

**Instituto de Matemática, Estatística e Física**

# **ENERGIA E TRABALHO**

*Prof<sup>a</sup>. Dra. Talissa Rodrigues*





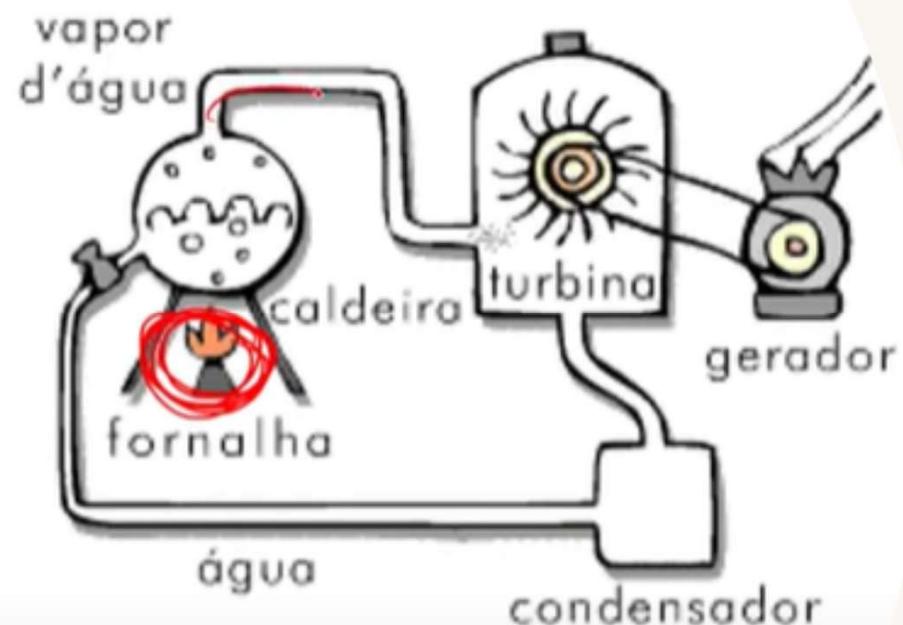
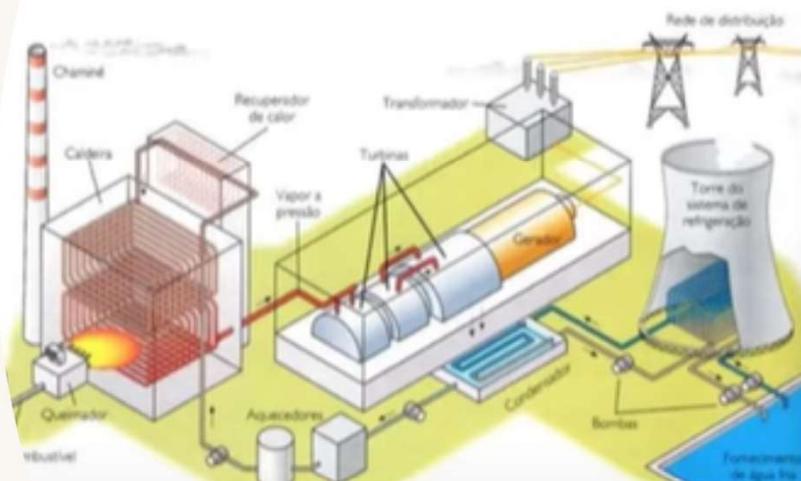
A photograph showing a row of wind turbines on the left and a large concrete dam wall extending from the right towards the center. The sky is overcast with a warm, orange glow.

