-t-elle les calculs ?
2. Pour $h \geq h_{min}$ on constate que D tient (on n'a pas besoin de le tenir par le fil !). Expliquez pourquoi.
3. Déterminez h_{min}

Exercice 3: Application du principe de Pascal

Nous considérons le système suivant (voir figure), rempli d'un fluide incompressible. On applique une force f sur le piston 1 de section s .



- (a) Quelle est la force f qu'il faut appliquer pour soulever la voiture de masse m ?
- (b) Si le piston 2 s'élève d'une certaine distance D , de quelle distance le piston 1 est descendue ?
- (c) Que vaut f pour $s = 1\text{cm}^2$, $S = 400\text{cm}^2$ et $m = 2000\text{kg}$?

Exercice 4: Siphon - Cas statique (Examen 2018)

On considère l'arrangement statique suivant (figure 2), avec un bac de section S_b contenant un liquide incompressible de densité ρ_L . Le siphon (tube courbé) a une section constante S_s et il est ouvert à ses deux extrémités. A l'intérieur du siphon, un piston est attaché à un fil. Le piston est étanche. Le siphon et le fil peuvent être déplacés le long du siphon sans frottement. En tirant sur le fil, vous avez fait remonter le piston jusqu'à la position 1), comme indiqué sur la figure, aspirant ainsi une partie du liquide.

Remarque : Le liquide est toujours en contact direct avec le piston. L'air de l'autre côté du piston (là où le fil est attaché) est à la pression p_0 . On néglige les effets de capillarité.

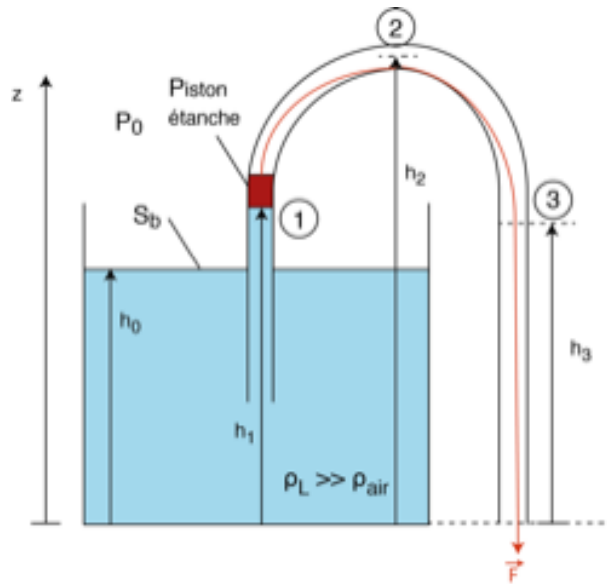


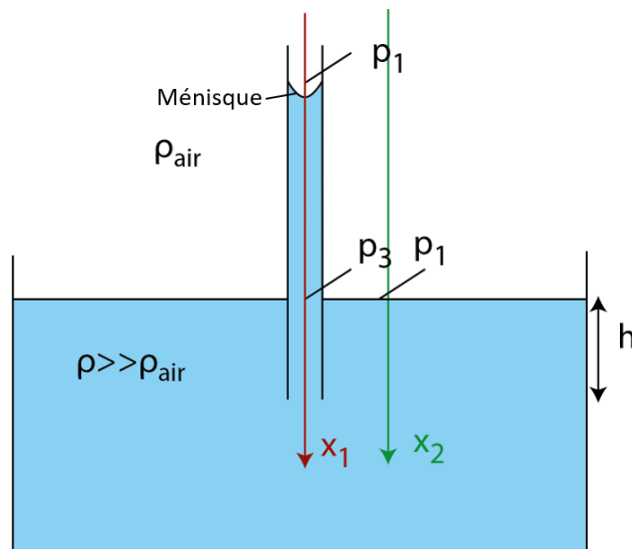
FIGURE 2 – Schéma du dispositif

- Dans le cas statique (le piston ne bouge pas) et quand le piston est à la position 1), quelle est la pression du liquide près du piston et quelle est la force F que vous devez exercer sur le fil ? La masse du piston et celle du fil peuvent être négligées.
- Même question si le piston est à la position 2) et 3). Supposez que $S_b \gg S_s$, de manière à pouvoir négliger le changement de niveau du liquide dans le bac.
- Si vous continuez à tirer le piston, la force F sur le fil devient nulle. A quelle position du piston cela se produit-il ? Faites un dessin de la situation et justifiez votre réponse.
- Qu'est-ce qu'il se passe si vous déplacez le piston plus loin que la position identifiée dans la partie c) ?

Exercice 5: Comprendre la loi de Jurin

Dans le cours, on a dérivé la loi de Jurin pour la hauteur du ménisque dans un capillaire. On a utilisé, entre autre, que $p_1 = p_3$, voire figure.

Tracer qualitativement la variation de la pression le long des axes x_1 et x_2 jusqu'à une profondeur h sous l'eau.



Exercice 6: Vaporisateur

Un vaporisateur est schématisé sur la figure 3. Le tube où circule l'air passe d'une section S_1 à une section $S_2 \ll S_1$.

