

# Sistemet Kombinatorike

*Tabelat Karno*



# Tabelat Karno – Hartat Karno

Ne kete leksion do te ilustrojme:

- Krijimin tabelave karno me 2, 3 dhe 4 ndryshohre.
- Thjeshtimin e funksioneve logjike duke perdorur tabelat karno.
- Perdorimin e kushteve indiferente ne tabelat karno per thjeshtimin e funksioneve logjike.

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$F = \bar{A}B(\bar{C} + C) + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$F = \bar{A}B + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$F = \bar{A}B + \bar{B}C(\bar{A} + A)$$

$$F = \bar{A}B + \bar{B}C$$

$\equiv$

	$\bar{C}$	$C$	
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	$F = \bar{A}B + \bar{B}C$
$\bar{A}B$	1	X	
$A\bar{B}$	1	0	
$AB$	0	1	
	$\bar{B}C$		

Algjebra e bulit

Tabela Karno

# Tabelat Karno

- Teknika grafike per thjeshtimin e funksioneve logjike.
- Procedura shume me te thjeshta, ne krahasim me algjebren e Bult.
- Mund te perdoren per cdo funksion logjik
  - Por jane me praktike per funksione logjike me 2, 3 dhe 4 ndryshore.

# Tabelat Karno

- Cdo rezultat ne tabelen e vertetesisë i korespondon një qelizë në tabelën Karno.
- Qelizat e tabelës janë emërtuara në mënyrë të tillë që ato të ndryshojnë nga njëra tjetra vetëm me një vlerë.
  - Duke përdorur kodin Grey
- Duke qenë se ndryshojnë vetëm me një njësi ato mund të grupohen, duke thjeshtuar me të funksionin logjik.
- Cdo grupim i thjeshtuar lidhet me të tjeret me:
  - operatorin OR (+) për Mintermat
  - operatorin AND (\*) për Maxtermat.

	$\bar{C}$	$C$
$\bar{A}\bar{B}$	0	1
$\bar{A}B$	1	X
$AB$	1	0
$A\bar{B}$	0	1

$F = \bar{A}B + \bar{B}C$

# Tabelat Karno

Numri qelizave =  $2^n$ , ku  $n$  numri indryshoreve

Per nje funksion me 2 ndryshore, tabela karno qe ndertohehet permбан  $2^2 = 4$  Qeliza

B \ A	0	1
0	$A + B$	$\bar{A} + B$
1	$A + \bar{B}$	$\bar{A} + \bar{B}$

Maxterm

B \ A	0	1
0	00 <span style="color: red;">0</span>	10 <span style="color: red;">2</span>
1	01 <span style="color: red;">1</span>	11 <span style="color: red;">3</span>

B \ A	0	1
0	$\bar{A}\bar{B}$	$A\bar{B}$
1	$\bar{A}B$	$AB$

Minterm



# Thjeshtimi

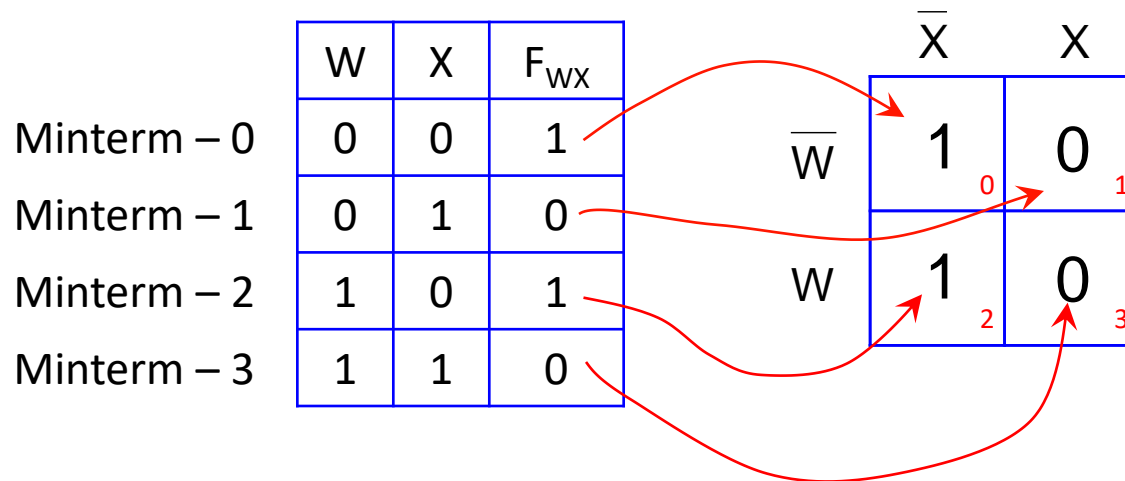
		$\bar{X}$	$X$
$\bar{W}$	$\bar{X}$	1	0
$\bar{W}$	$X$	1	0
$W$	$\bar{X}$	1	0
$W$	$X$		

