

# RELAZIONE DI LABORATORIO

Sperimentazioni di Fisica 1 Modulo B LT Astronomia

**Anno accademico:** 2020/2021

**Docente:** Giulia Rodighiero

**Gruppo di lavoro:**

Rossi Beatrice	2009886	beatrice.rossi.3@studenti.unipd.it
----------------	---------	------------------------------------

Iglesias Dionisia	2003600	dionisia.iglesias@studenti.unipd.it
-------------------	---------	-------------------------------------

Zambon Davide	2000430	davide.zambon.3@studenti.unipd.it
---------------	---------	-----------------------------------

**Data di consegna:** 21 maggio 2021

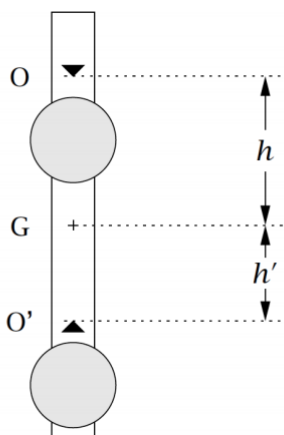
# PENDOLO REVERSIBILE DI KATER

## Obiettivo dell'esperienza

L'obiettivo dell'esperienza consiste nello stimare il valore dell'accelerazione di gravità a Padova mediante l'utilizzo del pendolo reversibile di Kater. Quest'ultimo è un particolare tipo di pendolo composto, che ha come caratteristica principale il fatto di poter oscillare attorno a due assi diversi tra di loro paralleli, passanti per due coltelli. Il pendolo è costituito principalmente da due masse, una fissa e l'altra mobile: mediante lo spostamento di quest'ultima lo sperimentatore può cambiare la configurazione del pendolo e misurarne il periodo di oscillazione  $T$ . Se i periodi di oscillazione attorno ai due assi sono uguali, indicando con  $l$  la distanza tra i due coltelli, si può ricavare l'accelerazione di gravità  $g$  dalla formula:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \quad (1)$$

## Descrizione dell'apparato strumentale



L'esperienza è stata svolta attraverso l'utilizzo di un pendolo reversibile di Kater schematizzato in figura. Esso poggia sul supporto della parete tramite due coltelli presenti nei punti O e O', la cui distanza, anche detta lunghezza ridotta  $l$ , è nota con il relativo errore ed è pari a  $(94,41 \pm 0,02)$  cm. Sempre nella figura, G indica il baricentro, mentre  $h$  e  $h'$  la distanza dei due punti di oscillazione rispetto ad esso. A circa 50 cm dal perno di appoggio superiore è presente un'asta graduata (con sensibilità di  $10^{-1}$  cm) fissata a muro sulla quale sono presenti due cilindretti, uno fisso e l'altro mobile, in modo da poter regolare arbitrariamente l'ampiezza iniziale di oscillazione del pendolo. Su questo sono inoltre presenti due masse: una fissa e l'altra, situata tra i 2 coltelli, la cui posizione può essere variata e fissata dallo sperimentatore tramite una vite, in modo da poter modificare la configurazione del pendolo rispetto agli assi di oscillazione. Sull'asta del pendolo è infine presente una riga graduata di sensibilità pari a  $10^{-1}$  cm. Per quanto riguarda la misurazione dei tempi è stato messo a disposizione un cronometro digitale a fotocellula con sensibilità di  $10^{-4}$  s.

## Descrizione della metodologia di misura

Per poter minimizzare l'attrito, come ampiezza massima di oscillazione del pendolo è stato scelto in modo arbitrario un angolo molto piccolo, pari a  $\alpha=4^\circ$ . Per realizzare quest'ampiezza, è stata dapprima calcolata la distanza tra il centro di oscillazione O' e la scala graduata orizzontale, pari a  $(51,5\pm0,1)\text{cm}$ , e, successivamente, attraverso la formula matematica

$$a = bcotg(\alpha) \quad (2)$$

(dove a, b e  $\alpha$  indicano il cateto minore, quello maggiore e l'angolo adiacente rispettivamente) è stata determinata la posizione esatta in cui fissare la vite, ovvero a  $(3,5\pm0,1)\text{cm}$ .

