

LAPORAN RESEARCH BASED LEARNING

GERAK ZAT PADAT DALAM FLUIDA

Zahra Auria, Eugenia Jessica, Muhammad Daffa Fawwaz F. J.

10221022, 10221026, 10221040

Program Studi Fisika, Institut Teknologi Bandung, Indonesia

Email: 10221022@mahasiswa.itb.ac.id

10221026@mahasiswa.itb.ac.id

10221040@mahasiswa.itb.ac.id

Asisten: Rosi Yogandini / 10219041

Abstrak

Gerak zat padat dalam fluida merupakan salah satu bagian dalam mekanika fluida yang dipelajari pada waktu ini. Mekanika fluida sendiri membahas mengenai sifat fisis suatu fluida. Dengan adanya pemahaman mengenai fluida secara keseluruhan, tujuan dari percobaan ini adalah untuk menentukan kelajuan terminal partikulat yang bergerak turun di dalam wadah berisi fluida akibat gravitasi sekaligus untuk mempelajari efek densitas dan diameter partikulat pada dinamika partikulat. Metode yang digunakan untuk menyelesaikan tujuan ini adalah metode Lattice-Boltzmann yang berhubungan dengan persamaan Navier-Stokes sehingga dapat langsung mendefinisikan distribusi probabilitas posisi, kecepatan, dan waktu yang kemudian dievaluasi lagi dengan menggunakan metode IBLBM yang mendefinisikan titik lagrangian pada batas yang digambarkan sebagai partikulat yang bergerak. Hasil percobaan ini dapat dilihat pada kesimpulan yang menunjukkan grafik dengan kurva-kurva yang mempersembahkan kelajuan terminal partikulat serta efek densitas dan diameter partikulat pada dinamika partikulat tersebut.

Kata kunci : Fluida, kecepatan terminal, Stokes, viskositas

I. Pendahuluan

Eksperimen ini bertujuan untuk menentukan kelajuan terminal partikulat yang bergerak turun di dalam wadah berisi fluida akibat gravitasi sekaligus mempelajari efek densitas dan diameter partikulat pada dinamika partikulat.

Pada umumnya, mekanika fluida dapat didefinisikan sebagai ilmu yang berhubungan dengan perilaku fluida diam atau bergerak, dan interaksi fluida dengan padatan atau cairan lain di batas. Ada berbagai macam problem terkait aliran fluida yang ditemui dalam praktiknya, dan biasanya mudah untuk mengklasifikasikannya atas dasar beberapa karakteristik umum untuk membuatnya layak untuk dipelajari mereka secara berkelompok. Ada banyak cara untuk mengklasifikasikan masalah aliran fluida, dan pada eksperimen ini mengikuti kategori fluida yang termampatkan dan yang tidak termampatkan.

Aliran fluida diklasifikasikan sebagai dapat dimampatkan atau tidak dapat dimampatkan, tergantung pada tingkat variasi densitas selama aliran. Kondisi tidak dapat dimampatkan adalah perkiraan, di mana aliran dikatakan mampat jika kepadatan atau densitas tetap hampir konstan di seluruh titik. Oleh karena itu, volume setiap porsi cairan tetap tidak berubah selama gerakannya ketika aliran didekati sebagai tidak dapat dimampatkan. Kepadatan cairan pada dasarnya konstan, dan dengan demikian aliran cairan biasanya tidak dapat dimampatkan^[2].

Pembahasan mengenai kemampatan fluida merupakan bagian dari subbab mekanika fluida yang mengacu pada sifat fisik sebuah fluida. Untuk pembahasan yang lebih lengkap dan akurat, maka digunakan pula ilmu dinamika fluida. Dinamika fluida memberikan struktur sistematis yang mencakup hukum empiris dan semi-empiris yang berasal dari pengukuran

aliran dan digunakan untuk memecahkan masalah praktis. Solusi untuk masalah dinamika fluida biasanya melibatkan perhitungan berbagai sifat fluida, seperti kecepatan aliran, tekanan, densitas, dan temperatur, sebagai fungsi ruang dan waktu^[10].

Persamaan Navier-Stokes, dalam dinamika fluida, merupakan persamaan diferensial parsial yang menggambarkan aliran fluida mampat. Persamaan ini ditingkatkan pada abad ke-19, meskipun solusi lengkap diperoleh hanya untuk kasus aliran dua dimensi sederhana. Vortisitas dan turbulensi kompleks, atau kekacauan, yang terjadi dalam aliran fluida tiga dimensi (termasuk gas) saat kecepatan meningkat telah terbukti tidak dapat diatasi dengan metode analisis numerik apa pun kecuali perkiraan^[6]. Persamaan Navier-Stokes dapat ditulis sebagai,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla \bar{u} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \nabla^2 \bar{u} \quad (1)$$

Keterangan:

- u : Vektor kecepatan fluida ($\frac{m}{s}$)
 P : Tekanan fluida (Pa)
 ρ : Massa jenis fluida ($\frac{kg}{m^3}$)
 ν : Viskositas kinematis ($Poise$)

Sebuah objek yang mengalir dalam dalam sebuah fluida kental (*viscous fluid*) dapat dilihat sebagai objek diam yang berada pada aliran fluida yang mengalir. Terdapat tiga jenis aliran fluida yang memungkinkan: laminar, turbulen, dan kombinasi keduanya^[11].