$$\bar{W} \bar{X} + W \bar{X} = \bar{X}(\bar{W} + W) = \bar{X}$$

		$\bar{X}$	$X$
$\bar{W}$	$\bar{X}$	1	0
$W$	$\bar{X}$	1	0
	$X$		

# Tabela e vertetesise ne tabelen karno

Funksion logjike me 2 ndryshore



# Procesi i theshtimi

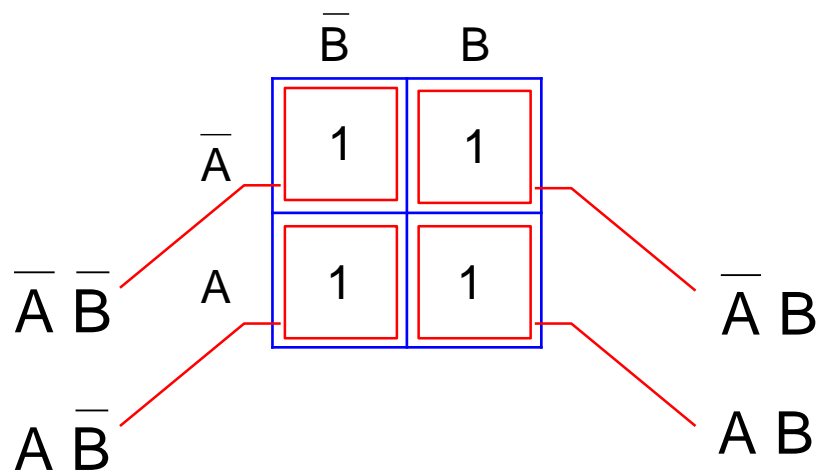
1. Ndertoni tabelen karno ne varesi te numrit te ndryshore
2. Vendosni '1' ('0') e dale nga rezultati ne qelizat koresponduese ne tabelen karkno.
3. Identifikoni dhe gruponi '1' ('0') fqinj duke patur kujdes:
  - a) Grupimet jane gjithemone fuqi e 2-shit (1, 2, 4, 8, 16)
  - b) Asnje '1' ('0') nuk duhet te lihet jashte nje grupimi
  - c) Mos krijoni grupime te dublikuara
  - d) '1' ('0') duhet te perfshihen ne nje grupim minimal