**A sobrevivência da nossa  
civilização depende da obtenção e  
uso eficiente de energia**

<https://www.youtube.com/watch?v=iYPMZamqSH4>

**MAS O QUE É ENERGIA?**

# Usina Termoelétrica

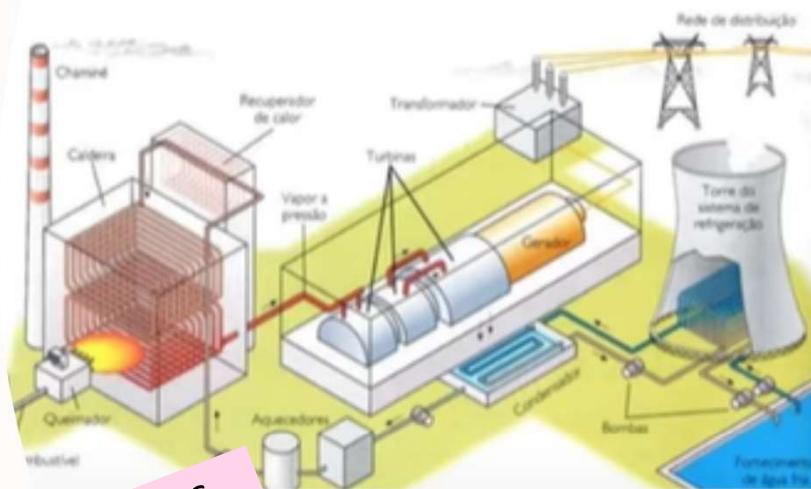


Esquema de geração de energia elétrica numa usina termelétrica

Queima o carvão → Esquenta a água → Vapor em movimento

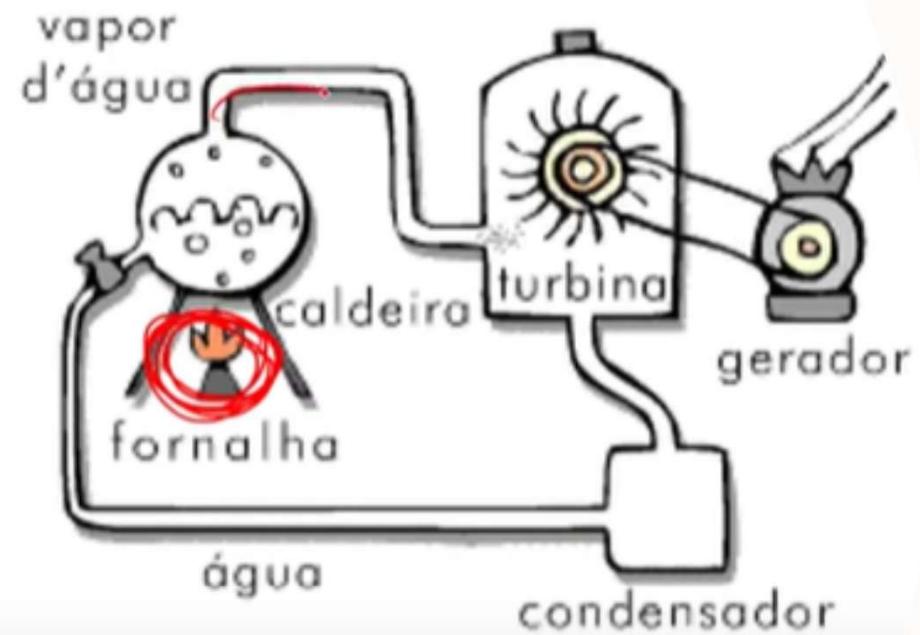
Energia química → Energia Térmica → Energia cinética → Energia elétrica

# Usina Termoelétrica



EXISTEM DIFERENTES TIPOS  
DE CONVERSÃO DE ENERGIA.

Queima o carvão → Esquenta a água → Vapor em movimento  
Energia química → Energia Térmica → Energia cinética → Energia elétrica



Esquema de geração de energia elétrica numa usina termelétrica

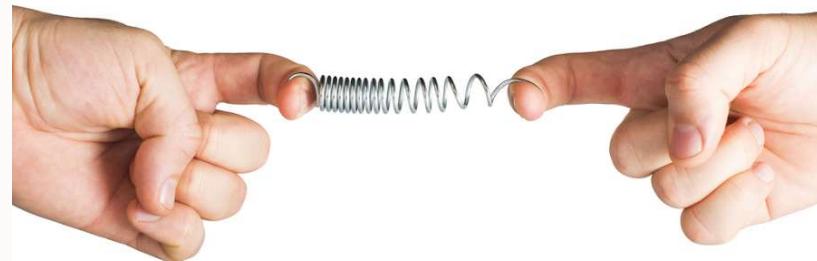
## OUTRAS FORMAS DE ENERGIA



ENERGIA CINÉTICA



ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL



ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA

## OUTRAS FORMAS DE ENERGIA



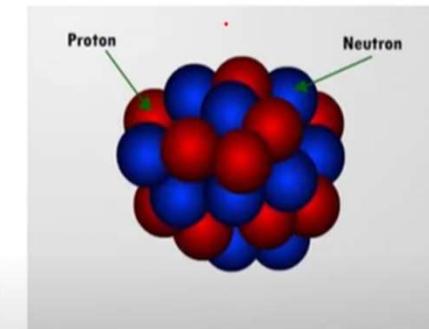
ENERGIA TÉRMICA



ENERGIA ELÉTRICA



ENERGIA QUÍMICA



ENERGIA DO NÚCLEO ATÔMICO



# ENERGIA

*Tecnicamente, se trata de uma grandeza escalar associada ao estado de um ou mais objetos*

*Podemos dizer que, trata-se de um número associado a um Sistema: se uma força afeta os objetos, colocando-os em movimento (por exemplo), esse número descreve como a energia do sistema varia.*

# ENERGIA

A ENERGIA PODE MUDAR DE FORMA, SER TRANSFERIDA DE UM OBJETO PARA O OUTRO, MAS A QUANTIDADE TOTAL SEMPRE PERMANECE CONSTANTE

A energia é conservada!  
Se pergunte: onde estava e para onde foi!

