

Série 4 du mercredi 3 mars 2021

Exercice à rendre 1.

Soient $E \subset \mathbb{R}^n$ un ensemble compact et $F \subset \mathbb{R}^n$ un ensemble fermé, tous deux non-vides et tels que $E \cap F = \emptyset$. Montrer qu'il existe $\mathbf{a} \in E$ et $\mathbf{b} \in F$ tels que

$$\inf\{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| : \mathbf{x} \in E, \mathbf{y} \in F\} = \|\mathbf{a} - \mathbf{b}\| > 0. \quad (1)$$