Trabalho de Métodos Numéricos

Solução Numérica de EDOs

Resolva os exercios a seguir, usando a função nativa do octave “ode45.m”
Para cada exercicio, faça um scritp, como mostrado nos exemplos, ao final da lista de exercicios.

A solução desta lista deve ser preparada na forma de relatório (incluir o enunciado dos problemas e sua solução (programa utilizado + grafico + análise, se necessário).

Apos resolver os exercicios, prepare um relatório , contendo o enuciado da questão e a respestiva solução, na forma de um gráfico.

Ignore se a questão pedir par fazer por outro método. Utilize sempre a função ode45, do octave.

Data limite para a postagem no AVA: 22/12/2023

1)

25.21 Se água for drenada de um tanque cilíndrico vertical abrindo-se uma válvula na base, ela escoará rapidamente quando o tanque estiver cheio e mais lentamente conforme ele continuar a ser drenado. Como pode ser mostrado, a taxa pela qual o nível de água abaixa é:

$$\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y}$$

em que k é uma constante dependente da forma do orifício, da área da seção transversal do tanque e do orifício de drenagem. A profundidade da água y é medida em metros e o tempo t, em minutos. Se $k = 0{,}06$, determine quanto tempo levará para que o tanque fique vazio se o nível de fluido for inicialmente 3 m.
Use um passo de 0,5 minuto.

2)

25.23 Supondo que o arrasto seja proporcional ao quadrado da velocidade, podemos modelar a velocidade de um objeto em queda livre como o pára-quedista com a seguinte equação diferencial:

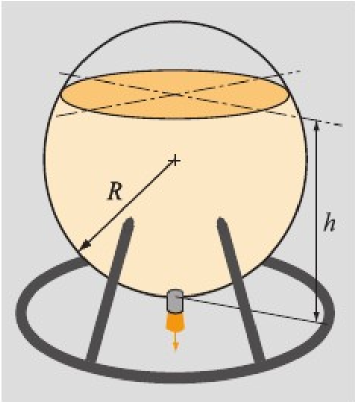
$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{c_d}{m}v^2$$

em que v é a velocidade (m/s), t é o tempo (s), g é a aceleração da gravidade (9,81 m/s^2), c_d é um coeficiente de arrasto de segunda ordem (kg/m) e m é a massa (kg). Resolva para determinar a velocidade e a distância percorrida na queda por um objeto de 90 kg com um coeficiente de arrasto de 0,225 kg/m. Se a altura inicial for 1 km, determine quando ele atinge o chão. Obtenha sua solução com (**a**) o método de Euler e (**b**) o método RK de quarta ordem.

3)

8.20 Um tanque esférico de raio $R = 4$ m é esvaziado por meio de um pequeno buraco circular de raio $r = 0{,}02$ m localizado no fundo. O topo do tanque está aberto. O nível d'água instantâneo no tanque, h (medido a partir do fundo do tanque, no dreno), pode ser determinado a partir da solução da seguinte EDO:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{r^2\sqrt{2gh}}{2hR - h^2}$$



onde $g = 9{,}81$ m/s^2. Se o nível d'água inicial em $t = 0$ é $h = 6$ m, determine o tempo necessário para drenar o tanque até um nível de 0,5 m.

4)

25.25 O modelo logístico é usado para simular a população por

$$\frac{dp}{dt} = k_{gm}\,(1 - p/p_{\max})\,p$$

em que p é a população, k_{gm} é a taxa de crescimento máxima sob condições ilimitadas e $p_{máx}$ é a capacidade de suporte. Simule a população mundial de 1950 a 2000 usando um dos métodos numéricos descritos neste capítulo. Use as seguintes condições iniciais e valores de parâmetros para sua simulação: p_0 (em 1950) = 2,555 milhões de pessoas, $k_{gm} = 0{,}026$/ano, e $p_{máx} = 12{,}000$ milhões de pessoas. Faça a função gerar saídas correspondentes às datas para os seguintes dados populacionais medidos. Desenvolva um gráfico de sua simulação junto com os dados.