Una volta fissato l'angolo, è iniziata l'effettiva procedura necessaria per il raccoglimento dei dati suddivisa in 4 fasi. Nella prima, è stato misurato il periodo medio di 10 oscillazioni rispetto ad O, fissando la massa 1 nelle posizioni  $x=10\text{cm}$ ,  $x=20\text{cm}$ ,  $x=30\text{cm}$ ,  $x=40\text{cm}$ ,  $x=60\text{cm}$ ,  $x=70\text{cm}$  e  $x=80\text{cm}$ . Successivamente, il pendolo è stato capovolto in modo da utilizzare il centro di oscillazione O', e l'iter di misurazione è stato ripetuto per le medesime posizioni. Dopo di che, per individuare la posizione  $x_1$  in cui il periodo delle oscillazioni rispetto all'asse O è circa pari a quello ottenuto per l'asse O', è stato creato un grafico che verrà analizzato e spiegato nel paragrafo sull'elaborazione dei dati.

Individuata  $x_1$ , è stata affrontata la seconda fase consistente nella rilevazione del periodo di 50 oscillazioni nelle posizioni  $(x_1-2\text{cm}, x_1-1\text{cm}, x_1, x_1+1\text{cm}, x_1+2\text{cm})$  per entrambi gli assi di oscillazione O e O'. Le misurazioni sono state inserite all'interno di un grafico al fine di individuare la posizione  $x_2$  per cui i periodi di oscillazione rispetto ai due assi O e O' risultassero coincidenti.

Determinata  $x_2$ , si è poi svolta la terza fase, nella quale sono state nuovamente effettuate misurazioni del periodo di 50 oscillazioni nelle posizioni  $(x_2-0,5\text{cm}, x_2, x_2+0,5\text{cm})$  rispetto ai due centri di oscillazione O e O'. Anche questi dati sono stati inseriti all'interno di un grafico, al fine di individuare la posizione definitiva  $x_{def}$ , per la quale il periodo di oscillazione rispetto all'asse O risultasse uguale a quello dell'asse O'. Le modalità con cui si è riusciti ad ottenere una stima del valore di  $x_{def}$ , verranno esposte nel paragrafo successivo.

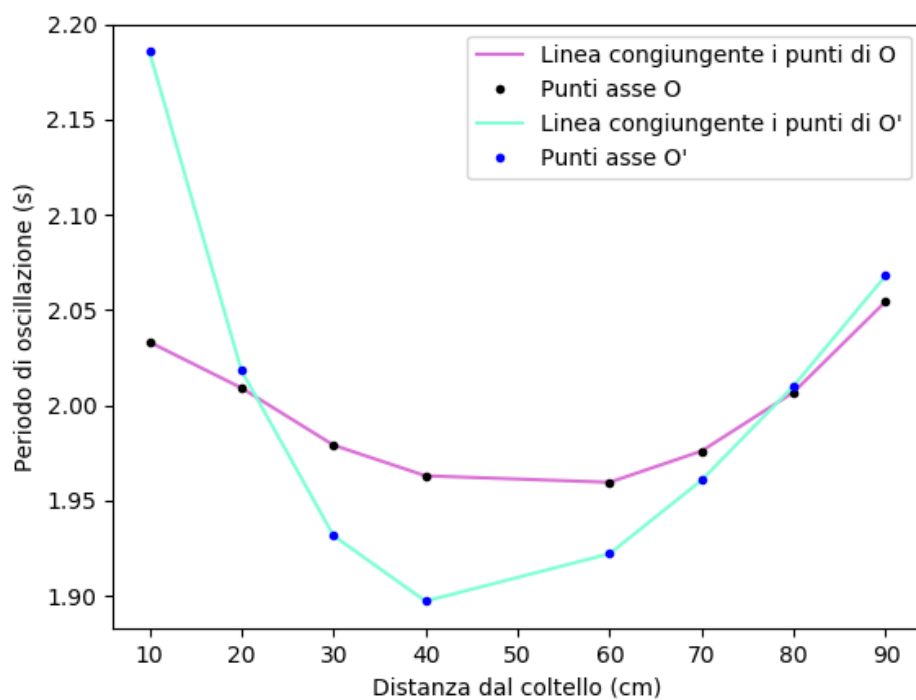
Infine, una volta identificata  $x_{def}$ , è stato misurato per 5 volte il periodo di 50 oscillazioni nella posizione  $x=x_{def}$  rispetto al solo asse di oscillazione O.

