


Cálculo I: Aplicações


Aplicação de Derivada

Objeto em movimento em uma linha reta

Situação

Considere um objeto que se move em linha reta.

Sua posição é dada pela função s=f(t).

Sua velocidade média é calculada por:

$$v_m(t) = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

onde Δs é a distância percorrida e Δt é o intervalo de tempo gasto.

Velocidade Instantânea

- Quanto Δt se aproxima de zero, a velocidade media passa a ser a velocidade instantânea ou exata:

$$v_{inst}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}$$

- Essa é a taxa de variação da posição em relação ao tempo.

Aceleração instantânea

A aceleração é a taxa de variação da velocidade em relação ao tempo:

$$a_{inst}(t) = \lim_{\Delta t \to 0.} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t}.$$

$$= \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

segunda derivada de s em relação a "t"

Problema de Aplicação

Considere um objeto em queda livre cuja função posição é $s(t) = -16t^2 + 100$, t medido em segundos e s, em metros.

Determine:

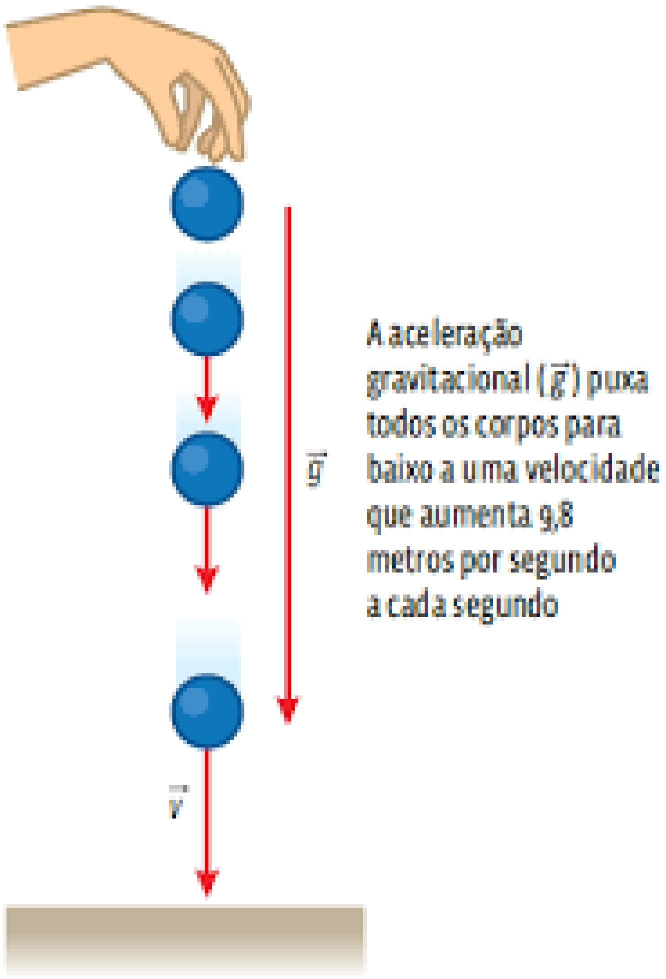
a) a velocidade média entre $t = 1$ e $t = 2$s;

b) a expressão em função de t que representa a velocidade instantânea;

c) a velocidade em $t = 1$s;

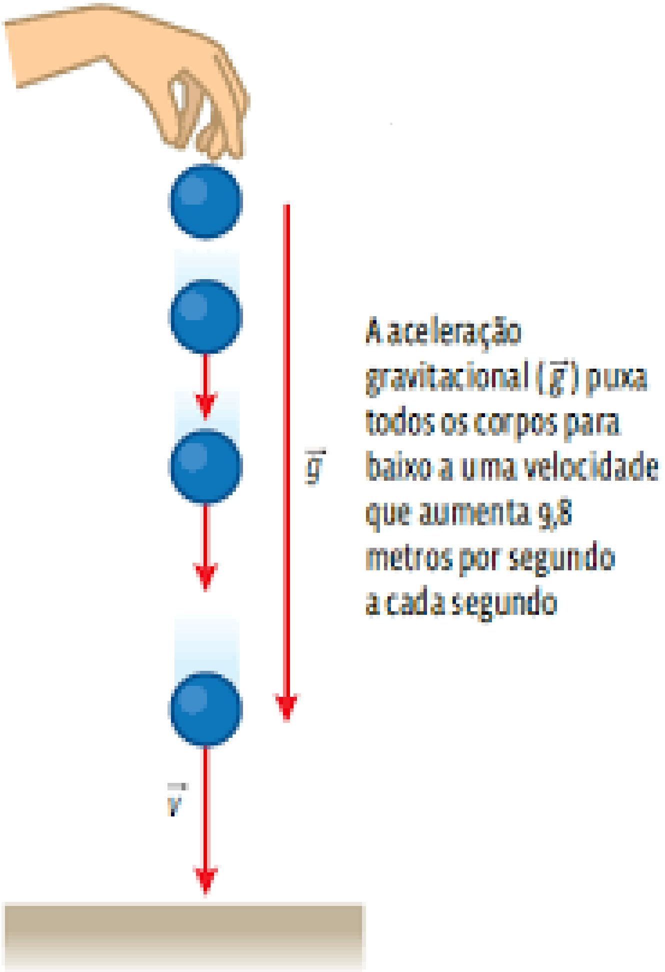
d) a expressão em função de t que representa a aceleração instantânea;

e) a aceleração em $t = 2$.



Problema de Aplicação

Considere um objeto em queda livre cuja função posição é $s(t) = -16t^2 + 100$, t medido em segundos e s, em metros.



