

RELAZIONE DI LABORATORIO

Sperimentazioni di Fisica 1 Modulo B LT Astronomia

Anno accademico: 2020/2021

Docente: Giulia Rodighiero

Gruppo di lavoro:

Rossi Beatrice	2009886	beatrice.rossi.3@studenti.unipd.it
----------------	---------	------------------------------------

Iglesias Dionisia	2003600	dionisia.iglesias@studenti.unipd.it
-------------------	---------	-------------------------------------

Zambon Davide	2000430	davide.zambon.3@studenti.unipd.it
---------------	---------	-----------------------------------

Data di consegna: 30 aprile 2021

GUIDOVIA

Obiettivo dell'esperienza

Lo scopo dell'esperienza consiste nell'accertare la presenza di un moto uniformemente accelerato su un piano inclinato e quindi nello stimare l'accelerazione di gravità, verificandone la compatibilità con la misura nota a Padova. Per piano inclinato si intende una superficie piana inclinata di un certo angolo α rispetto al piano orizzontale in cui, in presenza di una massa e in assenza di attrito, agiscono solamente la forza-peso e la reazione vincolare. Scomponendo queste due forze lungo le direzioni parallela e ortogonale del piano, si nota che le componenti normali si annullano, e l'unica forza attiva che rimane è la componente della forza-peso parallela al piano inclinato, di modulo costante pari a

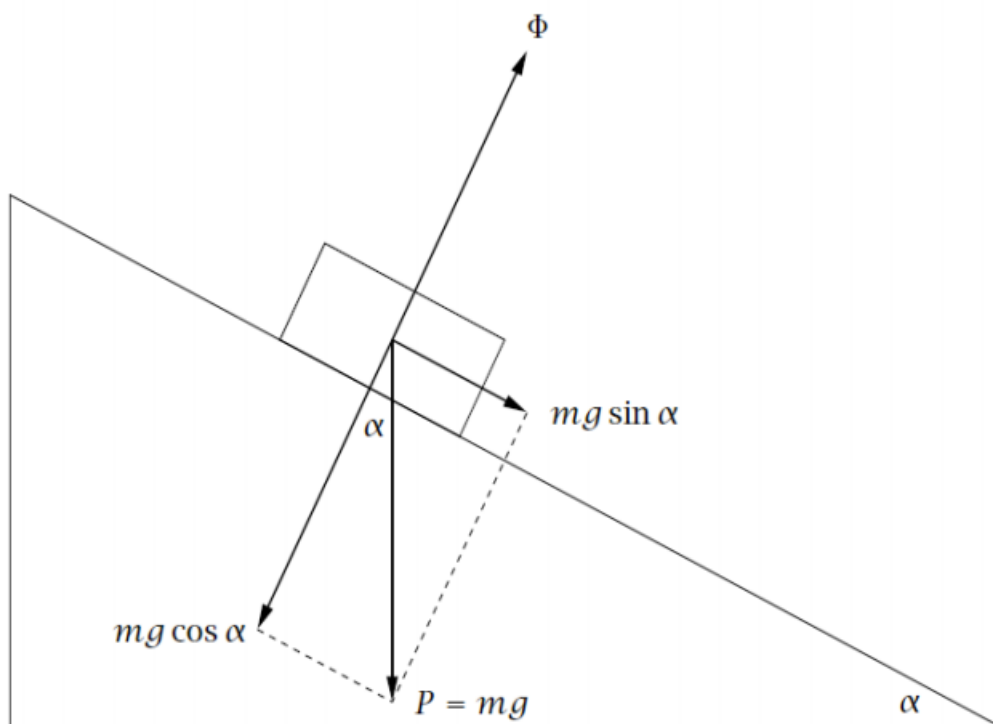
$$a = g \sin \alpha \quad (1)$$

il moto risultante è quindi uniformemente accelerato, con accelerazione e legge oraria rispettivamente pari a

$$g = \frac{a}{\sin \alpha} \quad (2)$$

$$s = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (3)$$

L'obiettivo dell'esperienza è quindi verificare questa legge del moto.