Para cada um desses questionamentos, temos uma equação.

## ENERGIA CINÉTICA

*Representada pela letra K ou  $E_c$ , está associada ao estado de movimento dos corpos.*

- *Quanto mais depressa um objeto se move, maior será a sua energia cinética.*
- *Quando um objeto está em repouso, sua energia cinética é nula.*

## ENERGIA CINÉTICA

*Para um corpo cuja velocidade é muito menor que a velocidade da luz, a energia cinética é definida por:*

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

*No SI: J (joule)*

$$1 \text{ J} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$$

## EX 1 (cap. 7, p.146) : energia cinética em um choque de locomotivas.

Em 1896, em Waco, Texas, William Crush posicionou duas locomotivas em extremidades opostas de uma linha férrea com 6,4 km de extensão, acendeu as caldeiras, amarrou os aceleradores para que permanecessem acionados e fez com que as locomotivas sofressem uma colisão frontal, em alta velocidade, diante de 30.000 espectadores (Fig. 7-1). Centenas de pessoas foram feridas pelos destroços; várias morreram. Supondo que cada locomotiva pesava  $1,2 \times 10^6$  N e tinha uma aceleração constante de  $0,26 \text{ m/s}^2$ , qual era a energia cinética das duas locomotivas imediatamente antes da colisão?



**Figura 7-1** O resultado de uma colisão entre duas locomotivas em 1896. (Cortesia da Library of Congress)

## TRABALHO

- Quando aumentamos a velocidade de um corpo aplicando uma força, a energia cinética aumenta.
- Quando reduzimos a velocidade de um corpo aplicando uma força, a energia cinética dele também reduz.

Isso quer dizer que a força aplicada transferiu energia para o corpo ou transferiu energia do corpo!

## TRABALHO

$$W = F.d$$

O trabalho ( $W$ ) é a energia transferida para um objeto (ou de um objeto) através de uma força que age sobre este objeto.

No SI: J (joule)

Quando a energia é transferida para o objeto, o trabalho é positivo!

Quando a energia é transferida do objeto, o trabalho é negativo!

## TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

Considere uma força constante  $F$  acelerando um corpo.

$$F_x = ma_x$$

Quando um corpo sofre um deslocamento  $d$ , a força muda a velocidade dele de um valor inicial  $v_0$  para outro valor  $v$ . Nesse caso, a força e a aceleração são constantes.

Explicitando o  $a_x$  e substituindo na 2<sup>a</sup> lei de Newton:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x d$$

$$F_x d = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

## TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

$$F_x d = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$W = \Delta K$$

$$W = F_x \cdot d$$

Esse termo representa a variação da energia cinética ao final do deslocamento.

Trabalho realizado pela força sobre o objeto.

Teorema do trabalho e energia cinética para partículas!

\*Para complementar os seus estudos, veja as páginas 149-151 do livro Halliday e Resnick v.1.

## TRABALHO E ENERGIA CINÉTICA

*Para calcular o trabalho que uma força realiza sobre um objeto quando este sofre um deslocamento, usamos apenas a componente da força paralela ao deslocamento do objeto. A componente da força perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.*

*\*Veja a Figura 7-2 da p.148 do livro Halliday e Resnick v.1.*

## ATENÇÃO

Para calcular o trabalho realizado por uma força sobre um objeto ela deve ser constante ao longo de todo o deslocamento.

O objeto deve comportar-se como uma partícula (ou seja, ser rígido e todas as suas partes devem se mover da mesma forma).

