

# Derivadas de Funções de uma Variável Real Funções Implícitas e Funções Paramétricas

Cristiana Andrade Poffal

Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

June 2, 2025

## Derivadas de Funções Implícitas

Quando não é possível escrever uma equação do tipo  $F(x, y) = 0$  na forma  $y = f(x)$  para derivá-la de maneira usual, pode-se determinar  $\frac{dy}{dx}$  por intermédio do processo de derivação chamado derivação implícita.

O processo de derivação implícita consiste:

1. Derivar os dois membros da equação em relação a  $x$ , considerando  $y$  como uma função dependente de  $x$ .
2. Agrupar os termos que contém  $\frac{dy}{dx}$  em um membro da equação.
3. Determinar  $\frac{dy}{dx}$ .

**Observação:** É importante lembrar que se  $y = f(x)$ , então ao longo do texto a derivada da função  $f(x)$  será denotada por:  $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}[f(x)]$ .

$\rightarrow b$  é uma constante

**Exemplo:** Derivando implicitamente, determine  $\frac{dy}{dx}$  se  $b^2 + y^2 - 2xy = 0$ .

Derivando  $b^2 + y^2 - 2xy = 0$  implicitamente em relação a  $x$ :

$$(b^2)' + (y^2)' - 2 \underbrace{(xy)'}_{\text{Regra do produto}} = 0$$

$$0 + 2yy' - 2[xy' + y] = 0$$

$$2yy' - 2xy' - 2y = 0 : 2$$
$$y'(y-x) = y \rightarrow \boxed{y' = \frac{y}{y-x}}$$



**Exemplo:** Derivando implicitamente, determine  $\frac{dy}{dx}$  se  
 $(x + y)^2 - (x - y)^2 = x^4 + y^4$ .

Derivando implicitamente em relação a x:

$$2(x+y) \cdot (1+y') - 2(x-y) \cdot (1-y') = 4x^3 + 4y^3 \cdot y' \quad : 2$$

$$x + xy' + y + yy' - (x - xy' - y + yy') = 2x^3 + 2y^3 y'$$

$$\cancel{x} + \cancel{xy'} + \cancel{y} + \cancel{yy'} - \cancel{x} + \cancel{xy'} + \cancel{y} - \cancel{yy'} = 2x^3 + 2y^3 y'$$

$$2xy' - 2y^3 y' = 2x^3 - 2y \quad : 2$$

$$(x - y^3) y' = x^3 - y \quad \text{Isolando } y'$$

$$y' = \frac{x^3 - y}{x - y^3}$$