Descrizione dell'apparato strumentale

Per la stima dell'accelerazione di gravità è stato utilizzato un piano inclinato, la guidovia, consistente in una superficie piana in alluminio a sezione rettangolare sulla quale è possibile cambiarne l'inclinazione rispetto al piano orizzontale tramite la rotazione di una vite, il cui giro completo corrisponde a $5'$ (ovvero $1/12$) di grado. Sulla guidovia sono stati disposti una slitta in plexiglass eventualmente equipaggiabile con un disco di ottone (in questo caso si parla di "slitta carica") e dei traguardi a sensori infrarossi per delimitarne una regione di spazio. Per la misurazione dei tempi, invece, è stato impiegato un cronometro di precisione di sensibilità pari a 10^{-4} s.

Descrizione della metodologia della misura

Dal momento che non è stato possibile recarsi in laboratorio, le misure da noi effettuate sono state prese attraverso l'utilizzo di un software chiamato "tracker" all'interno del quale sono stati caricati i video della guidovia ripresi in laboratorio dai collaboratori. Questi video riprendevano cinque spostamenti della slitta dall'inizio alla fine della guidovia per tre diverse inclinazioni: $15'$, $30'$ e $45'$; per quest'ultima inclinazione, inoltre, è stato caricato un disco di ottone sulla slitta. Una volta caricati i video all'interno del software, sono state calibrate le lunghezze: come scala è stato utilizzato un tratto di 10cm contrassegnati grazie alla scala graduata presente sulla guidovia. Successivamente, sia sono stati collocati gli assi di riferimento cartesiani, dove l'asse delle ascisse è stato posizionato adiacente al piano orizzontale della guidovia, sia è stato contrassegnato come punto di massa il perno centrale della slitta. L'ultimo passo effettuato prima dell'effettiva presa dati è stata la taratura al tempo zero al fotogramma precedente il primo spostamento della slitta. Terminato ciò, sono stati presi posizioni e tempi della slitta lungo la guidovia ad ogni fotogramma.

Sono state prese ulteriori misurazioni utilizzando i video del piano inclinato creato con un asta rigida appoggiata ad un palo e facendovi scivolare un oggetto sopra. L'asta è stata inclinata di $(29 \pm 1)^\circ$ $(40 \pm 1)^\circ$

Presentazione dei dati sperimentali ed elaborazione dati

L'elaborazione dei dati sperimentali è stata intrapresa partendo da un'analisi prettamente statistica. In primo luogo è stata calcolata la media aritmetica corrispondente ad ogni fotogramma (equivalente ad 1/3 di secondo) per ognuno dei cinque set di misurazioni relativi ad ogni inclinazione (15', 30', 45' e 45' con massa):

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4)$$

dove n rappresenta il numero di misurazioni effettuate, e x_i indica il valore di ogni singola misura.

L'analisi statistica è proseguita con il calcolo dello scarto quadratico medio, o deviazione standard (ovvero la stima di dispersione delle misure rispetto alla media aritmetica):

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{n - 1}} \quad (5)$$

dove μ mi indica la media aritmetica, x_i il valore di ciascuna misura e n il numero di misurazioni effettuate.

Successivamente è stato calcolato l'errore associato alla media:

$$\sigma_\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (6)$$

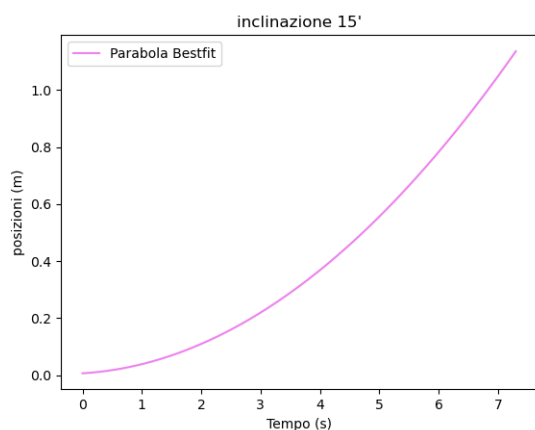
Dove σ indica lo scarto quadratico medio e n il valore delle misure.