Gerak sebuah objek dalam fluida dapat diprediksi ketika objek tersebut menciptakan turbulensi. Kita menggunakan angka Reynolds dalam bentuk lain N_R' untuk mendefinisikan gerak objek dalam fluida, yang mana persamaan matematisnya dapat dinyatakan sebagai berikut^[11].

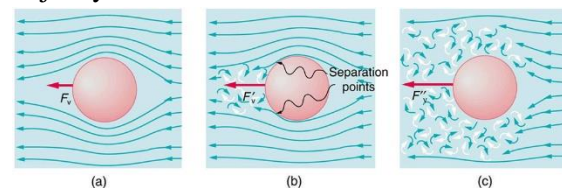
$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (2)$$

Keterangan:

- ρ : Massa jenis fluida ($kg\ m^{-3}$)

- v : Kecepatan objek di dalam fluida ($m\ s^{-1}$)
 L : Panjang karakteristik dari sebuah objek (misalnya, diameter sebuah cakram) (m)
 η : Viskositas ($kg\ m^{-1}\ s^{-1}$)

Jika angka Reynolds N_R' kurang dari 1, maka aliran fluida di sekitar objek adalah laminar, terkhususnya apabila objek tersebut memiliki bentuk mulus. Apabila angkanya berada dalam rentang 1 sampai 10, aliran fluidanya merupakan transisi dari laminar ke turbulen, bergantung pada permukaan objeknya, apakah kasar atau licin. Sementara itu, jika angkanya berada dalam rentang 10 sampai 10^6 , aliran fluida di sekitar benda merupakan kombinasi antara laminar dan turbulen, dapat pula berosilasi di antara keduanya. Namun, jika angkanya menunjukkan lebih dari 10^6 , aliran fluidanya menjadi turbulen di mana-mana, termasuk di sekitar permukaan objeknya^[11].



Gambar 1. (a) Aliran fluida laminar di sekitar objek yang bergerak, terdapat gaya hambat F_V karena viskositas fluida. (b) Aliran fluida menjadi sebagian turbulen karena objek bergerak dalam kecepatan relatif tinggi. (c) Aliran fluida menjadi turbulen di mana-mana pada kecepatan yang lebih tinggi lagi^[11].

Fluida dengan viskositas tertentu akan menimbulkan gaya resistansi atau gaya hambat pada objek yang bergerak dalam fluida tersebut. Gaya tersebut disebut sebagai viscous drag F_V . Gaya ini dapat bergantung pada kecepatan gerak objek tersebut di dalam fluida, tergantung kondisi aliran fluida tersebut. Menurut eksperimen yang sudah dilakukan, viscous drag akan berbanding lurus dengan kecepatan jika alirannya laminar, dan berbanding lurus dengan kuadrat kecepatannya jika angka Reynolds-nya (N_R') di antara 10 sampai 106. Ketika angka N_R' berada di atas 106, hambatannya akan

meningkat secara drastis dan fluida bertindak lebih kompleks^[11].

Kemungkinan gaya yang bekerja pada permukaan objek yang berada dalam fluida tidak hanya datang dari viscous drag, tetapi juga terdapat gaya apung atau yang dikenal sebagai gaya Archimedes^[11]. Kenaikan viscous drag F_V akan menyebabkan penurunan akselerasi pada objek yang bergerak di dalam fluida, hingga akhirnya mencapai kecepatan kritis ketika akselerasinya bernilai nol. Dengan kata lain, total gaya yang bekerja pada permukaan objek tersebut adalah nol. Kecepatan tersebut disebut sebagai kecepatan terminal dan nilainya konstan^[11].

Misalkan, kita mengambil kasus sebuah piringan jatuh dalam fluida karena beratnya sendiri, partikel tersebut akan berakselerasi sampai total gayanya nol sehingga partikel hanya akan bergerak konstan pada kecepatan terminalnya. Piringan tersebut dapat dilihat sebagai objek dua dimensi berbentuk lingkaran. Pertama, kita tahu bahwa bisa jadi terdapat tiga buah gaya bekerja pada piringan tersebut, yakni gaya gravitasi, gaya Archimedes, dan gaya yang disebabkan oleh viskositas (viscous drag). Asumsikan bahwa gaya-gaya inersia lain selain gaya yang disebabkan oleh viskositas dapat diabaikan jika dikomparasikan terhadap viscous drag. Rasio dari gaya inersia terhadap viscous drag dapat direpresentasikan dengan angka Reynolds. Pengabaian ini dapat dilakukan jika angka Reynolds dari aliran fluida ini sangat kecil^[7].

Asumsi lain yang kita pegang terhadap kasus ini adalah, tidak ada permukaan batas (surface bound) yang cukup dekat untuk mempengaruhi aliran di sekeliling piringan, piringan tersebut rigid, gerak dari piringan tersebut tunak, dan tidak ada slip antara fluida dan piringan sehingga hukum Stokes dapat digunakan^[7]. Hukum Stokes mendapati bahwasanya viscous drag F_V yang melawan gerak dari lingkaran dalam bidang dua dimensi pada batas $L=0$ hingga $L=8D$ dengan D adalah diameter adalah sebagai berikut.

$$F_V = -4\pi c \mu v \quad (3)$$

Keterangan:

μ : Viskositas dinamik ($kgm^{-1}s^{-1}$ atau *Poise*)

v : Kecepatan dari cakram relatif terhadap fluida ($m s^{-1}$)

c : Konstanta yang berhubungan dengan diameter dan lebar kanal

Dengan c yang memiliki nilai,

$$\begin{aligned} c &= \left(\ln \left(\frac{W}{D} \right) - 0,9157 \right. \\ &\quad + 1,7244 \left(\frac{D}{W} \right)^2 - 1,7302 \left(\frac{D}{W} \right)^4 \\ &\quad + 2,4056 \left(\frac{D}{W} \right)^6 \\ &\quad \left. - 4,5913 \left(\frac{D}{W} \right)^8 \right)^{-1} \end{aligned} \quad (4)$$

Keterangan:

W : Lebar kanal yang dilewati piringan (m)

D : Diameter piringan (m)

Pada praktiknya, ketika piringan jatuh, akan ada efek dari dinding kanal tempat fluida berada, sehingga konstanta c akan memberikan nilai koreksi terhadap hukum Stokes pada kasus ini. Agar perhitungan sederhana dan *viscous drag* langsung berhubungan dengan diameternya, efek dari dinding kanal perlu diabaikan. Efek ini dapat diabaikan jika diameter dari kanal tersebut 100 kali lebih besar daripada diameter piringannya^[7].

Untuk mendapatkan hasil eksperimen yang sesuai dengan hukum Stokes, angka Reynolds yang dicari melalui Persamaan (3) haruslah kurang dari 0,1. Konsekuensinya adalah, untuk fluida seperti air atau udara yang memiliki viskositas rendah, piringan tersebut harus berukuran mikroskopik agar dapat memenuhi hukum Stokes. Sebaliknya, jika ingin mengamati piringan yang memiliki diameter makroskopik, viskositas fluidanya haruslah besar atau kecepatannya sangat kecil agar dapat memenuhi hukum Stokes^[7].

Asumsikan diameter piringan tersebut kecil sehingga angka Reynolds cukup kecil agar

hukum Stokes dapat berlaku. Total gaya yang bekerja pada piringan tersebut dapat diuraikan sebagai berikut^[7].

$$\Sigma F = F_g + F_{Archimedes} + F_v \quad (5)$$

Keterangan:

ΣF : Total gaya yang bekerja pada cakram (N)

F_g : Gaya gravitasi pada cakram (N)

$F_{Archimedes}$: Gaya apung pada cakram (N)

Dari Persamaan (5), kita dapat menurunkan kecepatan terminal yang terjadi ketika $\Sigma F = 0$, sehingga persamaan kecepatan terminal di mana hukum Stokes berlaku adalah sebagai berikut.

$$V_T = \frac{D^2(\rho_s - \rho)g}{16c\mu} \quad (6)$$

Karena $\mu = \nu\rho_f$, maka,

$$V_T = \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1\right) \frac{gD^2}{16c\nu} \quad (7)$$

Keterangan:

ρ_s : Massa jenis atau densitas cakram ($kg\ m^{-3}$)

ρ_f : Massa jenis atau densitas fluida ($kg\ m^{-3}$)

Sementara itu, *viscous drag* akan berbanding lurus dengan kuadrat kecepatannya jika angka Reynolds-nya (N_R') di antara 10 sampai 10^6 , yang secara matematis dapat dituliskan sebagai berikut.

$$F_D = -kv^2\hat{v} \quad (8)$$

Keterangan:

k : Konstanta gaya hambat ($kg\ s^{-1}$)

Dalam simulasi untuk dinamika fluida, ilmu komputasi digunakan untuk mempermudah perhitungan dan aplikasi numerikal secara langsung dari persamaan Navier-Stokes. Masalah mekanik fluida modern tidak mungkin dipecahkan tanpa menggunakan *computational fluid dynamics* (CFD). Seperti yang telah dilihat, ruang lingkup solusi analitik untuk persamaan fundamental

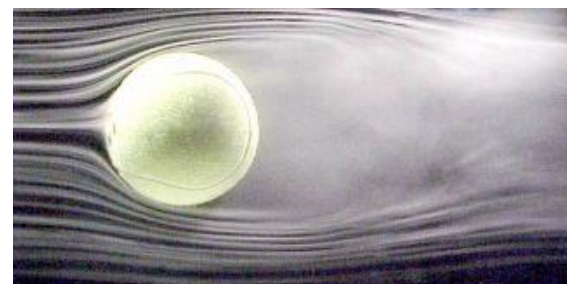
mekanika fluida sangat terbatas dan, ketika geometri yang lebih sulit ditemui, biasanya kita harus memilih metode numerik tertentu untuk memperoleh solusi^[4]. *Computational fluid dynamic* (CFD) dapat digunakan untuk mencari persamaan *Lattice Boltzmann*.

Lattice Boltzmann Equation (LBE) adalah bentuk minimal dari persamaan kinetik Boltzmann yang dimaksudkan untuk mensimulasikan perilaku dinamis aliran fluida tanpa langsung menyelesaikan persamaan mekanika fluida kontinum. Alih-alih, dinamika fluida makroskopik muncul dari dinamika yang mendasari ansambel partikel fiktif, yang gerak dan interaksinya terbatas pada kisi ruang-waktu reguler. Persamaan *Boltzmann* kecepatan diskrit ini sebagian besar dimaksudkan untuk memberikan persamaan model yang lebih sederhana, kadang-kadang bahkan dapat ditelusuri secara analitis, untuk dinamika gas yang dijernihkan, tetapi tidak pernah dimaksudkan sebagai alternatif komputasi untuk solusi numerik dari persamaan Navier-Stokes dari dinamika fluida kontinum^[8].