Determine:

a) a velocidade média entre $t = 1$ e $t = 2$s;

$$v_M = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad \Delta t = 2 - 1 = 1$$

$$\Delta s = s(2) - s(1)$$

$$s(t) = -16t^2 + 100$$

$$s(2) = -16 \cdot 2^2 + 100 = -64 + 100 = 36$$

$$s(1) = -16 \cdot 1^2 + 100 = 84 \quad \rightarrow v_M = \frac{36 - 84}{1} = -48\ m/s$$

Problema de Aplicação

$$s(t) = -16t^2 + 100$$

b) a expressão em função de t que representa a velocidade instantânea;

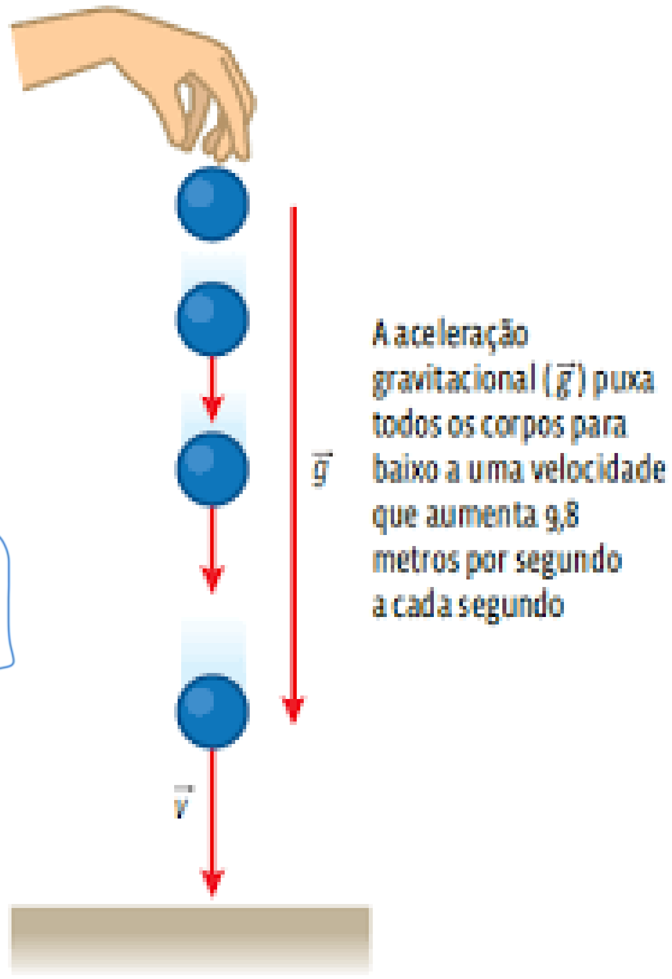
$$v = \frac{ds}{dt} = -16(t^2)' + (100)'$$

$$= -16 \cdot 2t + 0 = -32t$$

$$\boxed{v = -32t \ m/s}$$

c) a velocidade em $t = 1$s;

$$\boxed{v(1) = -32 \cdot 1 = -32 \ m/s}$$



Problema de Aplicação

$v(t) = -32t$

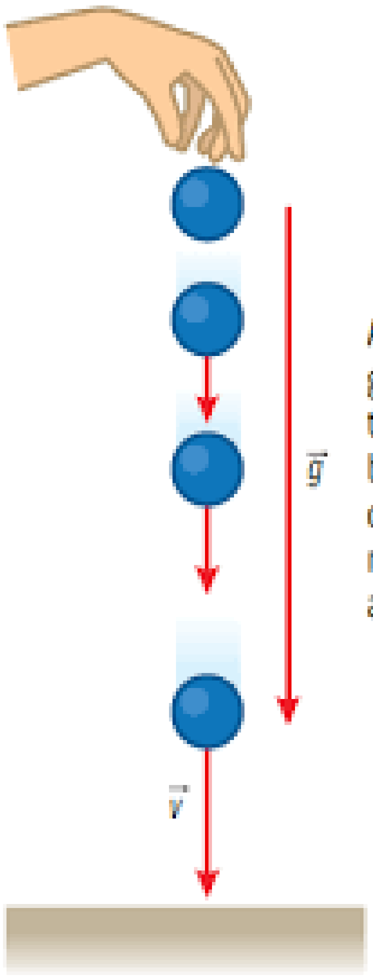
$$s(t) = -16t^2 + 100$$

d) a expressão em função de t que representa a aceleração instantânea;

$$\boxed{a(t) = \frac{dv}{dt} = -32\ m/s^2}$$

e) a aceleração em $t = 2$.

$$\boxed{a(2) = -32\,m/s^2}$$



A aceleração gravitacional ($\vec{g}$) puxa todos os corpos para baixo a uma velocidade que aumenta 9,8 metros por segundo a cada segundo

Exercício

Influências externas produzem uma aceleração numa partícula de tal forma que a equação de seu movimento retilíneo é $y = \frac{b}{t} + ct$, onde y é o deslocamento e t é o tempo. Responda:

a) Qual é a velocidade da partícula quando t = 2 ?
b) Qual é a equação da aceleração dessa partícula?

posição: $y = \frac{b}{t} + ct \Rightarrow y = bt^{-1} + ct$

a) velocidade instantânea

$v = \frac{dy}{dt} = y' = b(-1)t^{-1-1} + c\,1 \cdot t^{1-1} \Rightarrow \boxed{v(t) = -bt^{-2} + c}$

$t^0 = 1$

$$v(2) = -b(2)^{-2} + C = -\frac{b}{4} + C$$ //

b) $a(t)$?

$$v(t) = -bt^{-2} + C$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -b(-2)t^{-2-1} + 0 = 2bt^{-3}$$ //

$$\boxed{a(t) = \frac{2b}{t^3}}$$ //