ed infine dell'errore quadratico medio:

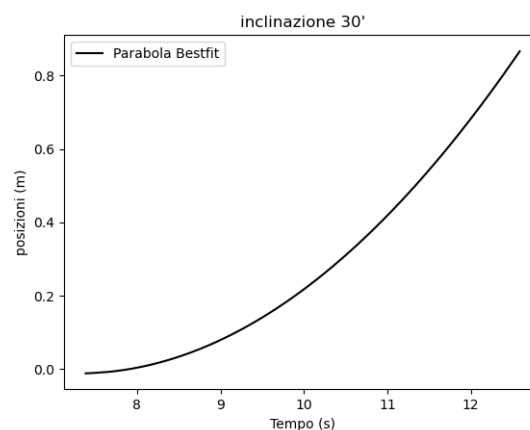
$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n} \quad (7)$$

dove x_i è il numero di misure, μ è la media aritmetica e n il numero di misure effettuate.

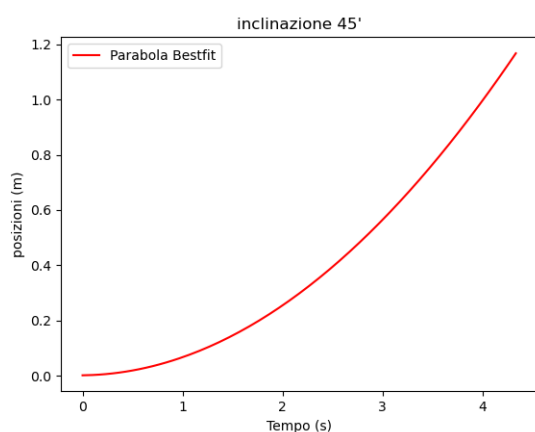
In secondo luogo, con l'utilizzo della funzione `polyfit` di Python, sono stati creati, per ogni inclinazione, dei grafici all'interno dei quali vengono rappresentati nell'asse delle ascisse i tempi e nell'asse delle ordinate gli spazi percorsi in funzione del tempo:



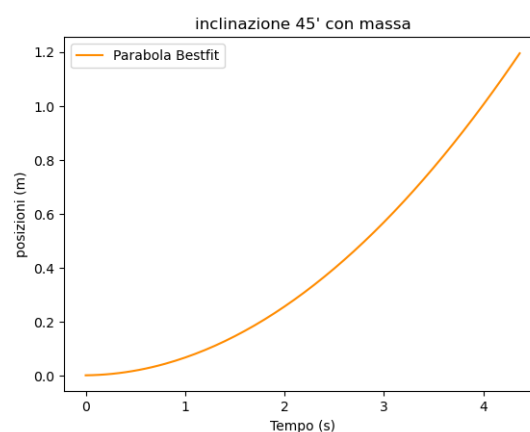
(a) parabola di bestfit con inclinazione a 15'



(b) parabola di bestfit con inclinazione a 30'



(c) parabola di bestfit con inclinazione a 45'



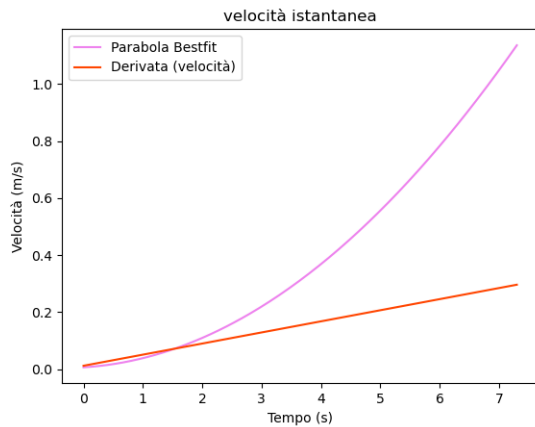
(d) parabola di bestfit con inclinazione a 45' con massa sulla slitta