## Presentazione dei dati sperimentali ed elaborazione dati

Durante la prima fase del raccoglimento dei dati, sono state effettuate misurazioni del periodo di 10 oscillazioni del pendolo nelle posizioni  $x=10\text{cm}$ ,  $x=20\text{cm}$ ,  $x=30\text{cm}$ ,  $x=40\text{cm}$ ,  $x=60\text{cm}$ ,  $x=70\text{cm}$  e  $x=80\text{cm}$  della massa 1 rispetto ad entrambi gli assi di oscillazione O e O'. Queste posizioni ed i relativi periodi sono stati schematizzati sia in tabella (1) con i rispettivi errori, sia inseriti all'interno del grafico (1).

Distanza in cm (sensibilità metro: $0.1\text{ cm}^{-1}$ )	Periodo in secondi (sensibilità cronometro: $0.0001\text{ s}^{-1}$ )	
	Asse O	Asse O'
90,0	2,0544	2,0679
80,0	2,0068	2,0101
70,0	1,9759	1,9606
60,0	1,9595	1,9220
40,0	1,9629	1,8971
30,0	1,9790	1,9315
20,0	2,0090	2,0181
10,0	2,0331	2,1855

(a) Tabella (1)



(a) Grafico (1)

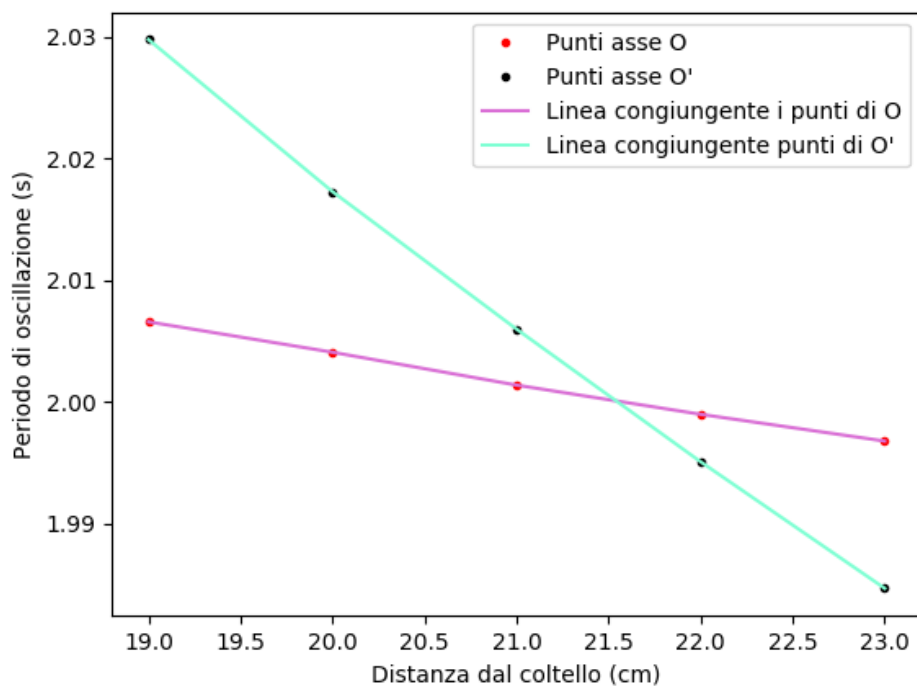
Analizzando il grafico, si nota come i dati si dispongano secondo un andamento parabolico e si intersechino in due punti differenti: questo spiega che in quelle due posizioni il periodo di oscillazione rispetto all'asse O risulta essere uguale a quello di O'.

