Universidade Federal do Rio Grande – FURG
Instituto de Matemática, Estatística e Física
Av. Itália km 8 Bairro Carreiros
Rio Grande-RS CEP: 96.203-900
Fone (53)32935411
e-mail: imef@furg.br
Sítio: www.imef.furg.br

Professora: Dra. Cristiana Andrade Poffal
Exame
Disciplina: Cálculo I
Nome do aluno: ___________________________________ Matrícula: ___________

1	2	3	4	5	T

Todo o desenvolvimento dos cálculos deve ser apresentado.
As respostas finais devem estar escritas a caneta.
Boa Sorte!

Questão 1: (2,0) Calcule os limites: a) $\lim_{x\to 3}\dfrac{12-4x}{3-\sqrt{x+6}}$ b) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+6x)}{3x}$

Questão 2: (2,0) Considere a função $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos(2x)}{x\left(e^{x+1}-e\right)}, & x>0\\ \dfrac{2}{e}, & x=0\\ \dfrac{x+2}{e\cdot\left(3^{\frac{1}{x}}-1\right)}, & x<0\end{cases}$.

Determine se $f(x)$ é contínua. Caso contrário, classifique a descontinuidade e verifique a existência de continuidade unilateral.

Questão 3: (2,0) Determine a equação da reta tangente à curva $3y^2 = x^3$ no ponto de ordenada 3.

Questão 4: (2,0) Resolva os itens abaixo:

a) Considere os passos descritos abaixo para encontrar a derivada da função

$$f(x) = \ln\left(2x^2+1\right)^{\cos(3x)}.$$

$$Passo\ 1 \rightarrow y = \ln\left(2x^2+1\right)^{\cos(3x)}$$

$$Passo\ 2 \rightarrow \ln y = \cos(3x)\ln\left(2x^2+1\right)$$

$$Passo\ 3 \rightarrow \frac{1}{y}\frac{dy}{dx} = \cos(3x)\frac{1}{2x^2+1}4x + \ln\left(2x^2+1\right)\left[-3sen(3x)\right]$$

$$Passo\ 4 \rightarrow \frac{dy}{dx} = \ln\left(2x^2+1\right)^{\cos(3x)}\left[\cos(3x)\frac{4x}{2x^2+1} + \ln\left(2x^2+1\right)^{-3} sen(3x)\right]$$

O resultado encontrado para a derivada da função $f(x) = \ln\left(2x^2+1\right)^{\cos(3x)}$ está correto? Justifique sua resposta. Refaça cada passo, caso o valor da derivada esteja incorreto.

b) Calcule a segunda derivada de $y = \ln\left(\sqrt{\frac{1-e^{3x}}{1+e^{3x}}}\right)$.

Questão 5: (2,0) Sabendo que a função $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ tem derivadas $f'(x) = \frac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$ e $f''(x) = \frac{-2\left(3x^2-1\right)}{\left(x^2+1\right)^3}$, determine:

a) o domínio de $f(x)$ e as raízes de $f(x)$;
b) os pontos de máximo e mínimo de $f(x)$;
c) os intervalos $f(x)$onde é crescente ou decrescente;
d) os pontos de inflexão;
e) os intervalos onde é côncava para cima e onde é côncava para baixo;
f) as assíntotas, se houver;
g) Com as informações obtidas, esboce o gráfico de $f(x)$.