O trabalho pode ser positivo ou negativo e para determiná-lo consideramos a componente da força paralela ao deslocamento:

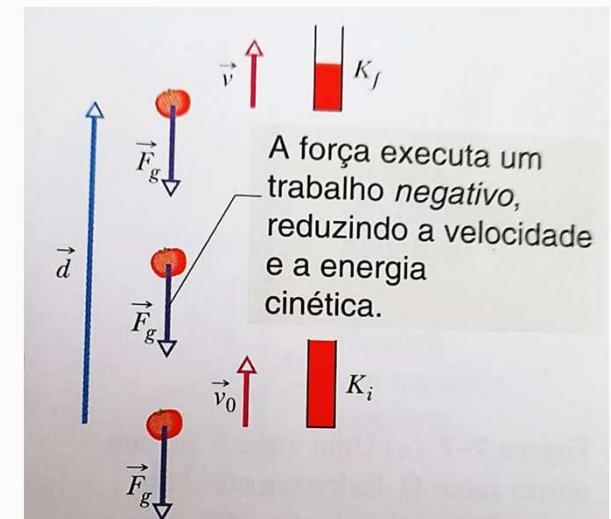
- Força possui a componente vetorial no mesmo sentido do deslocamento ( $+W$ ).
- Força possui a componente vetorial no sentido oposto ao deslocamento ( $-W$ ).
- Força não possui uma componente vetorial na direção do deslocamento ( $W$  nulo).

## TRABALHO REALIZADO PELA FORÇA GRAVITACIONAL

Considere a figura: o tomate de massa  $m$  é arremessado para cima com velocidade inicial  $v_0$ . Logo, sua energia cinética é:

$$K_i = \frac{1}{2} m v_0^2$$

Na subida o tomate é desacelerado por uma força gravitacional  $F_g$  e a sua energia cinética diminui porque essa força realiza trabalho sobre o objeto.



**Figura 7-6** Por causa da força gravitacional  $\vec{F}_g$ , a velocidade de um tomate de massa  $m$  arremessado para cima diminui de  $\vec{v}_0$  para  $\vec{v}$  durante um deslocamento  $\vec{d}$ . Um medidor de energia cinética indica a variação resultante da energia cinética do tomate, de  $K_i$  ( $= \frac{1}{2}mv_0^2$ ) para  $K_f$  ( $= \frac{1}{2}mv^2$ ).

## TRABALHO REALIZADO PELA FORÇA GRAVITACIONAL

Nesse caso, o trabalho realizado pela força gravitacional é representado por:

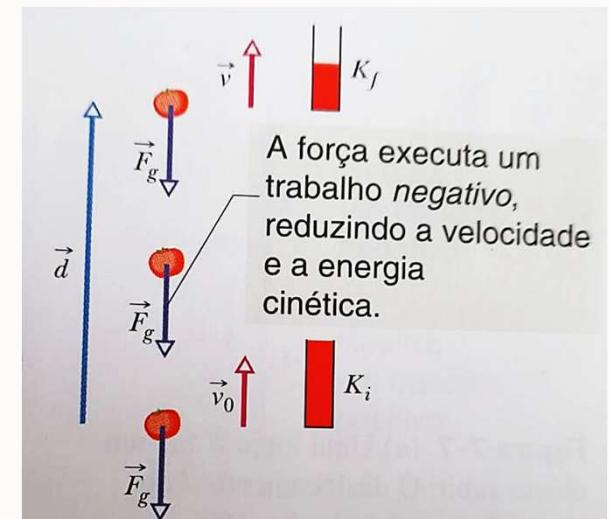
$$W_g = mg d \cos\phi$$

Na subida  $F_g$  tem sentido contrário ao deslocamento.

$$W_g = mg d \cos 180^\circ = mg d(-1)$$

$$W_g = -mg d$$

O sinal negativo indica que a  $F_g$  remove uma energia “ $mgd$ ” da energia cinética.



**Figura 7-6** Por causa da força gravitacional  $\vec{F}_g$ , a velocidade de um tomate de massa  $m$  arremessado para cima diminui de  $\vec{v}_0$  para  $\vec{v}$  durante um deslocamento  $\vec{d}$ . Um medidor de energia cinética indica a variação resultante da energia cinética do tomate, de  $K_i$  ( $= \frac{1}{2}mv_0^2$ ) para  $K_f$  ( $= \frac{1}{2}mv^2$ ).

## TRABALHO REALIZADO PELA FORÇA GRAVITACIONAL

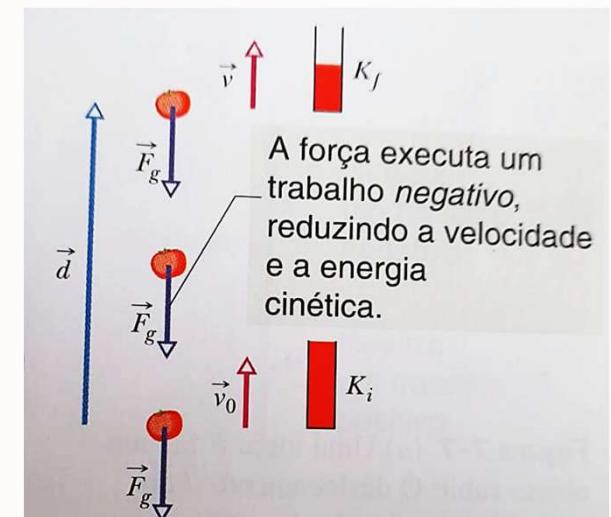
Quando o tomate atinge altura máxima e começa a descer, o ângulo entre a força gravitacional e o deslocamento é zero ( $\vec{F}_g$  no mesmo sentido que  $\vec{d}$ ).