Osservando questi grafici, si nota che, in tutti e quattro i casi, i dati presi si dispongono su una parabola: ciò è dovuto al fatto che in un moto rettilineo uniformemente accelerato la relazione tra spostamento e tempo è quadratica, poichè siamo in presenza di un'accelerazione. La sua legge oraria è quindi (3).

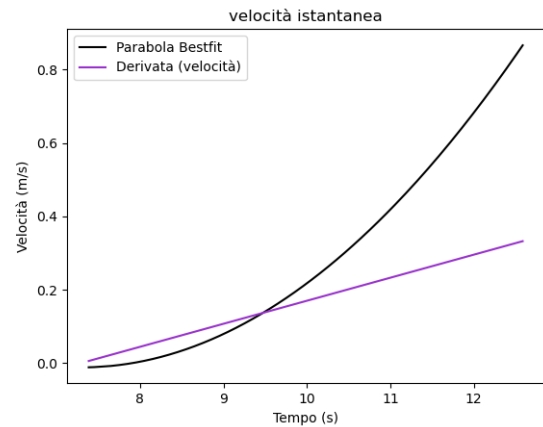
Dal momento che la legge oraria esprime la differenza di spostamento in funzione del tempo, il passo successivo è stato quello di derivare le parabole ottenute, in modo da trovare la differenza di velocità al variare del tempo, ovvero la velocità istantanea, definita come:

$$v(t) = at + v_0 \quad (8)$$

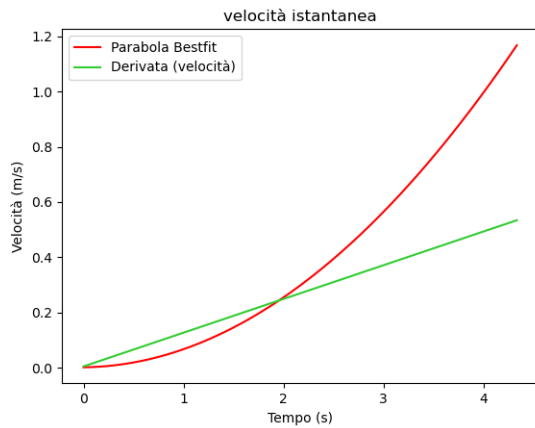
con a accelerazione e v velocità al tempo zero.



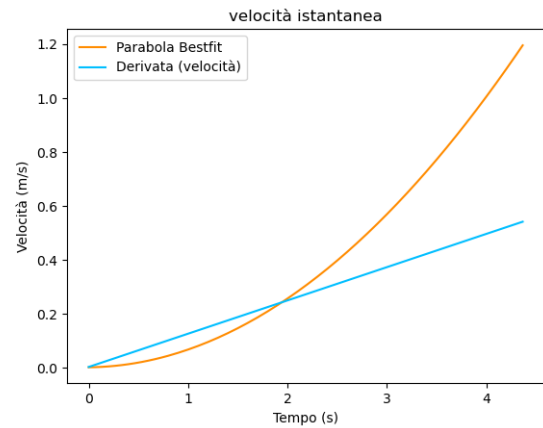
(a) derivata della parabola: velocità istantanea inclinazione 15'



(b) derivata della parabola: velocità istantanea inclinazione 30'



(c) derivata della parabola: velocità istantanea inclinazione 45'