# Grupimi ne tabelat karno

## 2 ndryshore

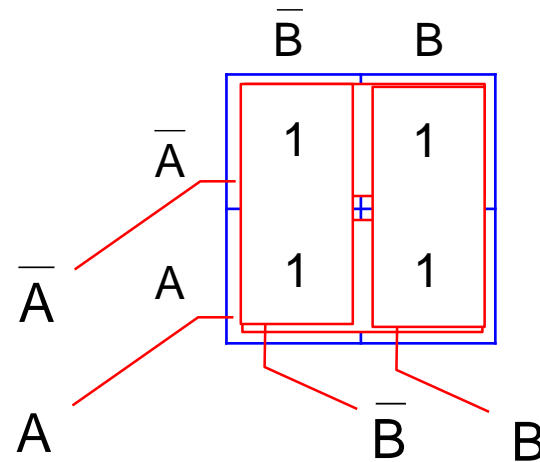
Grup 'nje' – 4



# Grupimi ne tabelat karno

## 2 ndryshore

Grup 'dy' – 2



# Grupimi ne tabelat karno

## 2 ndryshore

Grup 'Kater' – 1

	$\bar{B}$	$B$
$\bar{A}$	1	1
$A$	1	1

1

# Shembull 1:

Duke u nisur nga tabela e vertetesise kaloni ate ne tabelen karno dhe jepni funksionin e thjeshtuar logjik  $F_1$ .

J	K	$F_1$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

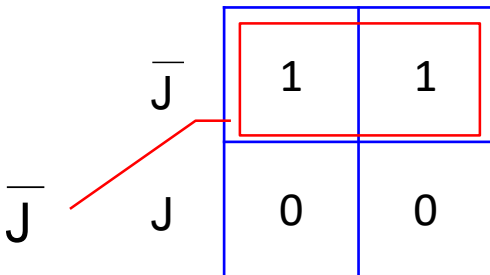

# Shembull 1:

Duke u nisur nga tabela e vertetesisë kaloni atë në tabelën karno dhe jepni funksionin e thjeshtuar logjik  $F_1$ .

Zgjidhja:

J	K	$F_1$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

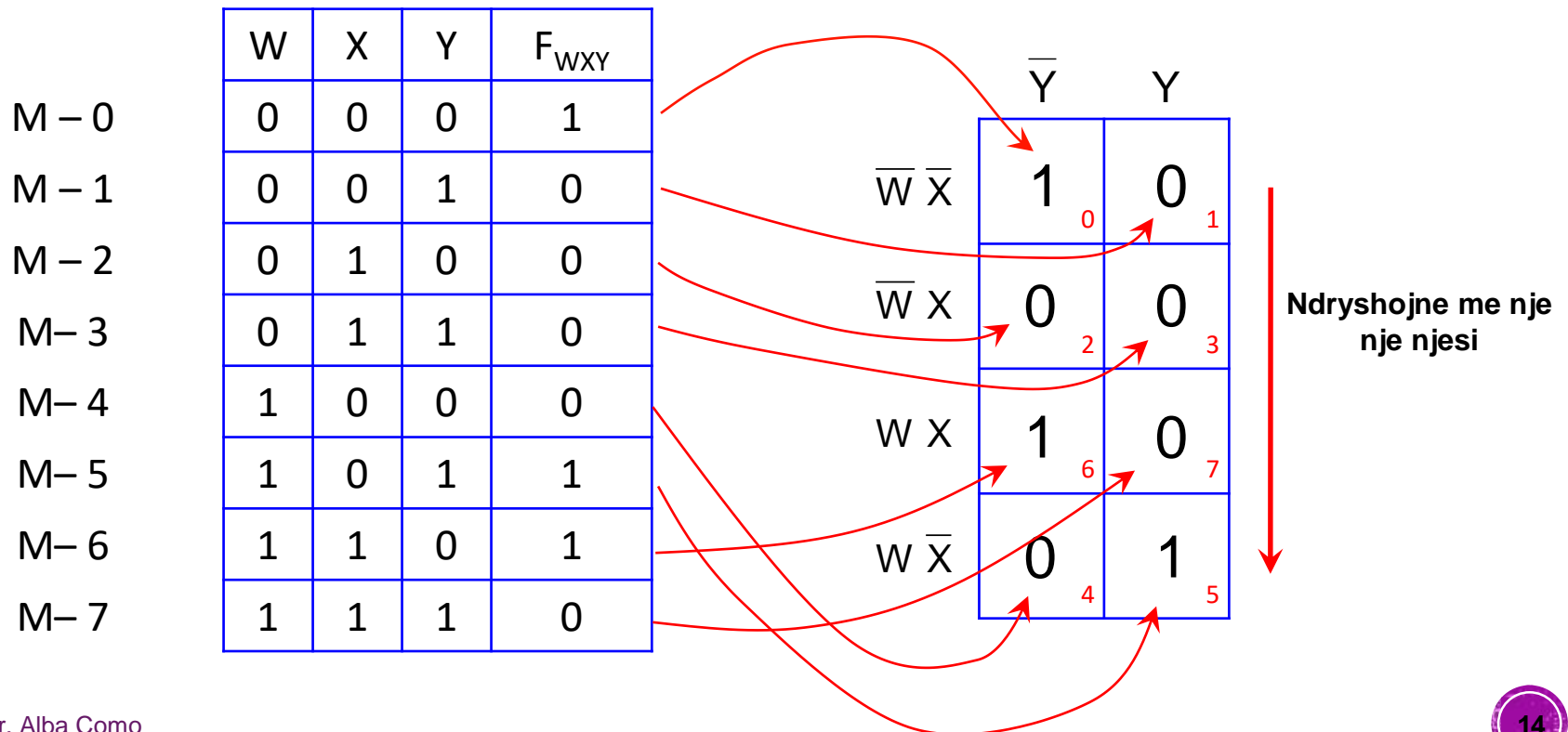
	$\bar{K}$	K
$\bar{J}$	1	1
J	0	0



$$F_1 = \bar{J}$$

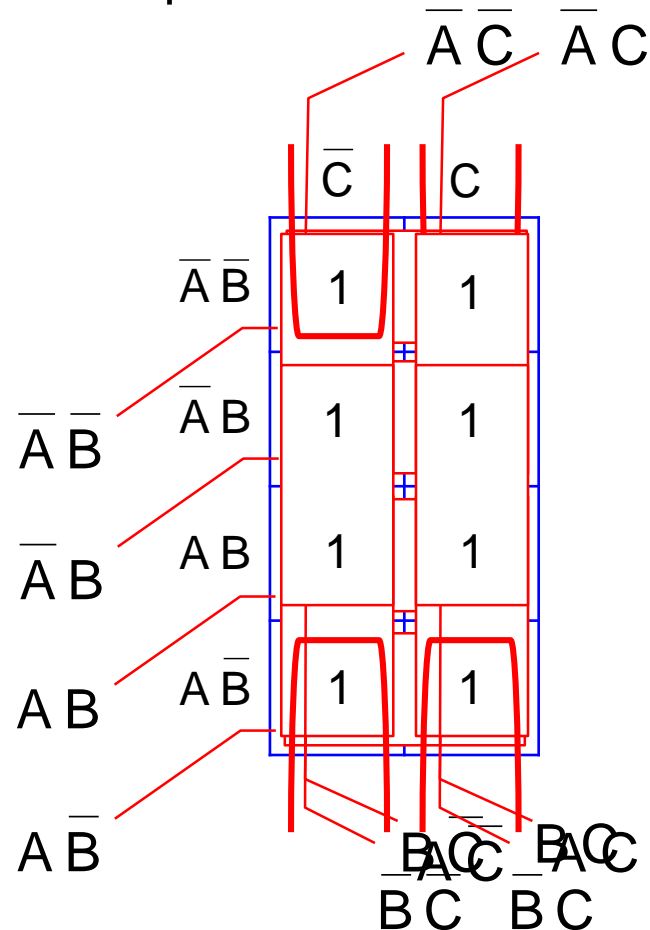
# Tabela e vertetesise ne harten Karno

## 3 Ndryshore



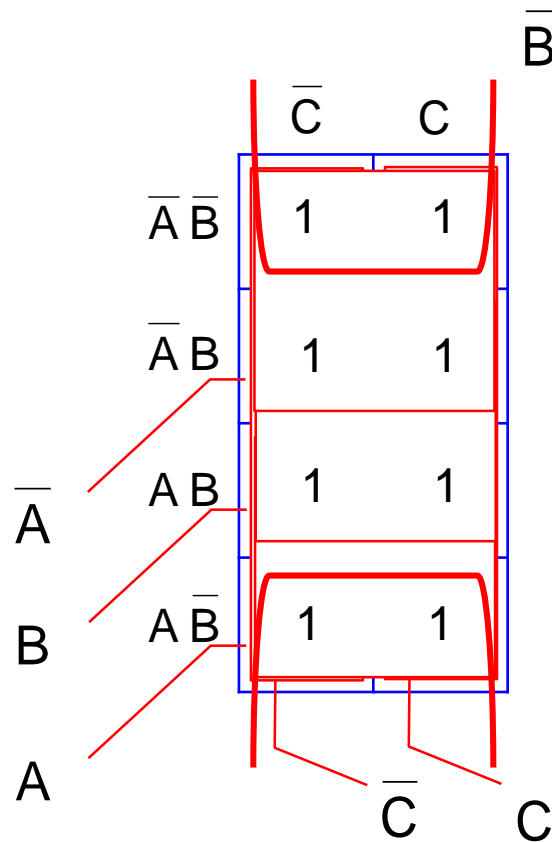
# Grupimi dhe Thjeshtimi

Groups '2'– 12



# Grupimi dhe Thjeshtimi

Groups '4'– 6





# Grupimi dhe Thjeshtimi

Group '8'- 1