$$W_g = mg d \cos\phi$$

$$W_g = mg d \cos 0^\circ = mg d(1)$$

$$W_g = mg d$$

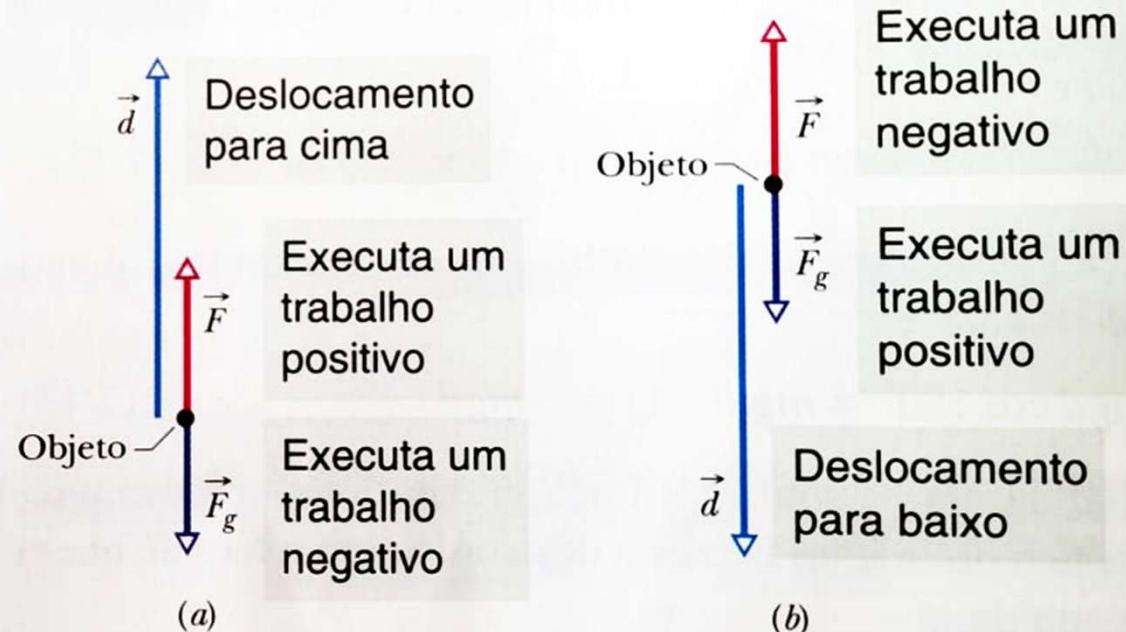
O sinal positivo indica que a  $\vec{F}_g$  transfere uma energia “ $mgd$ ” para a energia cinética.



**Figura 7-6** Por causa da força gravitacional  $\vec{F}_g$ , a velocidade de um tomate de massa  $m$  arremessado para cima diminui de  $\vec{v}_0$  para  $\vec{v}$  durante um deslocamento  $\vec{d}$ . Um medidor de energia cinética indica a variação resultante da energia cinética do tomate, de  $K_i$  ( $= \frac{1}{2}mv_0^2$ ) para  $K_f$  ( $= \frac{1}{2}mv^2$ ).

## TRABALHO REALIZADO PARA LEVANTAR E BAIXAR UM OBJETO

**Figura 7-7** (a) Uma força  $\vec{F}$  faz um objeto subir. O deslocamento  $\vec{d}$  do objeto faz um ângulo  $\phi = 180^\circ$  com a força gravitacional  $\vec{F}_g$ . A força aplicada realiza um trabalho positivo sobre o objeto. (b) A força  $\vec{F}$  é insuficiente para fazer o objeto subir. O deslocamento  $\vec{d}$  do objeto faz um ângulo  $\phi = 0^\circ$  com a força gravitacional  $\vec{F}_g$ . A força aplicada realiza um trabalho negativo sobre o objeto.