(d) derivata della parabola: velocità istantanea inclinazione 45' con massa

Osservando i grafici che riportano i valori della velocità istantanea è evidente la presenza di una relazione lineare tra la velocità e il tempo. Conoscendo la relazione fisica che sussiste tra la velocità istantanea e quella media, ovvero:

$$\begin{aligned}
 \bar{v}(x_1, x_2) &= \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt \\
 &= \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (v_0 + at) dt \\
 &= \frac{v_0(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}a(t_2^2 - t_1^2)}{t_2 - t_1} \\
 &= v_0 + a \frac{t_1 + t_2}{2} \\
 &= v\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) \\
 &= v(\bar{t})
 \end{aligned} \tag{9}$$

Il passo successivo è stato l'effettivo calcolo della velocità media:

$$\bar{v}(x_1, x_2) = \frac{x_2 - x_1}{t(40, x_2) - t(40, x_1)} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{10}$$

dove $t(x_1, x_2)$ è il tempo impiegato dalla slitta per percorrere il tratto tra le coordinate (x_1, x_2) e \bar{t} è il tempo intermedio tra quelli in cui essa attraversa i due punti.

Le misure delle velocità medie e delle velocità istantanee sono tutte in m/s .

v medie	v istantanee
0.0375787943204	0.0320348142188
0.0675162711011	0.0709285035755
0.110318419954	0.109822625056
0.150432224725	0.148716314412
0.188069423439	0.187610435931
0.227428087767	0.226504125288
0.264578652091	0.26539867893

(a) confronto velocità media e istantanea inclinazione 15°

v medie	v istantanee
0.0557847769287	0.0625247426572
0.134284654857	0.138122646619
0.214615817487	0.213720550498
0.29023880357	0.289318454452
0.36358705388	0.364916358406

(b) confronto velocità medie inclinazione e istantanea 30°

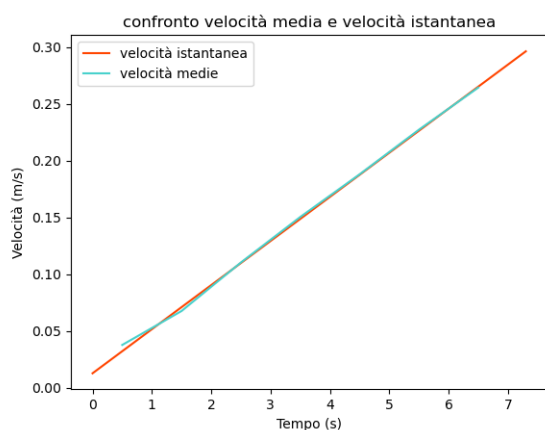
v medie	v istantanee
0.0675340585516	0.0696205224507
0.195334576999	0.191830121848
0.311931885937	0.314045153068
0.423100734865	0.436257468273
0.36358705388	0.364916358406

(c) confronto velocità medie e istantanea inclinazione 45°

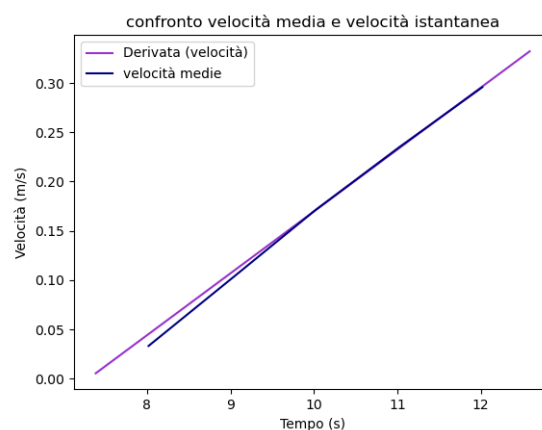
v medie	v istantanee
0.0658700145612	0.0657719046822
0.187888955604	0.189012639995
0.307822848139	0.312260222439
0.421703135487	0.435502327267
0.36358705388	0.364916358406