t	1950	1960	1970	1980	1990	2000
p	2,555	3,040	3,708	4,454	5,276	6,079

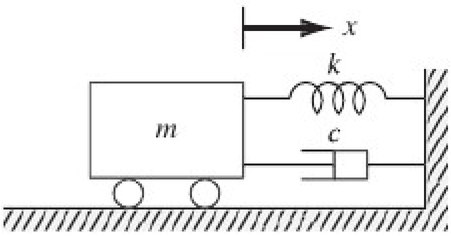
5)

25.20 O movimento de um sistema massa-mola amortecido (Figura P25.20) é descrito pela seguinte equação diferencial ordinária:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

em que x é o deslocamento a partir da posição de equilíbrio (m), t é o tempo (s), $m = 20$ kg é a massa e c é o coeficiente de amortecimento (N · s/m). O coeficiente de amortecimento c toma os três valores de 5 (subamortecido), 40 (criticamente amortecido) e 200 (superamortecido). A constante da mola é $k = 20$ N/m. A velocidade inicial é zero e o deslocamento inicial é $x = 1$ m. Resolva essa equação usando um método numérico no período de tempo $0 \le t \le 15$ s. Faça um gráfico do deslocamento em função do tempo para cada um dos três valores de coeficiente de amortecimento na mesma curva.

Figura P25.20

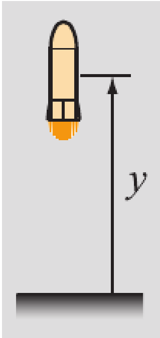


Obs: Neste caso, transformamos a EDO de ordem 2, em 2 EDOs de ordem 1, da seguinte forma:

$$\begin{cases} x' = w \\ w' = -\frac{c}{m}w - \frac{k}{m}x \\ x(0) = 1 \\ w(0) = 0 \end{cases}$$

6)

8.21 Um pequeno foguete com peso inicial de 1360 kg (incluindo 90 kg de combustível), inicialmente em repouso, é lançado verticalmente. O foguete queima o combustível em uma taxa constante de 36 kg/s, o que resulta em uma força de propulsão T constante, de 31400 N. O peso instantâneo do foguete é $w(t) = 13500 - 360t$ N. A força de arrasto D sentida pelo foguete é dada por $D = 0{,}036g\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$ N, onde y é a distância em pés, e $g = 9{,}81$ m/s^2. Usando a lei de Newton, a equação do movimento para o foguete é dada por:



$$\frac{w}{g}\frac{d^2y}{dt^2} = T - w - D$$

Determine e trace a posição, a velocidade e a aceleração do foguete (três figuras separadas em uma página) em função do tempo, de $t = 0$, quando o foguete deixa o repouso, até $t = 3$ s. Reduza a EDO de segunda ordem a um sistema de duas EDOs de primeira ordem.

7) Pesquise em livros ou na internet algum problema do seu interesse que envolva uma EDO. Apresente este problema e resolva-o numericamente, usando a função ode45. Apresente o problema e a solução no relatório.

Fim da lista de exercicios

Solução do exercicio 3,

```
clear all
R=4;  r=0.02;  g=9.81;
global R r g
% OBS: para poder usar letras na equação, as mesmas são declaradas como global
edo = @(t,h) [ -r^2*sqrt(2*g*h) / (2*h*R-h^2)  ];
[t,h] = ode45 (edo, [0 : 1 :24125], [6] ) ;
%------------- para localizar o ponto dentro do vetor solução ...
for i=1:length(t)
  if(h(i)<=0.5)
     fprintf('Em t=%f , h=%f',t(i), h(i))
     ind=i;
     break
  endif
endfor
plot(t(1:ind),h(1:ind),'k')
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Altura (m)')
```

Solução do exercicio 5, usando c=5.

```
clear all
m=20;
k=20;
c=5 ; % 5  , 40  e  200

edo2 = @(t,x) [ x(2); ...
               (-c/m) * x(2) - (k/m)*x(1)];

odeoptB = odeset ("AbsTol", 1e-5, "RelTol", 1e-5);
%                edo   , trange,  condicoes iniciais
[t,x] = ode45 (edo2, [0, 20], [1, 0], odeoptB);
plot(t,x(:,1),'k')
legend('Tempo (s)', 'Posição (m)')
```