Persamaan *Lattice Boltzmann* ditulis sebagai:

$$f_i(\vec{r} + \vec{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\vec{r}; t) + \Omega_{ij} \left(f_j^{eq}(\vec{r}; t) - f_j(\vec{r}; t) \right) \quad (9)$$

Dimana $f_i(\vec{r}; t)$ merupakan probabilitas untuk menemukan partikel pada posisi \vec{r} dan waktu t serta dengan kecepatan $\vec{v} = \vec{c}_i$.

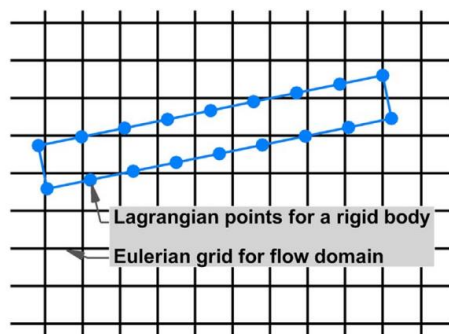


Gambar 2. Tes terowongan angin (*wind tunnel*) pada bola tenis yang dilakukan oleh NASA, terlihat aliran udara (fluida) di sekitarnya. Hal ini merupakan salah satu contoh fenomena objek (khususnya benda padat) yang bergerak di dalam fluida^[5].

Salah satu simulasi yang diamati adalah permasalahan cakram sebagai benda

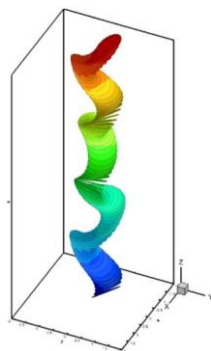
padat dalam suatu fluida pada wadah tertentu yang berperan sebagai batas (*boundary*). Penggunaan *Lattice-Boltzmann Equation* dapat digunakan dalam perlakuan simulasinya yaitu dengan menggunakan *Immersed-Boundary Lattice-Boltzmann Method*.

Dengan memenuhi asumsi yang digunakan pada LBE yaitu aliran fluida yang tidak kompresibel, suatu permasalahan yang terkait dengan batasan yang bergerak dapat diselesaikan dengan LBM yaitu dengan menggunakan kumpulan titik Lagrangian pada permukaan benda padat sehingga terdapat titik-titik gaya yang berlaku pada benda padat tersebut serta dengan menggunakan petakan koordinat Euler sebagai batasan yang dianggap tetap^[9].



Gambar 3. Visualisasi ide IBLBM^[12].

Dengan melakukan komputasi pada program IBLBM dapat didefinisikan trayektori dari cakram yang jatuh bebas dalam suatu fluida.



Gambar 4. Salah satu contoh Gerakan cakram yang jatuh bebas dalam fluida^[12].

II. Alat dan Bahan

Alat dan bahan yang digunakan pada eksperimen ini adalah sebagai berikut.

- Program simulasi Gerak Benda Padat Dalam Fluida
- Laptop untuk menjalankan simulasi

III. Metode Percobaan

Sebelum melakukan eksperimen, program simulasi perlu dipastikan sudah diunduh dan dipasang pada perangkat elektronik. Pada program simulasi tersebut, terdapat dua fail, yaitu `IBLBM_Ndisks_fast.exe` dan `parameters.dat`. Terdapat dua eksperimen yang akan dilakukan, yakni menentukan kelajuan terminal dan menentukan efek densitas dan diameter partikulat.

Pertama, untuk menentukan kelajuan terminal, digunakan program `IBLBM_Ndisks_fast.exe` untuk menentukan variasi kelajuan yang dialami oleh sebuah partikulat yang bergerak dalam wadah berisi air. Setelah variasi ditentukan, plot komponen kecepatan partikulat dalam arah vertikal terhadap iterasi waktu dan plot posisi partikulat dalam arah vertikal terhadap iterasi waktu dibuat. Kemudian, identifikasi nilai kelajuan terminal yang diperoleh dari program tersebut. Selanjutnya, kurva kelajuan partikulat terhadap iterasi waktu untuk kedua jenis fluida dibandingkan.

Kedua, untuk menentukan efek densitas dan diameter partikulat, eksperimen ini sama-sama menggunakan program `IBLBM_Ndisks_fast.exe` untuk menentukan variasi kelajuan yang dialami oleh sebuah partikulat yang bergerak dalam wadah berisi air, dengan variasi nilai diameter 0.275 mm, 0.300 mm, 0.325 mm, 0.350 mm, dan 0.375 mm. Setelah memasukkan angka variasi, plot komponen kecepatan partikulat dalam arah vertikal terhadap iterasi waktu dan plot posisi partikulat dalam arah vertikal terhadap iterasi waktu dibuat untuk setiap variasi nilai diameter dalam satu grafik. Setelah variasi diameter selesai dilakukan, eksperimen berlanjut untuk pilihan diameter 0.3 mm dengan variasi rasio densitas benda padat terhadap fluidanya: 1.50, 1.75, 2.00, 2.25, dan 2.50. Setelah memasukkan angka variasi, plot komponen kecepatan partikulat dalam arah vertikal terhadap iterasi

waktu dan plot posisi partikulat dalam arah vertikal terhadap iterasi waktu dibuat untuk setiap variasi nilai rasio densitas dalam satu grafik.

