

Derivadas de Funções de uma Variável Real Funções Implícitas e Funções Paramétricas

Cristiana Andrade Poffal

Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

June 2, 2025

Derivadas de Funções Implícitas

Quando não é possível escrever uma equação do tipo $F(x, y) = 0$ na forma $y = f(x)$ para derivá-la de maneira usual, pode-se determinar $\frac{dy}{dx}$ por intermédio do processo de derivação chamado derivação implícita. O processo de derivação implícita consiste:

1. Derivar os dois membros da equação em relação a x , considerando y como uma função dependente de x .
2. Agrupar os termos que contém $\frac{dy}{dx}$ em um membro da equação.
3. Determinar $\frac{dy}{dx}$.

Observação: É importante lembrar que se $y = f(x)$, então ao longo do texto a derivada da função $f(x)$ será denotada por: $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} [f(x)]$.

$\Rightarrow b$ é uma constante

Exemplo: Derivando implicitamente, determine $\frac{dy}{dx}$ se $b^2 + y^2 - 2xy = 0$.

Derivando $b^2 + y^2 - 2xy = 0$ implicitamente em relação a x :

$$(b^2)' + (y^2)' - 2(xy)' = 0 \quad \text{Regra do produto}$$

$$0 + 2yy' - 2[xy' + y] = 0$$

$$2yy' - 2xy' - 2y = 0 : 2$$

$$y'(y - x) = y \rightarrow \boxed{y' = \frac{y}{y - x}}$$

Exemplo: Derivando implicitamente, determine $\frac{dy}{dx}$ se

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = x^4 + y^4.$$

Derivando implicitamente em relação a x :

$$2(x+y) \cdot (1+y') - 2(x-y) \cdot (1-y') = 4x^3 + 4y^3 \cdot y' \quad : 2$$

$$x + xy' + y + yy' - (x - xy' - y + yy') = 2x^3 + 2y^3y'$$

$$\cancel{x} + \cancel{xy'} + \cancel{y} + yy' - \cancel{x} + \cancel{xy'} + \cancel{y} - yy' = 2x^3 + 2y^3y'$$

$$2xy' - 2y^3y' = 2x^3 - 2y \quad : 2$$

$$(x - y^3) y' = x^3 - y \quad \text{Isolando } y'$$

$$y' = \frac{x^3 - y}{x - y^3}$$