Per proseguire con il raccoglimento dei dati, è stata scelta la prima intersezione poichè risulta essere più definita ed è stata così identificata la posizione  $x_1$  pari a  $x_1 = (21,0 \pm 0,1)\text{cm}$ .

Successivamente è stato misurato il periodo di 50 oscillazioni rispetto ai due assi O e O', spostando la massa 1 nelle posizioni ( $x_1 - 2\text{cm}$ ,  $x_1 - 1\text{cm}$ ,  $x_1$ ,  $x_1 + 1\text{cm}$ ,  $x_1 + 2\text{cm}$ ), ovvero a  $(19,0 \pm 0,1)\text{cm}$ ,  $(20,0 \pm 0,1)\text{cm}$ ,  $(21,0 \pm 0,1)\text{cm}$ ,  $(22,0 \pm 0,1)\text{cm}$  e  $(23,0 \pm 0,1)\text{cm}$ . Questi dati sono stati inseriti nella tabella (2) e nel grafico (2) sottostanti.

Distanza in cm (sensibilità metro: 0.1 cm <sup>-1</sup> )	Periodo in secondi (sensibilità cronometro: 0.0001 s <sup>-1</sup> )	
	Asse O'	Asse O
19,0	2,0298	2,0066
20,0	2,0173	2,0041
21,0	2,0060	2,0014
22,0	1,9951	1,9990
23,0	1,9847	1,9968

(a) Tabella (2)



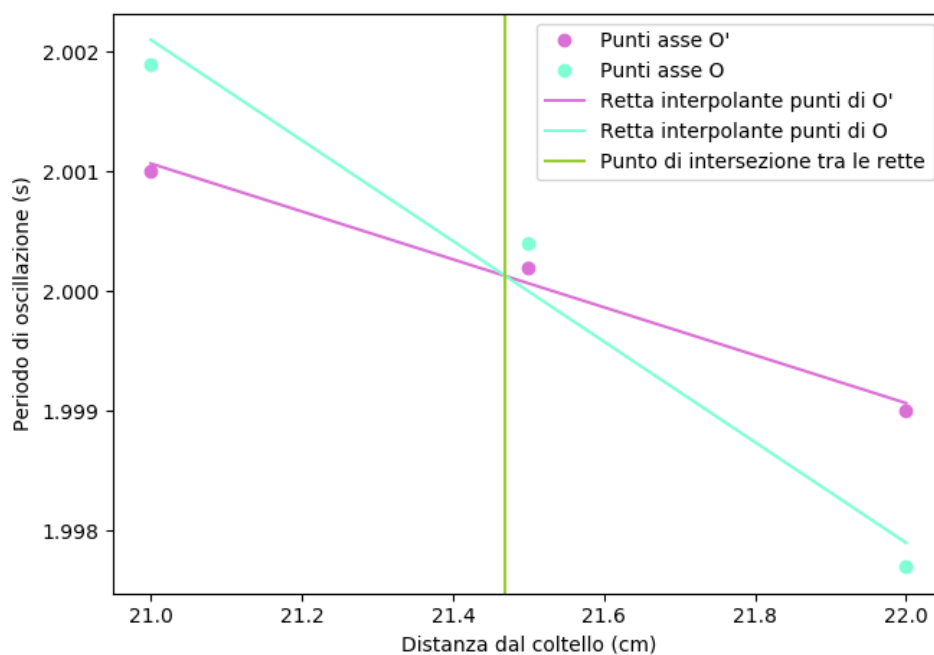
(a) Grafico (2)

Il grafico mostra due segmenti che si intersecano in  $x_2 = (21,5 \pm 0,1)\text{cm}$ , posizione in cui i periodi di oscillazione rispetto agli assi O e O' risultano essere uguali.