Hipotesis percobaan ini adalah semakin besar variasi diameter pada partikulat, maka besar kecepatan partikulat akan semakin besar, hipotesis ini menuju kepada persamaan yang ditulis pada Teori Dasar dalam Persamaan (7) yang menunjukkan bahwa diameter berbanding lurus terhadap kecepatan partikulat. Untuk kasus variasi diameter yang sama dengan ditinjau hasil plot posisi partikulat, dapat dikatakan bahwa semakin besar diameter, semakin tinggi posisi awal pada grafiknya dan juga menghasilkan perpindahan posisi paling besar. Pada kasus variasi rasio densitas benda padat terhadap fluidanya, hipotesis percobaan adalah semakin besar densitas benda yang digunakan, maka akan gerak partikulat akan semakin cepat dan tidak membutuhkan waktu yang lama untuk menghasilkan grafik yang terlihat jelas perubahannya. Untuk kasus variasi rasio yang sama, hasil plot posisi partikulat pada rasio densitas terbesar akan terlihat lebih dahulu atau memerlukan waktu lebih sedikit untuk menunjukkan grafik yang jelas.

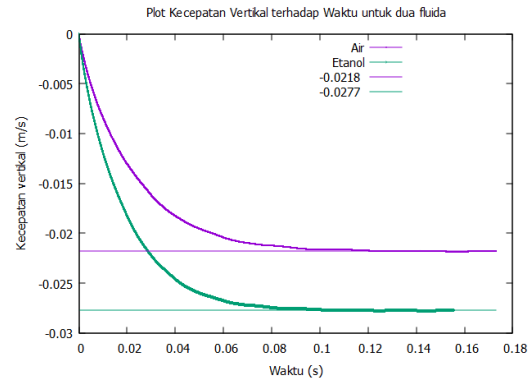
IV. Data dan Pengolahan data

Pada percobaan pertama dipilih air dan etanol untuk menentukan perbandingan jenis fluida. Pada “parameters.dat” dan “Conversion_param.xlsx” didapat informasi mengenai ρ_{solid} yaitu $1500 \frac{kg}{m^3}$ apabila asumsi ρ_{air} tepat $1000 \frac{kg}{m^3}$ dikarenakan rasionya sebesar 1,5. Parameter diameter tidak diubah pada perbandingan fluida sehingga ditentukan diameter solid sebesar 0,300 mm.

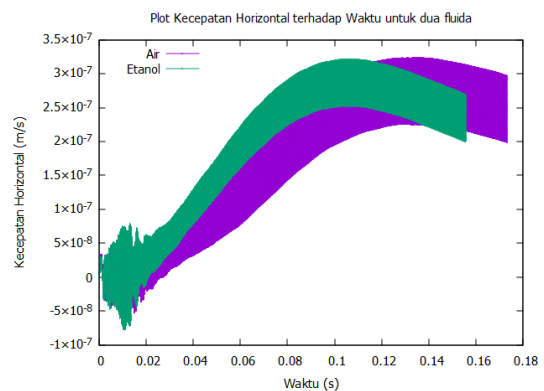
Tabel 1. Data viskositas kinematik kedua fluida.

Data viskositas kinematik ($\frac{m^2}{s}$)	
Air	Etanol
10^{-6}	$1,5 \times 10^{-6}$

Dengan kemudian melakukan variasi parameter pada viskositas kinematik. Program “IBLBM_Ndisks_fast.exe” dieksekusi sehingga mendapatkan data sebagai berikut:



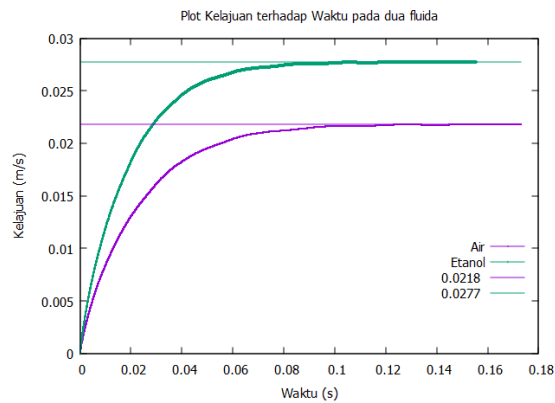
Gambar 5. Plot kecepatan vertikal partikulat terhadap waktu pada kedua fluida.



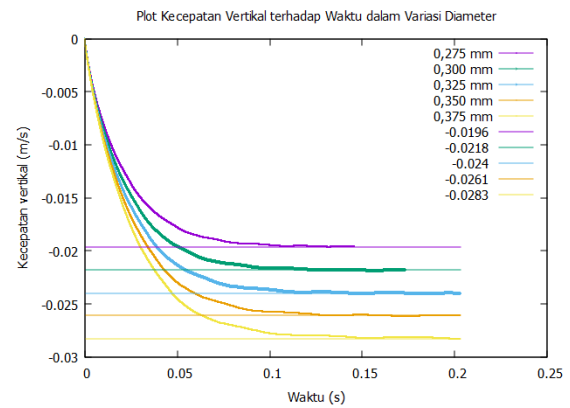
Gambar 6. Plot kecepatan horizontal partikulat terhadap waktu pada kedua fluida.