## TRABALHO REALIZADO PARA LEVANTAR E BAIXAR UM OBJETO

Para levantar o objeto: A força aplicada tende a transferir energia para o objeto enquanto a  $F_g$  tende a remover.

$$\Delta K = K_f - K_i \\ = W_a + W_g$$

Para baixar o objeto: A força aplicada tende a remover energia para o objeto enquanto a  $F_g$  tende a transferir.

Se o objeto está em repouso antes e depois do levantamento (pegar um objeto do chão e colocar sobre a mesa): A força aplicada transfere para o objeto a mesma quantidade de energia que a  $F_g$  remove do objeto.

$$\Delta K = K_f - K_i \\ = W_a + W_g \\ 0 - 0 = W_a + W_g$$

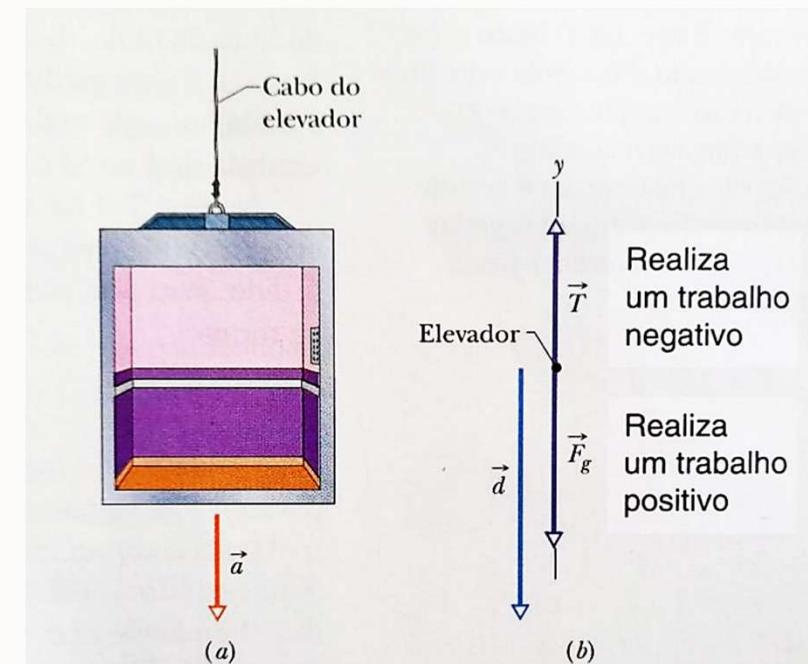
$$W_a = -W_g$$

**Ex. 2 (p.153, cap.7, v.1)**

Um elevador de massa  $m = 500 \text{ kg}$  está descendo com velocidade  $v_i = 4,0 \text{ m/s}$  quando o cabo de sustentação começa a deslizar, permitindo que o elevador caia com aceleração constante  $\vec{a} = \vec{g}/5$  (Fig. 7-8a).

(a) Se o elevador cai de uma altura  $d = 12 \text{ m}$ , qual é o trabalho  $W_g$  realizado sobre o elevador pela força gravitacional  $\vec{F}_g$ ?

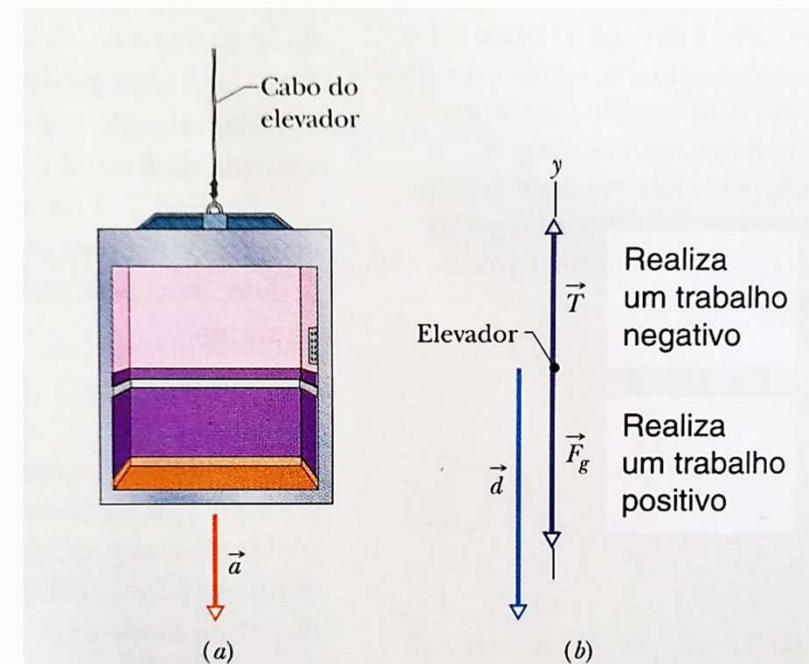
(b) Qual é o trabalho  $W_T$  realizado sobre o elevador pela força  $\vec{T}$  exercida pelo cabo durante a queda?