Determinata quindi  $x_2$  è stato effettuato un ulteriore set di misurazioni di 50 oscillazioni nelle posizioni ( $x_2-0,5\text{cm}$ ,  $x_2$ ,  $x_2+0,5\text{cm}$ ), ovvero a  $(21,0\pm0,1)\text{cm}$ ,  $(21,5\pm0,1)\text{cm}$  e  $(22,0\pm0,1)\text{cm}$ . Questi dati sono rappresentati nella tabella (3) e nel grafico (3).

Distanza in cm (sensibilità metro: $0.1\text{ cm}^{-1}$ )	Periodo in secondi (sensibilità cronometro: $0.0001\text{ s}^{-1}$ )	
	Asse O	Asse O'
22,0	1,9977	1,9990
21,5	2,0040	2,0002
21,0	2,0019	2,0010

(a) Tabella (3)



(a) Grafico (3)

Prima di ottenere una stima del valore di  $x_{def}$  (ovvero la posizione della massa 1 per cui il periodo del pendolo è uguale per entrambi gli assi), sono stati interpolati sia i dati relativi all'asse di oscillazione O, sia quelli corrispondenti ad O', con le rette di equazione  $y_O = a + bx$  e  $y_{O'} = c + dx$  rispettivamente. Secondariamente è stata determinata l'intersezione tra le due rette in modo da trovare il valore di  $x_{def} = (a - c)/(d - b)$ . I valori dei coefficienti  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , e  $d$  con i relativi errori (ottenuti dall'interpolazione) sono:  $a = (2,04 \pm 0,05)$ ,  $b = (-0,002 \pm 0,001)$ ,  $c = (2,09 \pm 0,05)$ ,  $d = (-0,004 \pm 0,001)$ , mentre il valore di  $x_{def}$  con il rispettivo errore (ottenuto dalla propagazione degli errori su  $a, b, c, d$ ) è  $(21,5 \pm 0,4)\text{cm}$ .

Nella quarta e ultima fase è stato misurato per 5 volte consecutive il periodo  $T_{def}$  di 50 oscillazioni nella posizione  $x=x_{def}$  per il solo asse O'. I valori ottenuti sono riassunti nella tabella (4).

Distanza in cm (sensibilità metro: 0.1 cm <sup>-1</sup> )	Periodo in secondi (sensibilità cronometro: 0.0001 s <sup>-1</sup> )
21,5	2.0007
21,5	2.0012
21,5	2.0014
21,5	2.0009
21,5	2.0002

(a) Tabella (4)

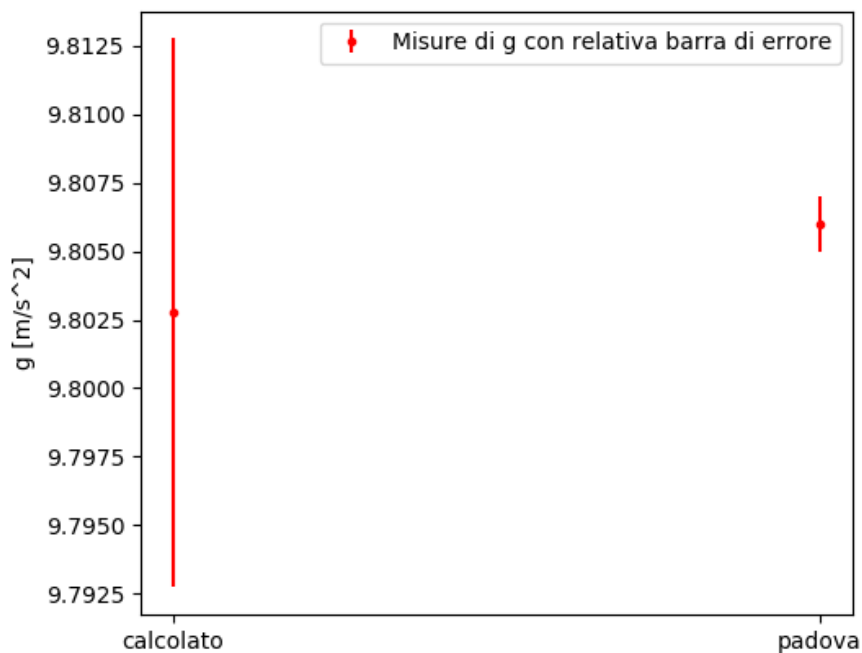
Il valore finale di  $T_{def}$  corrisponde alla media aritmetica dei valori dei periodi della tabella (4), mentre l'errore associato a  $T_{def}$  è dato dalla deviazione standard della media. Il valore finale risulta essere  $T_{def}=(2,0009\pm0,0002)\text{s}$