Dari kedua data kecepatan di tiap arah koordinat sumbu, didapat kelajuan partikulat dengan menghitung magnitudo kecepatan sehingga didapat plot data kelajuan.

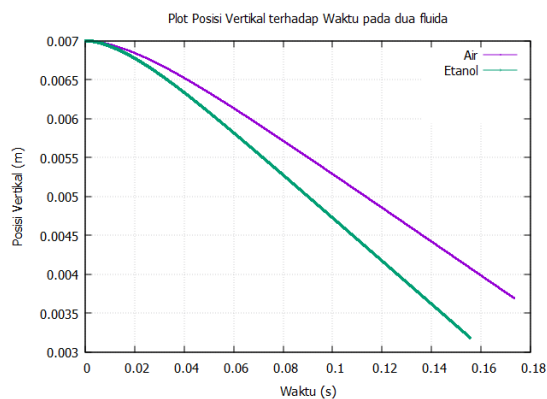
$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$



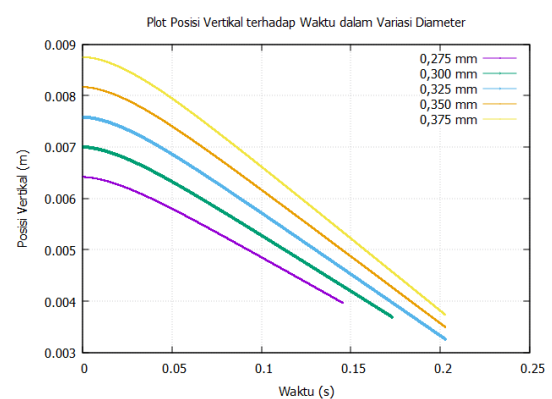
Gambar 7. Kelajuan partikulat terhadap waktu pada dua fluida.



Gambar 9. Plot kecepatan vertikal partikulat terhadap waktu dalam variasi diameter.



Gambar 8. Plot posisi vertikal partikulat terhadap waktu pada kedua fluida.



Gambar 10. Plot posisi vertikal partikulat terhadap waktu dalam variasi diameter.

Pada percobaan kedua, dengan menggunakan variasi diameter sebagai berikut:

Tabel 2. Variasi diameter solid.

Diameter (mm)
0,275
0,300
0,325
0,350
0,375

Dengan melakukan variasi diameter dengan mengubah nilai diameter pada berkas “parameters.dat” dengan nilai pada tabel y. kemudian program “IBLBM_Ndisks_fast.exe” dieksekusi sehingga didapatkan data yang akan diplot yaitu “fort.64” untuk posisi dan “fort.63” untuk kecepatan.

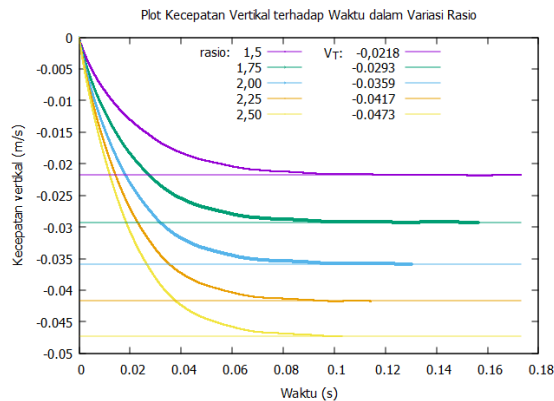
Kemudian variasi selanjutnya yaitu variasi rasio solid dengan fluida dengan menggunakan data variasi rasio sebagai berikut:

Tabel 3. Variasi rasio solid.

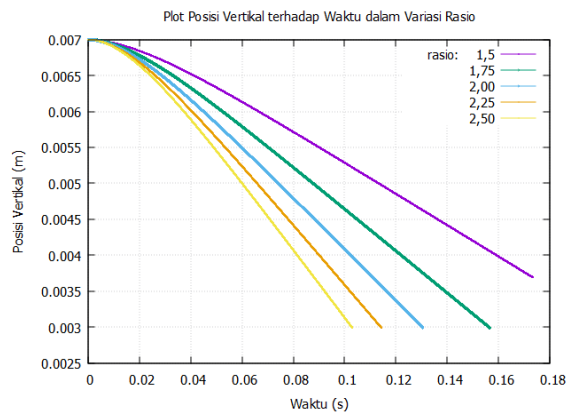
$\frac{\rho_{solid}}{\rho_{fluida}}$
1,50
1,75
2,00
2,25
2,50

Dengan melakukan variasi rasio dengan mengubah nilai rasio pada berkas “parameters.dat” dengan nilai pada tabel y. kemudian program “IBLBM_Ndisks_fast.exe” dieksekusi sehingga didapatkan data yang akan

diplot yaitu “fort.64” untuk posisi dan “fort.63” untuk kecepatan.



Gambar 11. Plot kecepatan vertikal partikulat terhadap waktu dalam variasi rasio.



Gambar 12. Plot posisi vertikal partikulat terhadap waktu dalam variasi rasio.

Berdasarkan data yang telah diambil dan diplot ke dalam bentuk grafik, dapat ditentukan besaran V_T atau kecepatan terminalnya dengan melihat garis horizontal konstan dalam grafik eksponen pada grafik kecepatan terhadap waktu sebagaimana pada tabel 4 (terlampir).