	$\bar{C}$	$C$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1
$\bar{A}B$	1	1
$AB$	1	1
$A\bar{B}$	1	1

1

## Shembull 2:

Duke u nisur nga tabela e vertetesise kaloni ate ne tabelen karno dhe jepni funksionin e thjeshtuar logjik  $F_2$ .

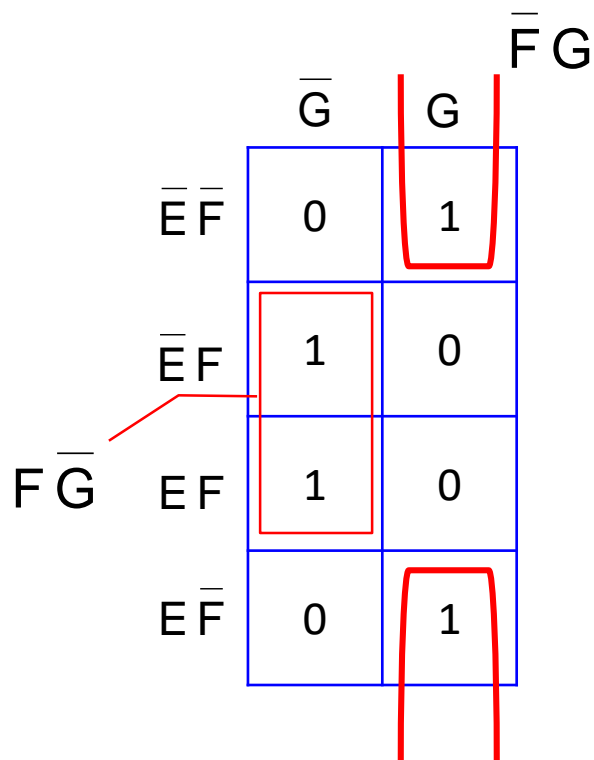
E	F	G	$F_2$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0


# Shembull2:

Duke u nisur nga tabela e vertetesise kaloni ate ne tabelen karno dhe jepni funksionin e thjeshtuar logjik  $F_2$ .