(d) confronto velocità medie e istantanea inclinazione 45° con massa

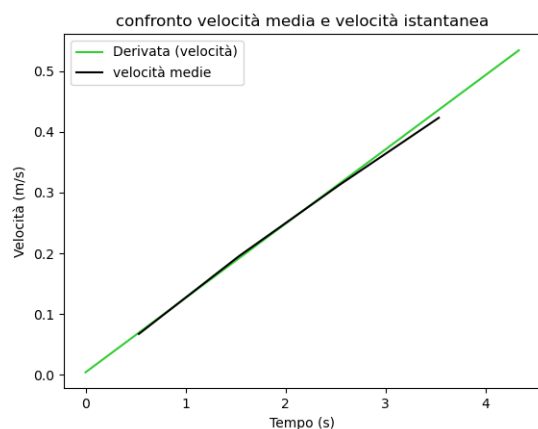
Sapendo tuttavia che quest'ultima deve coincidere con la velocità istantanea della slitta nell'istante centrale tra i due estremi, ogni video è stato suddiviso in blocchi di 10 secondi, ovvero in intervalli di 30 fotogrammi ed è stata calcolata la velocità media nel punto intermedio di questo intervallo temporale, corrispondente a 15 fotogrammi. Effettuati i calcoli, le velocità medie e quelle istantanee relative ad ogni inclinazione, sono state disposte nello stesso grafico in modo da confermare effettivamente la loro uguaglianza.



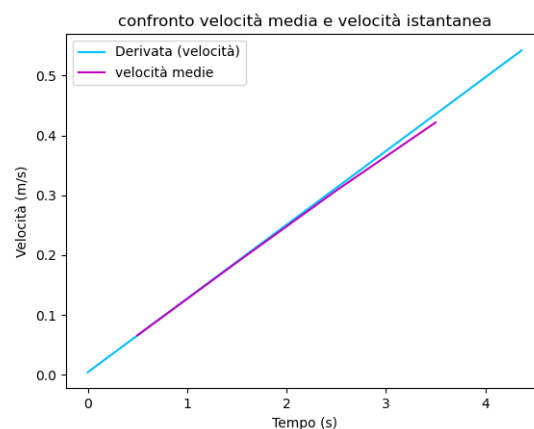
(a) confronto velocità media e velocità istantanea
inclinazione 15' di grado



(b) confronto velocità media e velocità istantanea
inclinazione 30' di grado



(c) confronto velocità media e velocità istantanea
inclinazione 45' di grado



(d) confronto velocità media e velocità istantanea
inclinazione 45' con massa

Dai grafici si nota che le rette che rappresentano le velocità medie in funzione del tempo sono sovrapponibili a quelle delle velocità istantanee precedentemente calcolate. Quindi l'andamento delle velocità è descritto da una funzione di tipo lineare:

$$y = a + bx \quad (11)$$

Definita questa relazione, sono stati calcolati i coefficienti A e B delle rette interpolanti ed i relativi errori σ_a e σ_b mediante il metodo dei minimi quadrati, nonchè l'errore sulla retta stessa σ_y :

$$\Delta = N \sum x^2 - \sum x^2 \quad (12)$$

$$A = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{\Delta} \quad (13)$$

$$B = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\Delta} \quad (14)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^n (y_i - A - Bx_i)^2} \quad (15)$$

$$\sigma_A = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum x^2}{\Delta}} \quad (16)$$

$$\sigma_B = \sigma_y \sqrt{\frac{N}{\Delta}} \quad (17)$$

Il coefficiente b delle rette interpolanti, esprime il valore dell'accelerazione della slitta lungo la guidovia. Ricordando che in un piano inclinato l'accelerazione è data da $a = g \sin \alpha$, è ora possibile stimare per tutte le inclinazioni i valori dell'accelerazione di gravità g ed i relativi errori σ_g utilizzando la formula $g = a / \sin \alpha$ e la propagazione degli errori rispettivamente.

