Lista de Exercícios - Resolução de Sistemas de Equações Lineares

Para os exercícios a seguir, utilize preferencialmente a forma fracionária ou arredonde com duas casas decimais.

1) Resolver os sistemas de equações a seguir utilizando o **método da eliminação de Gauss**. Use troca de linhas, se durante os cálculos, ocorrer zero na diagonal principal.

a) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 6 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 12 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}$

Respostas:

a)
```
A =
    2.00    3.00     4.00    5.00
       0   -8.00   -10.00   -8.00
       0       0    -0.50   -2.00
       0       0        0   19.00

b =
   14.00
  -27.00
   -2.25
   15.50

x =
    0.97
    1.01
    1.24
    0.82
```

b)
```
A =
    1.00    1.00        0    1.00
       0   -1.00    -1.00   -1.00
       0       0     3.00    3.00
       0       0        0   -3.00

b =
    2.00
   -3.00
    3.00
   -3.00

x =
   -1.00
    2.00
       0
    1.00
```

2) Utilizando o método **da decomposição LU**, resolva o sistema de equações a seguir

$\begin{bmatrix} 1 & -.5 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -.5 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

a) Precisaria trocar linhas – não foi visto este caso em aula...
b)

```
U = 3.00   2.00   4.00
       0   0.33   0.67
       0      0  -4.00

L = 1.00      0      0
    0.33   1.00      0
    1.33   1.00   1.00

y =  1.00
     1.67
    -0.00

x = -3.00
     5.00
     0.00
```

3) Usando **métodos de decomposição LU** é possível resolver vários sistemas lineares associados à mesma matriz A. Tais sistemas são chamados de matriciais. Os sistemas abaixo tem a mesma matriz. Resolva-os, usando decomposição LU.

a) $\begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \\ -5 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}$

```
U = 5.00   2.00   -1.00
       0  -0.20    4.60
       0      0   17.00

L = 1.00      0      0
    0.60   1.00      0
    0.20  -3.00   1.00
```

a)

```
y =       0        x =  -0.24
      -7.00             -0.18
     -26.00             -1.53
```

b)

```
y =  6.00      x =  1.12
     3.40           0.59
    13.00           0.76
```

4) Determine a matriz inversa da matriz abaixo, usando o método da decomposição LU.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 4 & -2 & 1 \\ 1 & -5 & -2 \end{bmatrix}$$

```
U = 4.00    1.00    6.00      L = 1.00       0       0
       0   -3.00   -5.00          1.00    1.00       0
       0       0    5.25          0.25    1.75    1.00
```

```
inversa = -0.14        0.44        -0.21
          -0.14        0.22        -0.32
           0.29       -0.33         0.19
```

6) Um fabricante de móveis produz cadeiras, mesinhas de centro e mesas de jantar. Cada cadeira leva 10 minutos para ser lixada, 6 minutos para ser tingida e 12 minutos para ser envernizada. Cada mesinha de centro leva 12 minutos para ser lixada, 8 minutos para ser tingida e 12 minutos para ser envernizada. Cada mesa de jantar leva 15 minutos para ser lixada, 12 minutos para ser tingida e 18 minutos para ser envernizada. A bancada para lixar fica disponível 16 horas por semana, a bancada para tingir 11 horas por semana e a bancada para envernizar 19 horas por semana. Quantos móveis devem ser fabricados (por semana) de cada tipo para que a as bancadas sejam plenamente utilizadas?

7) Sabe-se que uma alimentação diária equilibrada em vitaminas deve constar de 170 unidades de vitamina A, 180 unidades de vitamina B, 150 unidades de vitamina C, 180 unidades de vitamina D e 350 unidades de vitamina E. Com o objetivo de descobrir como deverá ser uma refeição equilibrada, foram estudados cinco alimentos. Fixada a mesma quantidade (1grama) de cada alimento, determinou-se que:

- O alimento I tem 1 unidade de vitamina A, 10 unidades de vitamina B, 1 unidade de vitamina C, 2 unidades de vitamina D e 2 unidades de vitamina E;
- O alimento II tem 9 unidades de vitamina A, 1 unidade de vitamina B, 0 unidades de vitamina C, 1 unidade de vitamina D e 1 unidade de vitamina E;
- O alimento III tem 2 unidades de vitamina A, 2 unidades de vitamina B, 5 unidades de vitamina C, 1 unidade de vitamina D e 2 unidades de vitamina E;
- O alimento IV tem 1 unidade de vitamina A, 1 unidade de vitamina B, 1 unidade de vitamina C, 2 unidades de vitamina D e 13 unidades de vitamina E;
- O alimento V tem 1 unidade de vitamina A, 1 unidade de vitamina B, 1 unidade de vitamina C, 9 unidades de vitamina D, e 2 unidades de vitamina E.

Quantos gramas de cada um dos alimentos I, II, III, IV e V deve-se ingerir diariamente para que se possa ter uma alimentação equilibrada?

$$\begin{array}{c|ccccc} & I & II & III & IV & V \\ A & 1 & 9 & 2 & 1 & 1 \\ B & 10 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ C & 1 & 0 & 5 & 1 & 1 \\ D & 2 & 1 & 1 & 2 & 9 \\ E & 2 & 1 & 2 & 13 & 2 \end{array} \cdot \begin{bmatrix} I \\ II \\ III \\ IV \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 170 \\ 180 \\ 150 \\ 180 \\ 350 \end{bmatrix}$$

```
A = 1.0000     9.0000     2.0000     1.0000     1.0000
         0   -89.0000   -18.0000    -9.0000    -9.0000
         0          0     4.8202     0.9101     0.9101
         0          0          0     1.6364     8.6364
         0          0          0          0   -64.2479
```

```
b =

  1.0e+003 *

    0.1700
   -1.5200
    0.1337
    0.1182
   -0.6385
```

```
x =

    9.6435
    9.5989
   22.1301
   19.7674
    9.9388
```

Ou seja, deve-se ingerir diariamente aproximadamente 9,6 gramas do Alimento I, 9,6 g do alimento II, 22,1 g do alimento III, 19,8 g do alimento IV e 10,0 g do alimento V.