Zgjidhja:

E	F	G	$F_2$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0



$$F_2 = F\bar{G} + \bar{F}\bar{G}$$

# Tabela e vertetesisë në hartën Karno

## 4 Ndryshore

	W	X	Y	Z	$F_{WXYZ}$
M-0	0	0	0	0	0
M-1	0	0	0	1	1
M-2	0	0	1	0	1
M-3	0	0	1	1	0
M-4	0	1	0	0	1
M-5	0	1	0	1	1
M-6	0	1	1	0	0
M-7	0	1	1	1	1
M-8	1	0	0	0	0
M-9	1	0	0	1	0
M-10	1	0	1	0	1
M-11	1	0	1	1	0
M-12	1	1	0	0	1
M-13	1	1	0	1	0
M-14	1	1	1	0	1
M-15	1	1	1	1	1

Kolonat ndryshojnë me një njësi

→

	$\bar{Y}\bar{Z}$	$\bar{Y}Z$	$YZ$	$Y\bar{Z}$
$\bar{W}\bar{X}$	0 <sub>0</sub>	1 <sub>1</sub>	0 <sub>3</sub>	1 <sub>2</sub>
$\bar{W}X$	1 <sub>4</sub>	1 <sub>5</sub>	1 <sub>7</sub>	0 <sub>6</sub>
$W\bar{X}$	1 <sub>12</sub>	0 <sub>13</sub>	1 <sub>15</sub>	1 <sub>14</sub>
$WX$	0 <sub>8</sub>	0 <sub>9</sub>	0 <sub>11</sub>	1 <sub>10</sub>

↓

Rreshtat me ndryshojnë me një njësi

# Grupimi dhe Thjeshtimi

Groups '4' – 24 alternativa (ilustruar vetem 7)

		$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	$CD$	$C\overline{D}$	
$\overline{A}\overline{B}$	1	1	1	1	$\overline{A}\overline{D}$	
$\overline{A}B$	1	0	0	1	$B\overline{D}$	
$AB$	1	0	0	1	$A\overline{D}$	
$A\overline{B}$	1	1	1	1	$\overline{B}\overline{D}$	

# Grupimi dhe Thjeshtimi

Groups 8 – 8 alternativa (ilustruar vetem 2)

	$\overline{C}\overline{D}$	$\overline{C}D$	$CD$	$C\overline{D}$	$\overline{B}$
$\overline{A}\overline{B}$	1	1	1	1	$\overline{D}$
$\overline{A}B$	1	0	0	1	
$AB$	1	0	0	1	
$A\overline{B}$	1	1	1	1	

# Grupimi dhe Thjeshtimi

Group 16 – 1

	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$CD$	$C\bar{D}$
$\bar{A}\bar{B}$	1	1	1	1
$\bar{A}B$	1	1	1	1
$AB$	1	1	1	1
$A\bar{B}$	1	1	1	1

1

# Shembull 3:

Duke u nisur nga tabela e vertetesisë kaloni atë në tabelën karno dhe jepni funksionin e thjeshtuar logjik  $F_3$ .

