# 解二元三次方程组

by chang deliang

时间限制: 1000 ms　　内存限制: 1000 KB

## 问题描述

**问题背景**：现实生活中很多问题会转化成解方程的问题。但是一个任意方程的解析解并不总是能找得到。当牵涉到多元非线性方程组时，就会有更多困难。所以，生产中多使用数值方法来寻找一个方程的解。

---

**实验目标**：

一个**二元三次方程组**形式如下：

$$f_1(x,y) = 0 \quad (0)$$

$$f_2(x,y) = 0 \quad (1)$$

其中，$f_i(x,y)$, i=1,2 是**x、y指数都不超过3的实系数多项式（允许有交叉项）**。

本次实验的目标即是：使用数值方法，寻找**任意一组**合适的**近似复数解** (x,y) Î C，使得上述的方程组成立。

和此前"求解稀疏矩阵线性方程组"题目相似，本次实验同样采用**残差法**来判断解是否满足条件。即给定解 (x,y)，如果满足||($f_1(x,y)$, $f_2(x,y)$)||<1e-6即可。其中范数||·||使用无穷范数，即max(|$f_1(x,y)$|, |$f_2(x,y)$|)，|x|为x的模长。

---

**提示**：

1. 可使用**多元的牛顿迭代法**。也可以先将二元方程化为一元高次方程，然后再使用一元方法求解。
2. 可能注意输出精度问题。需要使用格式输出额外的精度。
3. 需要使用复数。不过矩阵系数是实数。
4. 本次实验对算法时间、空间复杂度要求不高，可以考虑优先保证正确性。
5. 请注意**初值选取**对结果的可能影响。

## 输入格式

一个8行4列的矩阵，矩阵元素是**实数**。**0-3行**描述方程组的**第一个方程**，**4-7行**描述方程组的**第二个方程**。

对于前四行构成的4x4矩阵 A = [$a_{ij}$] 来说，其 **i 行 j 列系数 $a_{ij}$ 是第一个方程 $x^iy^j$ 的系数**。比如$a_{00}$是常数项，$a_{33}$是$x^3y^3$的系数。最终第一个方程可以被前四行的矩阵描述成为：

$$\sum_{i=0}^{3}\sum_{j=0}^{3} a_{ij}x^iy^j$$

或者写成矩阵形式：

$$(1, x, x^2, x^3)\begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ y \\ y^2 \\ y^3 \end{pmatrix} = 0$$

后四行描述第二个方程，格式相同。

在输入描述中会有进一步的例子。

## 输出格式

输出两行两列，第一行两个数分别是**解x**的**实部**和**虚部**，第二行两个数分别是**解y**的**实部**和**虚部**。
比如解得x=1+1j, y=10j，则输出格式为：

```
1.0 1.0
0 10.0
```

## 输入样例

```
-4  0  0  0
1  0  0  0
0  0  0  0
0  0  0  0                  //  第一个方程是   x - 4 = 0
0  0  0  0
-9  0  1  0
0  0  0  0
0  0  0  0                 //  第二个方程是   -9x + x*y^2 = 0
```

## 输出样例

```
4.0  0.0        //  输入描述的方程有解 x = 4 + 0j
3.0  0.0        //  y = 3 + 0j
```