Lista de Exercícios – Derivada e Integral numérica

1. Calcular numericamente a derivada da função $f(x) = sen(x)$ no ponto x=1, usando:
   a) Δx=0,1 pelas três fórmulas (diferença progressiva, regressiva e central),
   b) Δx=0,01 pelas três fórmulas (diferença progressiva, regressiva e central),
   c) Δx=0,001 pelas três fórmulas (diferença progressiva, regressiva e central),

2. Calcular numericamente a derivada da função $f(x) = \dfrac{2x-1}{(x^4 sen(x) + x + 1)^{0,25}}$ no ponto x=2, usando:
   d) Δx=0,1 pelas três fórmulas (diferença progressiva, regressiva e central), (Resp. dp=0,484; dr=0,495; dc=0,490)
   e) Δx=0,01 pelas três fórmulas (diferença progressiva, regressiva e central),
   f) Δx=0,001 pelas três fórmulas (diferença progressiva, regressiva e central),

3. Dada a tabela de pontos abaixo, aplique o método dos mínimos quadrados para ajustar os dados ao modelo $d = At^B$. Após, utilize este ajuste para determinar a derivada numérica dos pontos dados.

t	1	2	3	4	5	6
d	0,5	2	4,5	8	12.5	18
v=d'						

4. Resolva novamente o exercício 2, mas agora utilize as formulas de diferenças finitas diretamente sobre os pontos (t,d) dados. Quando possível, utilize a fórmula de diferença central.

5. Calcule o valor das integrais definidas pelos métodos dos trapézios e de Simpson. Use n=2.

   a) $\displaystyle\int_1^2 e^x dx$ b) $\displaystyle\int_1^4 \sqrt{x} dx$ c) $\displaystyle\int_2^{14} \frac{dx}{\sqrt{x}}$ d) $\displaystyle\int_0^{0.6} \frac{dx}{1+x}$ e) $\displaystyle\int_1^2 \frac{xe^{-2x}}{1+x^2} dx$

6. Repita o exercício 3, mas agora utilize n=4.

7. Calcule o valor das integrais dadas no exercício 3 acima pelo método da quadratura de Gauss. com 2 pontos.

8. Calcule novamente o valor das integrais dadas no exercício 3 acima pelo método da quadratura de Gauss. com 2 pontos, mas agora divida o intervalo de integração em duas partes. Por exemplo, faça:

$$\int_1^2 e^x dx = \int_1^{1,5} e^x dx + \int_{1,5}^2 e^x dx$$

9. O comprimento de um arco descrito por uma função f(x) é calculado pela integral:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left[f'(x)\right]^2} dx .$$

Se $f(x) = \left(1 - \dfrac{x^2}{2^2}\right)^{1/2}$ ==> $f'(x) = \dfrac{-x}{4}\left(1 - \dfrac{x^2}{2^2}\right)^{-1/2}$. Assim, $L = \displaystyle\int_a^b \sqrt{1 + \left[\frac{-x}{4}\left(1 - \frac{x^2}{2^2}\right)^{-1/2}\right]^2} dx$

A partir destas informações, calcule o comprimento do arco desta função no intervalo $x \in [0,\ 2]$ usando:

a) o método dos trapézios, usando **4 segmentos**.
b) o método de Simpson 1/3, usando **4 segmentos**.
c) Quadratura de Gauss.

10. Calcule o comprimento do arco da função $f(x) = sen(x)$ no intervalo $x \in [0,\ \pi]$ usando:
    a) o método dos trapézios, usando **4 segmentos**.
    b) o método de Simpson 1/3, usando **4 segmentos**.
    c) Quadratura de Gauss, com pois pontos.
    d) Quadratura de Gauss, com pois pontos, mas dividindo o intervalo de integração em duas partes.