**Figura 7-8** Um elevador, que estava descendo com velocidade  $v_i$ , de repente começa a acelerar para baixo. (a) O elevador sofre um deslocamento  $\vec{d}$  com uma aceleração constante  $\vec{a} = \vec{g}/5$ . (b) Diagrama de corpo livre do elevador, mostrando também o deslocamento.

[CONTINUAÇÃO] Ex. (p.153, cap.7, v.1)

- (c) Qual é o trabalho total  $W$  realizado sobre o elevador durante a queda?
- (d) Qual é a energia cinética do elevador no final da queda de 12 m?



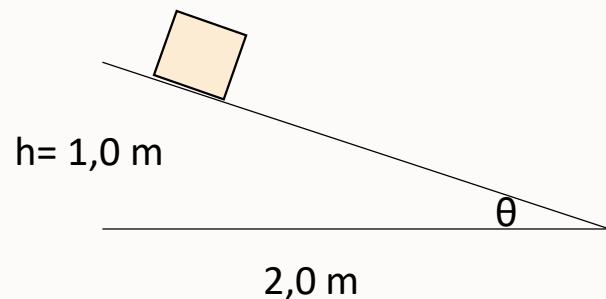
**Figura 7-8** Um elevador, que estava descendo com velocidade  $v_i$ , de repente começa a acelerar para baixo. (a) O elevador sofre um deslocamento  $\vec{d}$  com uma aceleração constante  $\bar{a} = \bar{g}/5$ . (b) Diagrama de corpo livre do elevador, mostrando também o deslocamento.

### Ex. 3 (trabalho da energia potencial)

Considere um bloco de massa 5,0kg abandonado do repouso, cerca de 1,0 m de altura, em relação ao chão. Com que velocidade o bloco atinge o solo?

### Ex. 4 (trabalho da energia potencial)

Considere que o bloco de massa 5,0kg agora está sobre um plano inclinado, conforme a figura. Com que velocidade o bloco atinge o solo?

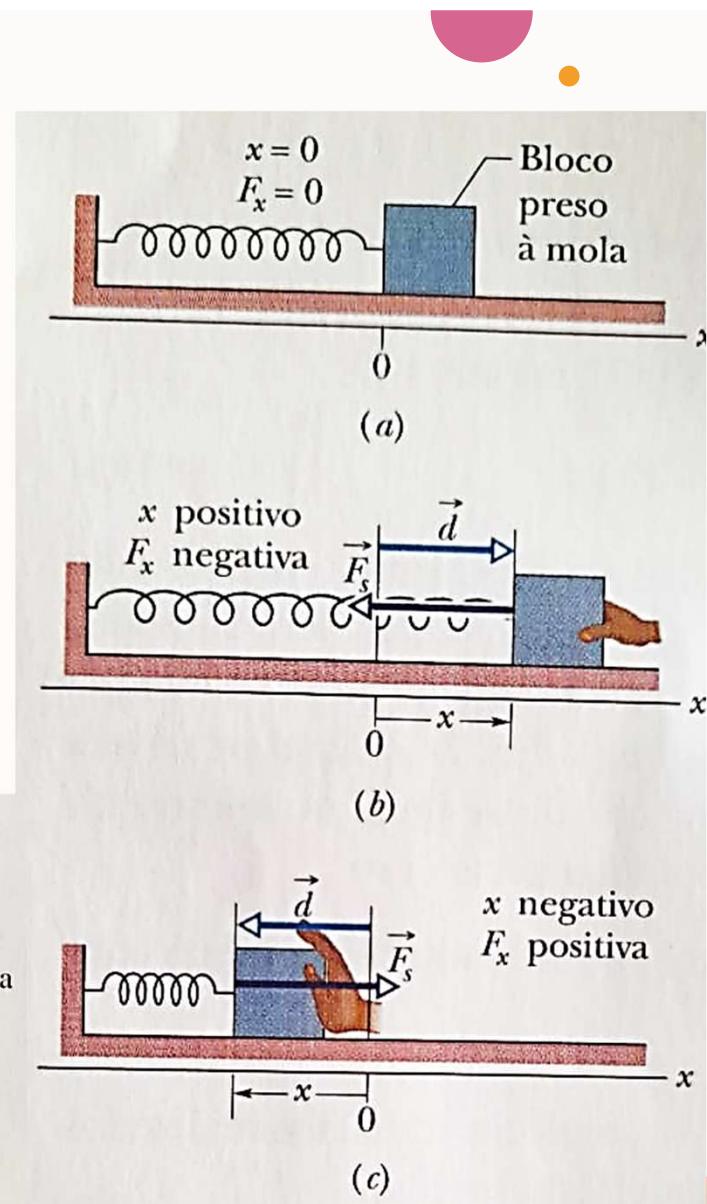


## FORÇA ELÁSTICA

A força elástica é um caso particular de força variável e muitas forças da natureza têm a mesma forma matemática que ela.