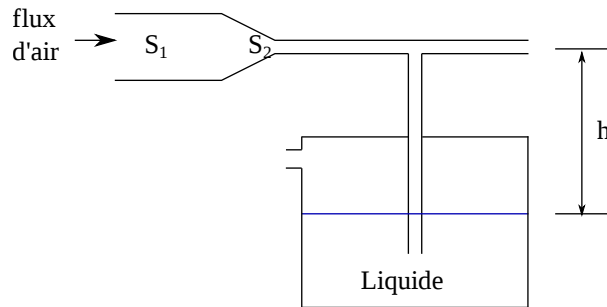


FIGURE 3 – Vaporisateur

On suppose que la vitesse, la densité et la pression des fluides considérés sont constantes dans chaque section du tube.

- Quelles conditions sont nécessaires pour l'application du Théorème de Bernoulli ?
- Expliquez pourquoi, selon le Théorème de Bernoulli, le liquide monte dans le tube vertical.
- Si le liquide a une densité $\rho \gg \rho_{air}$ (ρ_{air} est la densité de l'air), quelle doit-être la valeur de S_2 pour qu'il monte à une hauteur h ?

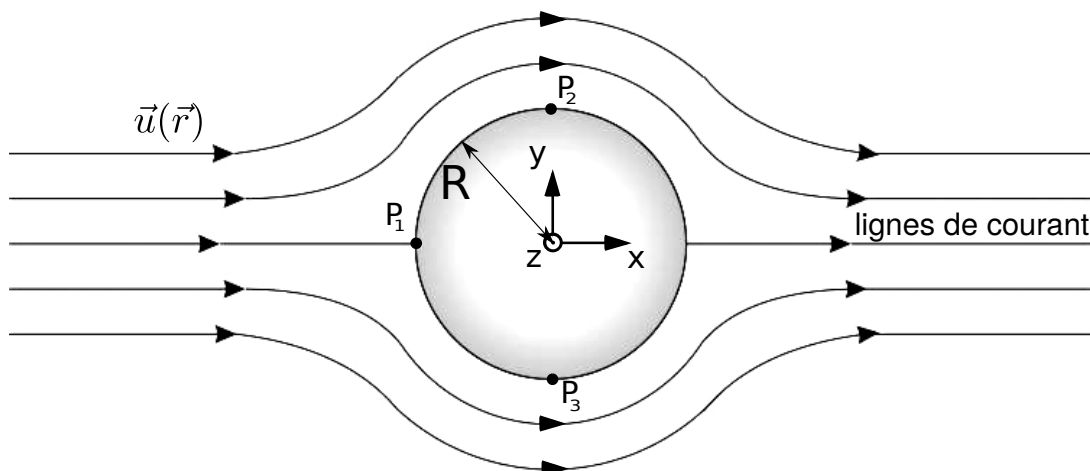
Indication : Supposez qu'à l'entrée S_1 , le flux d'air a une vitesse fluide u_1 à la pression atmosphérique p_0 . Utilisez le Théorème de Bernoulli

Exercice 7: Écoulement stationnaire d'un fluide autour d'un cylindre (Examen 2019)

On considère l'écoulement stationnaire d'un fluide parfait et incompressible ($\rho = \rho_0 = \text{const.}$) autour d'un cylindre de rayon R et de longueur infinie, orienté selon l'axe z . Le champ de vitesse du fluide est donné par :

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = \vec{u}(\vec{r}) = \left(u_0 + u_0 R^2 \frac{(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2} \right) \vec{e}_x - 2u_0 R^2 \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2} \vec{e}_y,$$

avec u_0 une constante. Les effets de gravitation sont négligeables.



- Quelle est la signification de u_0 et quelles sont ses unités en S.I. ?

Indication : considérez le cas $|x| \rightarrow \infty$ and $|y| \rightarrow \infty$.

- Trouvez la vitesse aux points P_1 , P_2 et P_3 .

- (c) Démontrer que $\vec{u}(\vec{r})$ satisfait l'équation de continuité.
- (d) On peut montrer que le long de l'axe x , l'accélération d'un élément fluide est donnée par

$$\vec{a}(x, y=0, z) = \frac{2u_0^2 R^2}{x^3} \left(1 - \frac{R^2}{x^2}\right) \vec{e}_x$$

À partir de l'équation d'Euler, calculez la pression p le long de l'axe x pour $x \in [-\infty, -R]$. La pression loin du cylindre est donnée par p_0 . On rappelle que les effets de gravitation sont négligeables.

- (e) Même question qu'en d), mais utilisez cette fois le théorème de Bernoulli. L'application du théorème de Bernoulli est-elle justifiée ?

Exercice 8: Ondes transverses

Vous avez trois cordes et sur chacune d'entre elles se propage une onde transverse décrite par

— corde 1 : $\xi_1(x, t) = 2 \sin(4x - 2t)$

— corde 2 : $\xi_2(x, t) = \sin(3x - 4t)$

— corde 3 : $\xi_3(x, t) = 2 \sin(3x - 3t)$

où ξ est le déplacement transverse, x est exprimé en mètres et t en secondes.

- (a) Classez les ondes selon leurs vitesses de propagation et selon leurs vitesses maximales de déplacement transversal.
- (b) Dessinez sur le même graphe ces trois ondes pour $t = 0$.
- (c) Toutes les cordes sont identiques. Laquelle est installée avec la tension la plus forte ?