Una volta trovato  $T_{def}$  è stato calcolato il valore di una singola oscillazione  $T_s$  pari a  $T_s=T_{def}/50$  ed è stato stimato il valore dell'accelerazione  $g$  dall'equazione (1)

dove  $l$  indica la distanza tra gli assi di oscillazione O e O' ed è pari a  $(9,441\pm0,002)10^{-1}\text{m}$ , mentre  $T^2$  corrisponde a  $T_s$ .

Infine, mediante l'utilizzo della formula generale di propagazione degli errori, è stato stimato l'errore associato al valore dell'accelerazione di gravità.

## Discussione dei risultati sperimentali



(a) Grafico (4)

Nel grafico soprastante viene confrontato il valore dell'accelerazione di gravità ottenuto attraverso l'esperienza con il pendolo di Kater con quello atteso a Padova,  $(9,8 \pm 0,1) \text{ m/s}^2$  e  $(9,806 \pm 0,001) \text{ m/s}^2$  rispettivamente. Dal grafico si deduce che la discrepanza tra le due misurazioni non risulta essere significativa e di conseguenza implica la loro compatibilità.

Inoltre, confrontando il risultato ottenuto con quello ricavato con l'esperienza con la guidovia si può osservare che il valore dell'accelerazione di gravità risulta essere più preciso e accurato. Questo è dovuto al fatto che le misure sono state effettuate con delle fotocellule a differenza dell'esperienza della guidovia dove sono state prese manualmente con il software Tracker.



## Conclusioni

Con questa esperienza si riesce a ricavare un valore di  $g$  pari a:

$$g=(9,8\pm0,1)\text{m/s}^2$$

con un errore relativo dell'1%.

È stato così dimostrato che se i periodi di oscillazione del pendolo attorno ai due assi sono uguali, si può ricavare l'accelerazione di gravità dalla (1).

## Appendice

Le formule utilizzate nell'elaborazione dei dati sono le seguenti:

Formula per calcolare la sensibilità

$$\frac{1}{\text{minima tacca dello strumento}} \quad (3)$$

Propagazione degli errori su  $x_{def}$

$$\delta q = \sqrt{(\delta x)^2 + \dots + (\delta z)^2} \quad (4)$$

$$\frac{\delta q}{|q|} = \sqrt{\left(\frac{\delta x}{x}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\delta z}{z}\right)^2} \quad (5)$$