R	S	T	U	$F_3$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



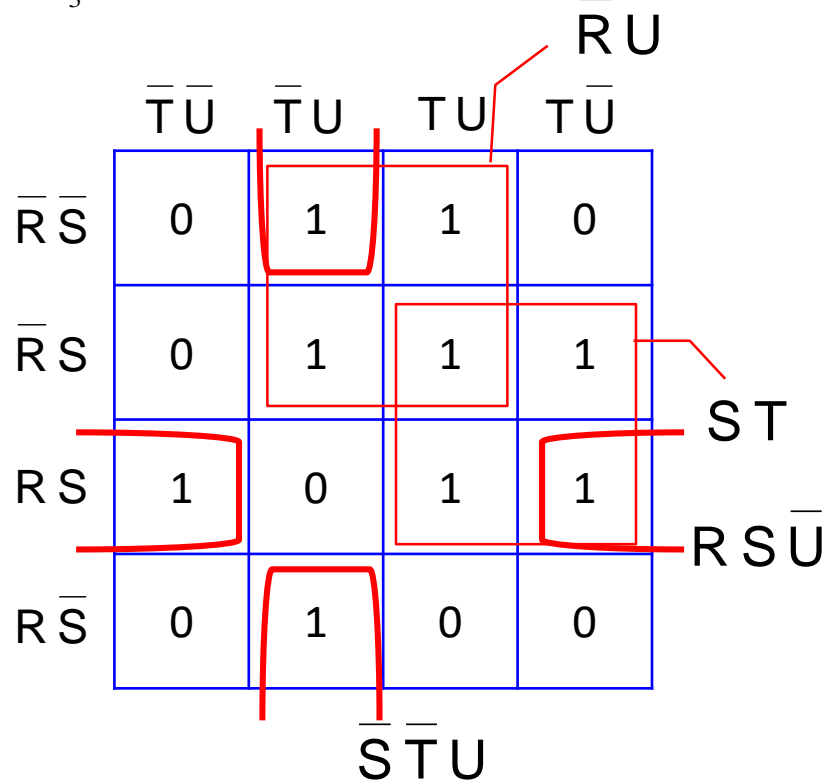

# Shembull 3:

Duke u nisur nga tabela e vertetesisë kaloni atë në tabelën karno dhe jepni funksionin e thjeshtuar logjik  $F_3$ .

Zgjidhja:

R	S	T	U	$F_3$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$$F_3 = RS\bar{U} + \bar{S}\bar{T}U + \bar{R}U + ST$$



# *Kushtet indiferente*

- Nje kusht indiferente shenohet me (x) ne tabelen e vertetesisë.
- Tregon se sistemi per hyrjen respective nuk i intereson dalja, nqs eshte 0 apo 1
- Nje kusht indifferent mund te trajtohet si 0 apo 1 ne tabelen karno
  - Ne varesi te grupimit qe do te formohet ato mund te futen ose jo ne nje grup
  - Per te rritur me shume funksionin e thjeshtuar
- Kushtet indiferente njihen ndryshe dhe si dalje e papercaktuar

# Grupim i kushteve indiferente

	$\bar{C}$	$C$
$\bar{A}\bar{B}$	X	0
$\bar{A}B$	1	0
$AB$	0	0
$A\bar{B}$	X	0

Ky kusht indifferent mund te konsiderohet si 1.

Duke lejuar grupimin e tij e me '1' e vetem te dale nga rezultati dhe duke krijuar keshtu nje grupim '2' ne vend te '1'.

Nuk kemi interes qe edhe kete kusht indifferent ta trajtojme si 1, pasi ai nuk perfshihet ne asnje grupim 1.  
Keshtu qe e konsiderojme 0

# Shembull 4:

Duke u nisur nga tabela e vertetesise kaloni ate ne tabelen karno dhe jepni funksionin e thjeshtuar logjik  $F_4$ . Kini kujdes kushtet indifferente

R	S	T	U	$F_4$
0	0	0	0	X
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	X
0	1	0	0	0
0	1	0	1	X
0	1	1	0	X
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0


