Derivadas de Funções de uma Variável Real
Aula de Dúvidas

Cristiana Andrade Poffal

Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

June 2, 2025

p.33

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Exercício 1.5.1

a) $f(x) = \operatorname{senh}(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$

$$\frac{d}{dx}\operatorname{senh}(x) = \frac{d}{dx}\left[\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{de^x}{dx} - \frac{de^{-x}}{dx}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[e^x - e^{-x}(-1)\right] = \frac{1}{2}\left[e^x + e^{-x}\right]$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}\operatorname{senh}(x) = \cosh(x)}$$

Exercício 1.5.2 $\quad M(t) = 4{,}5 - 0{,}03t^2$, $t(h)$

a) taxa de reação em $t = 0$

$$\frac{dM}{dt} = 0 - 0{,}03 \cdot 2t \Rightarrow \boxed{\frac{dM}{dt} = -0{,}06t}$$

$$\boxed{\left.\frac{dM}{dt}\right|_{t=0} = 0}$$

b) taxa de reação em $t = 2$

$$\left.\frac{dM}{dt}\right|_{t=2} = -0{,}06 \cdot 2$$

c) taxa média de reação no intervalo de $t=0$ a $t=2h$.

$$v = \frac{M(2) - M(0)}{2-0}$$

Aqui não tem derivada!

p. 42

Exercício 1.6.1 eq. reta tangente?

$y = e^{-x}$

$A = (0, 1)$

Sol: Eq. reta: $y - y_0 = m(x - x_0)$ $\quad x_0 = 0$

$y_0 = 1$

m = coef. angular / taxa de variação

$m = \left.\frac{dy}{dx}\right|_A \rightarrow m = -e^{-x}\Big|_{x=0} \rightarrow \boxed{m = -1}$

Eq. reta tangente: $y - 1 = -1(x - 0)$

$$\boxed{y = -x + 1}$$

Obs: reta normal = reta perpendicular à reta tangente.

Se $r_1 \perp r_2$, então $m_1 \cdot m_2 = -1$.

m_1: reta tgte

m_2: reta normal

$\rightarrow \; m_1 \cdot m_2 = -1$

$-1 \cdot m_2 = -1$

$$\boxed{m_2 = 1}$$

reta normal passa pelo pto $A = (0,1)$

$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 1 = 1 \cdot (x - 0) \Rightarrow \boxed{y = x + 1}$ reta normal

p. 42

Exercício 1.6.2

p. 46

Exercício 1.6.3

$$\frac{da^x}{dx} = a^x \ln(a)$$

$$y = a^x$$

$$\ln(y) = \ln(a^x)$$

$$\ln(y) = x \ln(a)$$

Derivando em rel a x:

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \ln(a)$$

$$y' = y \ln(a)$$

$$\boxed{y' = a^x \ln(a)}$$

p.47. Exercício 1.6.5 Obtenha a derivada de:

d) $f(x) = \operatorname{cotg}(6x+8)$

$$f'(x) = -\operatorname{cosec}^2(6x+8) \cdot 6 = -6\operatorname{cosec}^2(6x+8)$$

m) $f(x) = \ln[\operatorname{cosec}(x+4)]$

$$f'(x) = \frac{1}{\cancel{\operatorname{cosec}}(x+4)} \cdot [-\cancel{\operatorname{cosec}}(x+4)\operatorname{cotg}(x+4)] \cdot 1.$$

$$\boxed{f'(x) = -\operatorname{cotg}(x+4)}$$

i) $h'(y) = \dfrac{\sqrt{y}\,\sec(\sqrt{y})\,\operatorname{tg}(\sqrt{y})}{2} + \sec(\sqrt{y})$ resposta

l) $f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{cosec}(3x)} = [\operatorname{cosec}(3x)]^{1/3} = u^{1/3}$

$f'(x) = \frac{1}{\cancel{3}}[\operatorname{cosec}(3x)]^{1/3 - 1} \cdot [-\operatorname{cosec}(3x)\operatorname{cotg}(3x)] \cdot \cancel{3}$

$= -[\operatorname{cosec}(3x)]^{-2/3} \cdot \operatorname{cosec}(3x)\ \operatorname{cotg}(3x)$

$$\boxed{f'(x) = -[\operatorname{cosec}(3x)]^{1/3}\operatorname{cotg}(3x)}$$

p.50 Exemplo 2.1.2

b) $x^3 + y^3 - 3axy = 0$ $\quad \frac{dy}{dx}$?

a é constante

Derivar a função implicitamente em relação a x (isto é, vamos considerar que y depende de x):

$$3x^2 + 3y^2 y' - 3a[xy' + x'y] = 0 \quad \div 3$$

$$x^2 + y^2 y' - axy' - a\,y = 0$$

$$(y^2 - ax)\,y' = ay - x^2 \rightarrow \boxed{y' = \frac{ay - x^2}{y^2 - ax}}$$

p. 60

1. p1 $f(x) = [tg(x)]^{e^x+4}$

$$y = [tg(x)]^{e^x+4}$$

Diferenciação logarítmica:

$$\ln(y) = \ln\left[tg(x)\right]^{e^x+4}$$

$$\ln(y) = [e^x+4] \cdot \ln\left[tg(x)\right]$$

Derivando implicitamente em rel a x:

$$\frac{1}{y} \cdot y' = [e^x+4] \cdot [\ln(tg(x))]' + [e^x+4]' \ln(tg(x))$$

$$\frac{1}{y}\,y' = (e^x+4)\cdot\frac{1}{tg(x)}\cdot sec^2(x) + e^x\,ln(tg(x))$$

$$y' = y\left[(e^x+4)\,\underbrace{cotg(x)\,sec^2(x)}\ + e^x\,ln(tg(x))\right]$$

$\uparrow$

$[tg(x)]^{e^x+4}$

ou $\frac{\cancel{cos(x)}}{sen(x)}\cdot\frac{1}{\cancel{cos^2}(x)}$

$cosec(x)\,sec(x)$

Isto é:

$$\boxed{y' = [tg(x)]^{e^x+4}\left[(e^x+4)\,cosec(x)\,sec(x) + e^x\,ln(tg(x))\right]}$$