V. Pembahasan

Pada tabel 4 terlampir, terdapat perbandingan data teoretis yang dihitung menggunakan persamaan yang diturunkan dari model Stokes pada cakram berdiameter D dengan batas $L=0$ hingga $L=8D$ dengan data eksperimen yang didapat dengan menjalankan program dengan basis *Immersed Boundary Lattice-Boltzmann Method*. Data galat yang

dihasilkan menunjukkan konsistensi galat yang tidak melebihi 52% sehingga dapat diasumsikan tidak ada *outlier* dan hasil perhitungan dipengaruhi oleh beberapa pendekatan berbeda. Besar kecepatan terminal yang berbeda ini dapat dipengaruhi oleh metode perhitungan, pada perhitungan teoretisnya, persamaan kecepatan terminal diturunkan dari Hukum Newton II yang memberikan asumsi dan idealisasi pada kasus cakram jatuh bebas pada fluida dengan *drag force* $F_v = -4\pi c\mu v$ dengan c yang didefinisikan pada teori dasar. Sedangkan pada eksperimennya, pendekatan dilakukan dengan metode lain yaitu menggunakan persamaan Navier-Stokes yang dievaluasi menggunakan *Lattice-Boltzmann Equation LBE* sehingga persamaannya dapat langsung mendefinisikan distribusi probabilitas posisi, kecepatan, dan waktu yang kemudian dievaluasi lagi dengan menggunakan metode IBLBM yang mendefinisikan titik lagrangian pada batas yang digambarkan sebagai partikulat yang bergerak. Perbedaan metode ini tentunya menyebabkan asumsi yang digunakan tiap metode berbeda serta penyederhanaan yang terdapat pada perhitungan teoretis dapat menyebabkan perbedaan besar kecepatan terminal. Namun kesamaan yang dimiliki kedua metode adalah konsekuensi dari tiap variasi yang dilakukan yaitu seperti yang terdapat pada grafik yaitu gambar 9-12 yang menunjukkan bahwa semakin besar diameter dan rasionya, maka pengaruhnya adalah besar posisi dan kecepatan akan semakin besar juga. Hal ini juga berpengaruh pada perhitungan teoretik dan eksperimen pada kedua fluida berbeda yaitu air dan etanol, pada tabel 4 tercantum bahwa besar kecepatan terminal teoretik pada air dan etanol adalah -0,0328 m/s dan -0,0394 m/s serta besar kecepatan terminal eksperimennya -0,0218 m/s dan -0,0277 m/s. yang menunjukkan konsistensi dari konsekuensi variasi karakterisasi fluida.

Model Stokes diperoleh dari persamaan Navier-Stokes untuk Stokes flow (aliran Stokes) ketika angka Reynolds-nya sangat kecil. Angka Reynolds dihitung melalui Persamaan (2) dan agar model Stokes dapat digunakan sebagai gaya hambat harus menunjukkan nilai di bawah 0,1. Nilai Re 0,1 tersebut dapat diperoleh dari kombinasi fluida dengan viskositas rendah dan ukuran piringan yang mikroskopik. Dilihat dari nilai Re-nya, bisa disimpulkan bahwa aliran fluida tersebut adalah laminar dan permukaan dari objek tersebut mulus (sehingga tidak terjadi turbulensi di permukaannya). Sebaliknya, jika ingin mengamati piringan yang memiliki diameter makroskopik, viskositas fluidanya haruslah besar (very viscous fluid) atau kecepatannya sangat kecil agar dapat memenuhi hukum Stokes. Selain itu, syarat lainnya agar model Stokes berlaku adalah tidak ada permukaan batas (surface bound) yang cukup dekat untuk mempengaruhi aliran di sekeliling piringan, piringan tersebut berbentuk rigid, gerak dari piringan tersebut tunak, dan tidak ada slip antara fluida dan piringan.

Dari Persamaan (7), diperoleh bahwa kecepatan terminal merupakan fungsi dari diameternya, yang mana hubungan antara keduanya adalah kuadratik. Semakin besar diameter objek yang jatuh ke dalam fluida, kecepatan terminalnya akan semakin naik secara kuadratik. Sebaliknya, jika diameternya semakin kecil, maka kecepatan terminalnya akan semakin kecil. Dilihat dari Persamaan (7) pula, densitas berpengaruh terhadap kecepatan terminalnya, baik densitas fluidanya maupun densitas objeknya. Makin besar rasio densitas objek terhadap densitas fluida, makin besar nilai kecepatan terminalnya. Sebaliknya, semakin kecil nilai rasio tersebut, maka kecepatan terminal akan mengecil. Hal ini dapat dilihat pada gambar 9-12 yang menunjukkan variasi dari tiap datanya,

misalnya pada gambar 9 yang menunjukkan besar kecepatan terminal dari diameter 0,375 mm lebih besar dari besar kecepatan terminal dari partikulat berdiameter 0,300 mm. Pada gambar 11 juga terlihat kecepatan terminal partikulat pada rasio yang lebih besar menghasilkan magnitudo kecepatan yang lebih besar. Dengan mengetahui persamaan awal dari persamaan (7) yaitu:

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{Archimedes} + \mathbf{F}_V$$

