

1. Dos funciones de decisión lineales para  $C_1$  y  $C_2$  son  $d_1(x) = 2 - x_1$  y  $d_1^*(x) = 3 - x_1$ , ¿Cuál es mejor y por qué ?

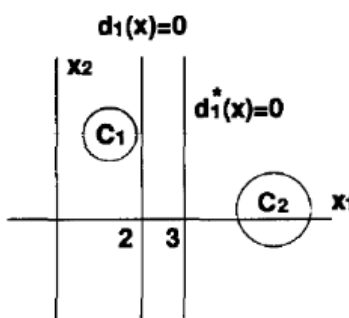


Figura 1: Problema 1

#### Solución

A partir de la imagen podemos ver que  $d_1$  se encuentra bastante cercana a algunos puntos de  $C_1$  en cambio parece ser que  $d_1^*$  se encuentra en la mitad entre los dos conjuntos, por lo que habría un mayor rango de error para clasificar los puntos de  $C_1$  con la función de decisión lineal  $d_1$ , por lo tanto es mejor agarrar la función  $d_1^*(x)$

2. Sean  $x, y \in C_1$  y sea  $z = \frac{x+y}{2}$  pertenecen a  $C_2$  ¿son  $C_1$  y  $C_2$  linealmente separables?

#### Solución

Notamos que  $z$  es el promedio geométrico de  $x, y$  por lo tanto los tres puntos se encuentran en una sola recta, por lo que no existe alguna función de decisión lineal que pueda separar a  $C_1$  y  $C_2$ , por lo tanto  $C_1$  y  $C_2$  no son linealmente separables

3. Presente la función de decisión general para un polinomio de 4to orden para un espacio 2D

#### Solución

Tenemos que para  $f_i(x) = x_{i1}^{e_1} x_{i2}^{e_2} \dots x_{im}^{e_m}$ , donde  $1 \leq i_1, \dots, i_m \leq n$ ,  $e_i, 1 \leq i \leq m$  es 0 o 1 y  $i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_m$ , entonces la función de decisión polinomial general de orden  $m$  es:

Por lo tanto para un polinomio de 4to orden para un espacio 2D, tenemos lo siguiente.

Debido a que es un desarrollo muy largo me voy a saltar varios pasos, donde tenemos lo siguiente

$$d^4(x) = \sum_{i_1=1}^2 \sum_{i_2=i_1}^2 \sum_{i_3=i_2}^2 \sum_{i_4=i_3}^2 w_{i_1 i_2 i_3 i_4} x_{i_1} x_{i_2} x_{i_3} x_{i_4} + d^3(x) =$$

$$\begin{aligned}
& w_{1111}x_1^4 + w_{1112}x_1^3x_2 + w_{1122}x_1^2x_2^2 + w_{1222}x_1x_2^3 + w_{2222}x_2^4 + d^3(x) \\
& w_{1111}x_1^4 + w_{1112}x_1^3x_2 + w_{1122}x_1^2x_2^2 + w_{1222}x_1x_2^3 + w_{2222}x_2^4 + w_{111}x_1^3 + w_{112}x_1^2x_2 + w_{122}x_1x_2^2 + w_{222}x_2^3 + d^2(x) \\
& = \underline{w_{1111}x_1^4 + w_{1112}x_1^3x_2 + w_{1122}x_1^2x_2^2 + w_{1222}x_1x_2^3 + w_{2222}x_2^4 + w_{111}x_1^3 + w_{112}x_1^2x_2 + w_{122}x_1x_2^2 + w_{222}x_2^3 +} \\
& \quad \underline{w_{11}x_1^2 + w_{12}x_1x_2 + w_{22}x_2^2 + w_1x_1 + w_2x_2 + w_3}
\end{aligned}$$

#### 4. Calcule $M(n, m)$ para $1 \leq n, m \leq 5$

##### Solución

Para calcular esto utilizamos la siguiente fórmula matemática.

$$M(n, m) = \frac{(n+m)!}{n!m!}$$

Por lo que sustituyendo tenemos lo siguiente:

$$M(1, 5) = \frac{6!}{1 * 5!} = 6 \quad M(1, 4) = \frac{5!}{1 * 4!} = 5 \quad M(1, 3) = \frac{4!}{1 * 3!} = 4 \quad M(1, 2) = \frac{3!}{1 * 2!} = 3$$

$$M(1, 1) = \frac{2!}{1 * 1!} = 2 \quad M(2, 5) = \frac{7!}{2! * 5!} = 21 \quad M(2, 4) = \frac{6!}{2! * 4!} = 15 \quad M(2, 3) = \frac{5!}{2! * 3!} = 10$$

$$M(2, 2) = \frac{4!}{2! * 2!} = 6 \quad M(2, 1) = \frac{3!}{2! * 1!} = 3 \quad M(3, 5) = \frac{8!}{3! * 5!} = 56 \quad M(3, 4) = \frac{7!}{3! * 4!} = 35$$

$$M(3, 3) = \frac{6!}{3! * 3!} = 20 \quad M(3, 2) = \frac{5!}{3! * 2!} = 10 \quad M(3, 1) = \frac{4!}{3! * 1!} = 4 \quad M(4, 5) = \frac{9!}{4! * 5!} = 126$$

$$M(4, 4) = \frac{8!}{4! * 4!} = 70 \quad M(4, 3) = \frac{7!}{4! * 3!} = 35 \quad M(4, 2) = \frac{6!}{4! * 2!} = 15 \quad M(4, 1) = \frac{5!}{4! * 1!} = 5$$

$$M(5, 5) = \frac{10!}{5! * 5!} = 252 \quad M(5, 4) = \frac{9!}{5! * 4!} = 126 \quad M(5, 3) = \frac{8!}{5! * 3!} = 56 \quad M(5, 2) = \frac{7!}{5! * 2!} = 21$$

$$M(5, 1) = \frac{6!}{5! * 1!} = 6$$

#### 5. Demostrar la fórmula de $M(n, m)$