Reconocimiento de patrones
2022-2

Ejercicio clase #3

20/04/2022

Acosta Imandt Daniel

Para $p(x) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} e^{(-\frac{x_1^2}{4} - \frac{x_2^2}{2})}$

1. Calcular μ

Sabemos que

$$\mu_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_1 x_2}{2\pi\sqrt{2}} e^{(-\frac{x_1^2}{4} - \frac{x_2^2}{2})} dx_1 = \frac{x_2}{2\pi\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 e^{(-\frac{x_1^2}{4} - \frac{x_2^2}{2})} dx_1 = \frac{x_2}{2\pi\sqrt{2}} (-2e^{\frac{-x_1^2}{4} - \frac{x_2^2}{2}} + 2e^{-\frac{x_1^2}{4} - \frac{x_2^2}{2}}) = 0$$

$$\mu_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_1 x_2}{2\pi\sqrt{2}} e^{(-\frac{x_1^2}{4} - \frac{x_2^2}{2})} dx_2 = \frac{x_2}{2\pi\sqrt{2}} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 e^{(-\frac{x_1^2}{4} - \frac{x_2^2}{2})} dx_2 = \frac{x_1}{2\pi\sqrt{2}} (-e^{\frac{-x_1^2}{4} - \frac{x_2^2}{2}} + e^{-\frac{x_1^2}{4} - \frac{x_2^2}{2}}) = 0$$

$$\underline{\implies \mu = (0, 0)}$$

2. Calcular Σ

Sabemos que

$$Var(x_1) = 2$$

$$Var(x_2) = 1$$

Ahora notamos que x_1 y x_2 son independientes por lo que $Cov(x_1, x_2) = Cov(x_2, x_1) = 0$.
Por lo que llegamos a que

$$\Sigma = \begin{pmatrix} Var(x_1) & Cov(x_1, x_2) \\ Cov(x_2, x_1) & Var(x_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Calcular Σ^{-1}

Queremos encontrar la matrix inversa de Σ, para eso sabemos que:

$$\Sigma^{-1} = \frac{1}{|\Sigma|} \begin{pmatrix} 1 & -0 \\ -0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Calcular $|\Sigma|$

Ahora sacamos el determinante de Σ

$$det(\Sigma) = 2(1) - 0 = 2$$

$$\underline{|\Sigma| = 2}$$