# Shembull 4 - Zgjidhja

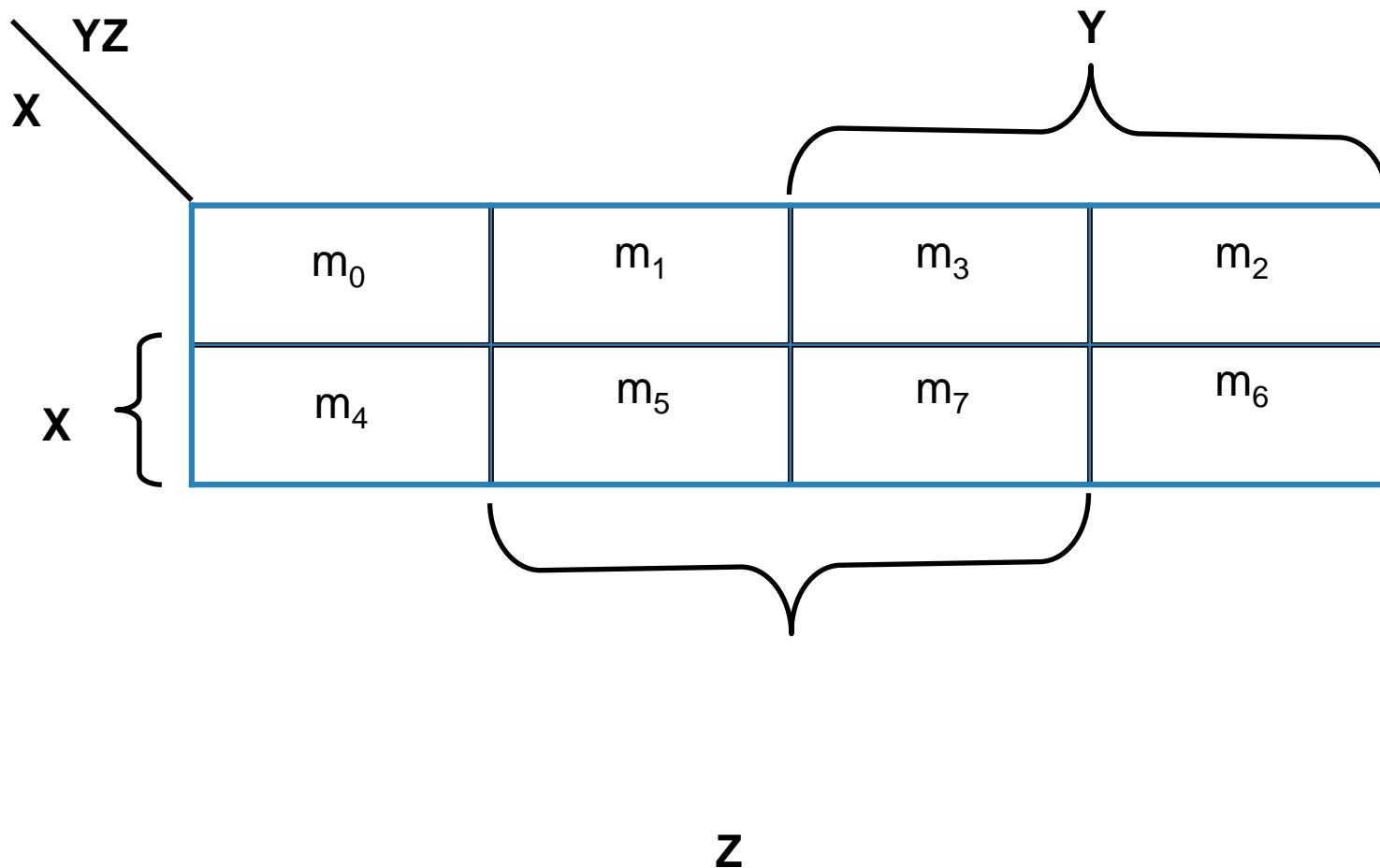
R	S	T	U	$F_4$
0	0	0	0	X
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	X
0	1	0	0	0
0	1	0	1	X
0	1	1	0	X
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	X
1	1	0	0	X
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

	$\bar{T}\bar{U}$	$\bar{T}U$	$TU$	$T\bar{U}$	
$\bar{R}\bar{S}$	X	0	X	1	$\bar{R}T$
$\bar{R}S$	0	X	1	X	
$RS$	X	0	0	0	$R\bar{S}$
$R\bar{S}$	1	1	X	1	

$$F_4 = \bar{R}T + R\bar{S}$$

# Shembull 5: Thjeshtoni funksionin

$$f(X,Y,Z) = \sum (0, 2, 3, 4, 7)$$



## Shembull 5: Thjeshtoni funksionin

$$f(X,Y,Z) = \sum (0, 2, 3, 4, 7)$$

YZ		Y	
X			
X	1	0	1
	1	0	1
		Z	

$$f = \bar{Y}\bar{Z} + Y\bar{X} + YZ$$