Besar kecepatan terminal didefinisikan dari tiap gaya yang berpengaruh yaitu

$$\Sigma F = 0$$

$$F_g = mg = \rho_s g V$$

$$F_A = m_f g = \rho_f g V$$

Terlihat pada ketiga gaya, volume dari partikulat mempengaruhi besar gaya yang dirasakan sehingga apabila diameter membesar maka pengaruhnya akan memperbesar gaya yang dirasakan sehingga berdasarkan Hukum Newton II

$$\Sigma F = ma$$

Untuk sumbu y

$$\Sigma F_y = ma_y$$

$$ma_y = m\dot{v}_y = F_V + F_A + F_g$$

$$\dot{v}_y + \frac{16\pi c\mu}{\rho_s \pi D^2} v_y = \left(\frac{\rho_s}{\rho_f} - 1 \right) g$$

Sehingga persamaan kinematikanya didapat dari solusi diferensial diatas

$$V_y(t) = V_T + ke^{-\frac{16cv\rho_f}{\rho_s D^2}t}$$

Dengan memilih $t = 0$ maka didapat

$$k = -V_T$$

Sehingga

$$V_y(t) = V_T \left(1 - e^{-\frac{16cv\rho_f}{\rho_s D^2}t} \right)$$

Dan dengan melakukan pengintegralan, didapat persamaan posisinya

$$y(t) = y_0 + V_T t + V_T \frac{\rho_s D^2}{16cv\rho_f} \left(e^{-\frac{16cv\rho_f}{\rho_s D^2}t} - 1 \right)$$

Persamaan posisi dan kecepatan ini menunjukkan pengaruh rasio dan diameter yang berbanding lurus dengan besar kecepatan dan posisinya.

VI. Kesimpulan

Pada percobaan ini terdapat 2 kesimpulan yaitu:

1. Kelajuan terminal partikulat yang bergerak turun di dalam wadah berisi fluida akibat gravitasi dapat dilihat pada Gambar 5, Gambar 6, Gambar 7, dan Gambar 8 (jika melihat dari hasil permutlakan dan memfokuskan kepada magnitudo)
2. Efek densitas partikulat pada dinamika partikulat dapat dilihat pada Gambar 9 dan Gambar 10 serta efek diameter partikulat pada dinamika partikulat dapat dilihat pada Gambar 11 dan Gambar 12.

VII. Daftar Pustaka

- [1] Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N. (2007) in Transport Phenomena. 2nd edn. New York: John Wiley & Sons, Inc., pp. 58–61.
- [2] Cengel, Y. A., & Cimbala, J. M. (2014). *Fluid mechanics: Fundamentals and applications* (3th ed.). McGraw-Hill Education.
- [3] Chen, H., Liu, W., Chen, Z., Zheng, Z., A numerical study on the sedimentation of adhesive particles in viscous fluids using LBM-LES-DEM (2021) 391, 467-478.
- [4] E. Rapp, Bastian. (2023). Microfluidics: Modelling, Mechanics, and Mathematics Second Edition. Germany: Elsevier Incorporated.
- [5] <https://www.nasa.gov/centers/ames/news/releases/2000/00images/tennisball/Tennispage.html>
- [6] M Hosch, W. L. (2023, February 3). Navier-Stokes equation. Encyclopedia Britannica. <https://www.britannica.com/science/Navier-Stokes-equation>
- [7] Massey, B.S. and Ward-Smith, A.J. (2006) in Mechanics of Fluids. 8th edn. New York: Taylor & Francis, pp. 212–213.
- [8] N Sauro Succi et al. (2010) Lattice Boltzmann Method. Scholarpedia, 5(5):9507.
- [9] Rizqie Arbie, M., Umar Fauzi, Fourier D.E. Latief. (2019). Dynamics of two disks in a counter-flow using Immersed Boundary-Lattice Boltzmann method. Computers & Fluids. Volume 179, 2019, Pages 265-276, ISSN 0045-7930.
- [10] Tritton, D. J. (1977). Physical Fluid Dynamics. Netherlands: Springer Netherlands.
- [11] Urone, P.P. and Hinrichs, R. (2012) in College Physics. Houston: OpenStax College, pp. 519–520.
- [12] Y. Wang, C. Shu, L.M. Yang, C.J. Teo. (2017). An immersed boundary-lattice boltzmann flux solver in a moving frame to study three-dimensional freely falling rigid bodies. Journal of Fluids and Structures, Volume 68, 2017, Pages 444-465, ISSN 0889-9746.

Tabel 4. Data hasil perhitungan kecepatan terminal.

	$\frac{\rho_s}{\rho_f}$	D(m)	$g\left(\frac{m}{s^2}\right)$	$\nu\left(\frac{m^2}{s}\right)$	c	$V_{T_{eks}}$ (m/s)	$V_{T_{teori}}$ (m/s)	Galat(%)	Ar
Variasi fluida	1,50	0,0003	9,80	0,000001	-0,84014	-0,0218	-0,0328	33,55	
	1,90	0,0003		0,0000015		-0,0277	-0,0394	29,73	
Variasi diameter	1,50	0,000275		0,000001		-0,0196	-0,0276	28,90	
		0,0003				-0,0218	-0,0328	33,55	
		0,000325				-0,0240	-0,0385	37,67	
		0,000350				-0,0261	-0,0446	41,55	
		0,000375				-0,0283	-0,0513	44,79	
						-0,0218	-0,0328	33,55	
Variasi rasio	1,50	0,0003				-0,0394	-0,0492	40,46	
	1,75					-0,0359	-0,0656	45,29	
	2,00					-0,0417	-0,0820	49,16	
	2,25					-0,0473	-0,0984	51,94	
	2,50								