Formula della media aritmetica

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (6)$$

Formula della deviazione standard

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{n - 1}} \quad (7)$$

Formula dell'errore della media

$$\sigma_\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

Propagazione degli errori di g

$$\delta q = \left| \frac{dq}{dx} \right| \delta x \quad (9)$$

Codice python

```
import numpy as n
import matplotlib.pyplot as plt

dat=n.genfromtxt('Ultimo O primo.txt')
x=dat[:,0]
y=dat[:,1]

dat1=n.genfromtxt('Ultimo O.txt')
x1=dat1[:,0]
y1=dat1[:,1]

p=n.polyfit(x,y,1) #retta 1 usando polyfit
z=p[1]+p[0]*x
p1=n.polyfit(x1,y1,1) #retta 2 usando polyfit
z1=p1[1]+p1[0]*x1
h=(p[1]-p1[1])/(p1[0]-p[0]) #retta verticale all'intersezione
print(h)

##### RETTA 1 (x,y) #####
sumx = n.sum(x) #Calcolo dei coefficienti A, B
sumy = n.sum(y)
sumx2 = sumx**2
sumxy = sumx*sumy
N = len(x)
delta = N*sumx2-sumx**2
A = (sumx2*sumy-sumx*sumxy)/delta
B = (N*sumxy-sumx*sumy)/delta
somme = [] #calcolo errori dei coefficienti
for i in range(N):
    so = (y[i]-A-B*x[i])**2
    somme.append(so)
sommatoria = n.sum(somme)
sigmay = n.sqrt((1/(N-2))*sommatoria)
sigmab = sigmay*n.sqrt(N/delta) #errore sul coefficiente b
sigmaa = sigmay*n.sqrt(sumx2/delta) #errore sul coefficiente a
##### RETTA 2 (x1,y1) #####
sumx1 = n.sum(x1) #Calcolo dei coefficienti A, B
sumy1 = n.sum(y1)
sumx12 = sumx1**2
sumx1y1 = sumx1*sumy1
N1 = len(x1)
delta1 = N1*sumx12-sumx1**2
A1 = (sumx12*sumy1-sumx1*sumx1y1)/delta1
B1 = (N1*sumx1y1-sumx1*sumy1)/delta1
somme1 = [] #calcolo errori dei coefficienti
for i in range(N1):
    sol = (y1[i]-A1-B1*x1[i])**2
```

```

    sommel.append(so1)
sommatoria1 = n.sum(sommel)
sigmay1 = n.sqrt((1/(N1-2))*sommatoria1)
sigmab1 = sigmay1*n.sqrt(N1/delta1) #errore sul coefficiente b
sigmaa1 = sigmay1*n.sqrt(sumx12/delta1) #errore sul coefficiente a
#####

print("B retta1 (orchid): ",p[0])
print("A retta1 (orchid): ",p[1])
print("B retta2 (aquamarine): ",p1[0])
print("A retta2 (aquamarine): ",p1[1])
print("sigma b retta1 (orchid): ",sigmab)
print("sigma a retta1 (orchid): ",sigmaa)
print("sigma b retta2 (aquamarine): ",sigmab1)
print("sigma a retta2 (aquamarine): ",sigmaa1)


plt.plot(x,y,'o',color='orchid', label="Punti asse O'")
plt.plot(x1,y1,'o',color='aquamarine', label="Punti asse O")
plt.plot(x,z,color='orchid', label="Retta interpolante punti di O'")
plt.plot(x1,z1,color='aquamarine', label="Retta interpolante punti di O")
plt.axvline(h,color='yellowgreen', label="Punto di intersezione tra le rette")
plt.xlabel("Distanza dal coltello (cm)")
plt.ylabel("Periodo di oscillazione (s)")
plt.legend(loc="upper right")
plt.show()

```

```

import numpy as n
import matplotlib.pyplot as plt

dat=n.genfromtxt('C:/Users/utente/OneDrive/Desktop/Finale.txt')

media=n.mean(dat)
errore=n.std(dat)/n.sqrt(5)

print(media)
print(errore)

#2.0008799999999995      media
#0.0001863330351816057  errore della media

```

```

import numpy as n
import matplotlib.pyplot as plt

dat = n.genfromtxt("Finale.txt")
y = dat[:,1]

media = n.sum(y)/len(y) #media periodi
g=(4*(n.pi)**2*(0.9941/(media)**2)) #calcolo g
erroreg = g*n.sqrt((0.02/94.41)**2+4*(0.001/2.00088)**2) #calcolo errore

indice = ["calcolato", "padova"] #creo array per il plot
valori = [g, 9.806]
errori = [erroreg, 0.001]

plt.errorbar(indice, valori, yerr=errori, fmt='r', label="Misure di g con
relativa barra di errore") #plot con barre di errore
plt.ylabel("g [m/s^2]")
plt.legend()
plt.show()
print(erroreg)
print(g)

#9.80352934308

```