UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE – FURG
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA – IMEF
1ª LISTA DE EXERCÍCIOS CÁLCULO III

1. Determine a fórmula do termo geral das seguintes sequências, começando com $n=1$ e verifique se a seqüência é convergente ou divergente. Caso a seqüência seja convergente, determine qual é o valor do seu limite.

   a) $\left(1,\frac{1}{3},\frac{1}{9},\frac{1}{27},\ldots\right)$, R: $a_n=\frac{1}{3^{n-1}}$, convergente e $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n=0$

   b) $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{4},\frac{3}{5},\frac{4}{6},\frac{5}{7},\ldots\right)$, R: $a_n=\frac{n}{n+2}$, convergente, $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n=1$

   c) $(0,2,0,2,0,2,\ldots)$, R: $a_n=1+(-1)^n$, divergente

   d) $\left(-1,\frac{16}{9},\frac{-54}{28},\frac{128}{65},-\frac{250}{126},\ldots\right)$, R: $a_n=(-1)^n\frac{2n^3}{n^3+1}$, divergente

   e) $\left(\frac{1}{3},\left(\frac{3}{5}\right)^2,\left(\frac{5}{7}\right)^3,\left(\frac{7}{9}\right)^4,\left(\frac{9}{11}\right)^5,\ldots\right)$, R: $a_n=\left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)^n$, convergente, $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n=\frac{1}{e}$

2. Verifique se as seguintes séries convergem ou divergem e determine o valor da soma daquelas que convergem;

   a) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}(-1)^{n-1}\frac{7}{6^{n-1}}$, R: converge, $S=6$

   b) $\sum\limits_{n=3}^{+\infty}\frac{1}{n-2}$, R: diverge

   c) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{9n^2+3n-2}$, R: converge, $S=\frac{1}{6}$

   d) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{3^{n-1}-2^{n-1}}{6^{n-1}}\right)$, R: converge, $S=\frac{1}{2}$

   f) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{2n+5}$, R: diverge

3. Expresse as seguintes dízimas periódicas como frações:

a) $1{,}234234234\ldots$, R: $\dfrac{137}{111}$

b) $0{,}27272727\ldots$, R: $\dfrac{27}{99}$

c) $2{,}045454545\ldots$, R: $\dfrac{405}{198}$

d) $0{,}465346534653\ldots$, R: $\dfrac{47}{101}$

4. Estudar a convergência das seguintes séries:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{n^2+1}$, R: Converge

b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{3n+2}$, R: Diverge

c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt[4]{\ln n}}$, R: Diverge

d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(n+1)!}$, R: Converge

e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5n^2+3}$, R: Diverge

f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{arctgn}{n^2+1}$, R: Converge

g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(\sqrt{5}\right)^n}{2n-1}$, R: Diverge

h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3.5\ldots(2n+1)}$, R: Converge

i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)^n}$, R: Converge

j) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{8n^2-3n}}$, R: Diverge

k) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{5^n}$, Converge

l) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2+\sqrt{n}}{(n+1)^3-1}$, R: Converge

m) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+4)!}{4!n!4^n}$, R: Converge

n) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4+2^{-n}}$, R: Diverge

5. Classifique as séries como absolutamente convergente, condicionalmente convergente ou divergente:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!}$, R: Absolutamente convergente

b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!}{3^n}$, R: Divergente

c) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$, R: Condicionalmente convergente

d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+2}{n(n+3)}$ R: Condicionalmente convergente

e) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n!}{(2n-1)!}$, R: Absolutamente convergente

f) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{n^3+2}$, R: Condicionalmente convergente

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n}$, R: Condicionalmente convergente

h) $\sum_{n=1}^{\infty} sen\left(\frac{n\pi}{2}\right)$, R: Divergente

j) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+1}{\sqrt{n}+1}$, R: Divergente