Exercícios

1. Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ o operador linear dado por

$$T(x, y) = (7x - 4y,\ -4x + y).$$

Determine uma base β de $\mathbb{R}^2$ tal que a matriz de T seja diagonal. Em seguida, determine a matriz de T nessa base.

2. Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ uma transformação linear, com

$$T(1, -1) = (2, 3), \qquad T(2, 1) = (3, 2).$$

Prove que T é diagonalizável.

3. Verifique que a matriz A dada a seguir é diagonalizável. Em seguida, determine uma matriz M que diagonaliza A e calcule MDM^{-1}, onde D é a matriz diagonal correspondente.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

4. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ um operador linear representado, na base canônica, por

$$\begin{bmatrix} -9 & 4 & 4 \\ -8 & 3 & 4 \\ -16 & 8 & 7 \end{bmatrix}.$$

Prove que T é diagonalizável.

5. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ a transformação linear definida por

$$T(x, y, z) = (x,\ -x + 2y - z,\ -2x + 2y - z).$$

Determine a matriz A associada a T na base canônica de $\mathbb{R}^3$, verifique que A é diagonalizável e determine uma matriz de diagonalização P.