Lista de Exercícios - Resolução de Sistemas de Equações Lineares

1) Resolver os sistemas de equações a seguir utilizando o **método da eliminação de Gauss**. Utilize o programa em matlab/octave disponibilizado no AVA.

a) $$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 6 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 23 \\ 11 \\ 2 \end{bmatrix}$$

b) $$\begin{bmatrix} 4 & -2 & -3 & 6 \\ -6 & 7 & 6.5 & -6 \\ 1 & 7.5 & 6.25 & 5.5 \\ -12 & 22 & 15.5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ -6.5 \\ 16 \\ 17 \end{bmatrix}$$

Respostas: a) $\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}'$ b) $\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 & 0.5 \end{bmatrix}'$

2) Utilizando o método **da decomposição LU**, resolva o sistema de equações lineares abaixo. Utilize o programa em matlab/octave disponibilizado no AVA. Anote as matrizes L , U e P e o vetor solução $\vec{x}$.

$$\begin{bmatrix} 1 & -.5 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -.5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1 \\ 0 \\ 1.5 \end{bmatrix}$$

Respostas: a)

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix};\ U = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1.5 & 0.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1.5 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};\ P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};\ \vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

3) Resolver os sistemas abaixo, usando um dos métodos citados acima (Eliminação Gaussiana ou LU)

Um exemplo de um problema na engenharia elétrica que requer a solução de um sistema de equações é mostrado na Fig. 4-1. Usando a lei de Kirchhoff, as correntes i_1, i_2, i_3 e i_4 podem ser determinadas com a solução do seguinte sistema de quatro equações:

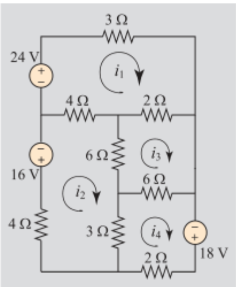

Figura 4-1 Circuito elétrico.

$$\begin{aligned} 9i_1 - 4i_2 - 2i_3 &= 24 \\ -4i_1 + 17i_2 - 6i_3 - 3i_4 &= -16 \\ -2i_1 - 6i_2 + 14i_3 - 6i_4 &= 0 \\ -3i_2 - 6i_3 + 11i_4 &= 18 \end{aligned} \qquad (4.1)$$

4)

Ou·tro exemplo é o cálculo da força nos membros de uma treliça. As forças nos oito membros da treliça mostrada na Fig. 4-2 são determinadas a partir da solução do seguinte sistema de oito equações (equações de equilíbrio dos pinos A, B, C e D):

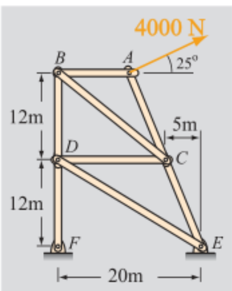

Figura 4-2 Treliça com oito membros.

$$\begin{aligned} &0{,}9231F_{AC} = 1690 \qquad && -F_{AB} - 0{,}3846F_{AC} = 3625 \\ &F_{AB} - 0{,}7809F_{BC} = 0 && 0{,}6247F_{BC} - F_{BD} = 0 \\ &F_{CD} + 0{,}8575F_{DE} = 0 && F_{BD} - 0{,}5145F_{DE} - F_{DF} = 0 \qquad (4.2) \\ &0{,}3846F_{CE} - 0{,}3846F_{AC} - 0{,}7809F_{BC} - F_{CD} = 0 \\ &0{,}9231F_{AC} + 0{,}6247F_{BC} - 0{,}9231F_{CE} = 0 \end{aligned}$$

Há aplicações, por exemplo, na análise por diferenças e elementos finitos, onde o sistema de equações a ser resolvido contém milhares (ou mesmo milhões) de equações simultâneas.