I valori così ottenuti sono:

Inclinazione	Valore di g (m/s²)	Errore di g	Errore relativo
15'	8.91410268302	2.96378281633	33,25%
30'	8.66283299578	1.619863868	18,70%
45'	9.33688918972	1.03887651228	11.13%
45' con massa	9.7577286378	1.95156175799	20,00%

(a) valori di g guidovia

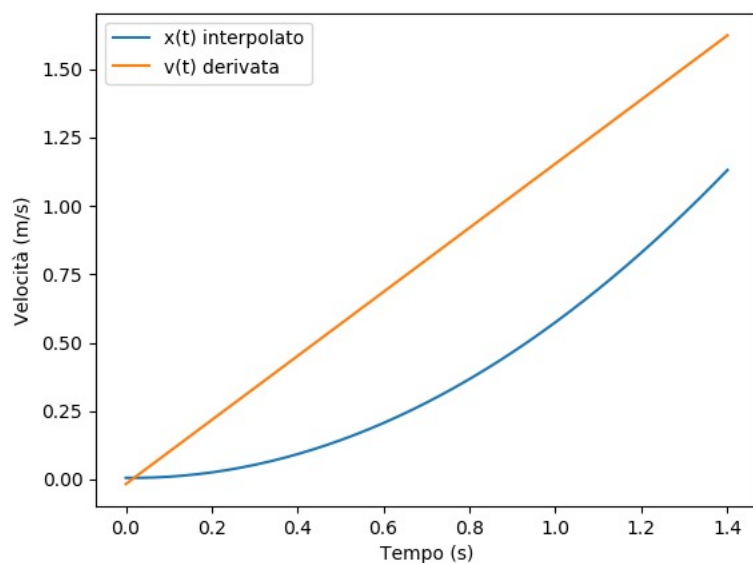
Inclinazione	Valore di g (m/s²)	Errore di g	Errore relativo
29°	2.41520327133	0.07808827958	3,23%
40°	4.81372524524	0.11736206093	2,44%

(a) valori di g sistema asta-palo

Discussione dei dati sperimentali

Confrontando i risultati delle quattro stime dell'accelerazione di gravità calcolate per ogni inclinazione, si osserva che i valori ottenuti non si discostano eccessivamente rispetto al valore atteso a Padova, pari a mettere valore gravità; tuttavia, gli errori relativi riferiti alle quattro misurazioni superano il 10%. Questa discrepanza, è dovuta al fatto che le misurazioni effettuate sono accurate, ma non precise. La scarsa precisione è data dalla notevole presenza di errori casuali dovuti alla difficoltà nel raccoglimento dei dati con il software “tracker”, soprattutto nel primo tratto della guidovia dove, la distanza tra uno spostamento e quello successivo ad ogni fotogramma risultava essere molto piccola.

Con lo stesso procedimento utilizzato per la guidovia abbiamo calcolato g a partire dai dati del sistema asta-palo. I risultati ottenuti risentono della forza di attrito, per questo motivo il valore di g è notevolmente smorzato rispetto a quello stimato a Padova, in misura tanto maggiore quanto più il piano si avvicina all'orizzontale.



(a) Parabola bestfit e velocità istantanea del sistema asta-palo

Conclusione

I valori dell'accelerazione di gravità con il relativi errori sono:

Inclinazione	Valore di g (m/s^2)	Errore di g	Errore relativo
15'	8.91410268302	2.96378281633	33,25%
30'	8.66283299578	1.619863868	18,70%
45'	9.33688918972	1.03887651228	11.13%
45' con massa	9.7577286378	1.95156175799	20,00%

(a) valori di g guidovia

Inclinazione	Valore di g (m/s^2)	Errore di g	Errore relativo
29°	2.41520327133	0.07808827958	3,23%
40°	4.81372524524	0.11736206093	2,44%

(a) valori di g sistema asta-palo

È stato così dimostrato che su un piano inclinato si presenta un moto rettilineo uniformemente accelerato e che le stime di accelerazioni effettuate sperimentalmente sono compatibili con il valore atteso a Padova, pari $9.806 \pm 1 \text{ m/s}$.