*A força elástica é uma força restauradora e proporcional ao deslocamento da extremidade livre a partir da posição que ocupa quando a mola está no estado relaxado.*

**Figura 7-9** (a) Uma mola no estado relaxado. A origem do eixo  $x$  foi colocada na extremidade da mola que está presa ao bloco. (b) O bloco sofre um deslocamento  $\vec{d}$  e a mola sofre uma distensão (variação positiva de  $x$ ). Observe a força restauradora  $\vec{F}_s$  exercida pela mola. (c) A mola sofre uma compressão (variação negativa de  $x$ ). Observe novamente a força restauradora.



## FORÇA ELÁSTICA

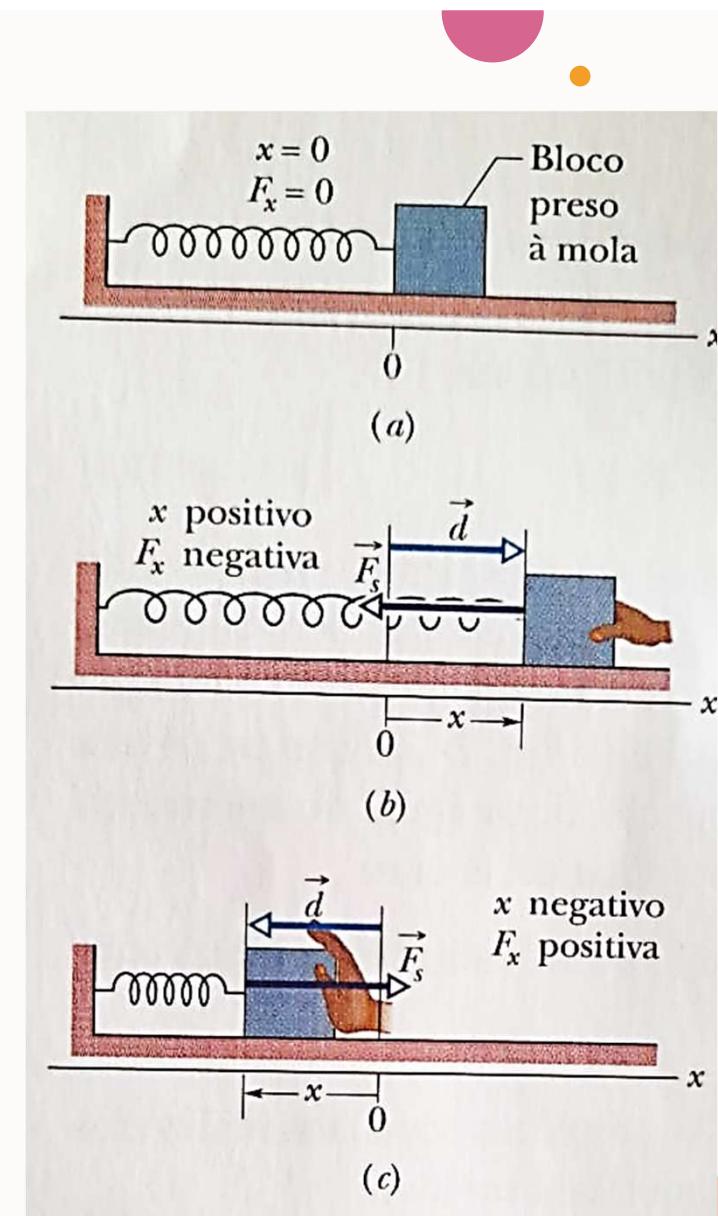
Matematicamente, é definida pela Lei de Hooke:

$$F_s = -kx$$

$k$  (no SI N/m) representa a constante elástica (ou constante de força), uma medida de rigidez da mola:

Quanto maior o valor do  $k$ , mais rígida será a mola e maior a força necessária para um determinado deslocamento.

O sinal negativo indica que o sentido da força elástica é sempre oposto ao deslocamento da extremidade livre da mola.



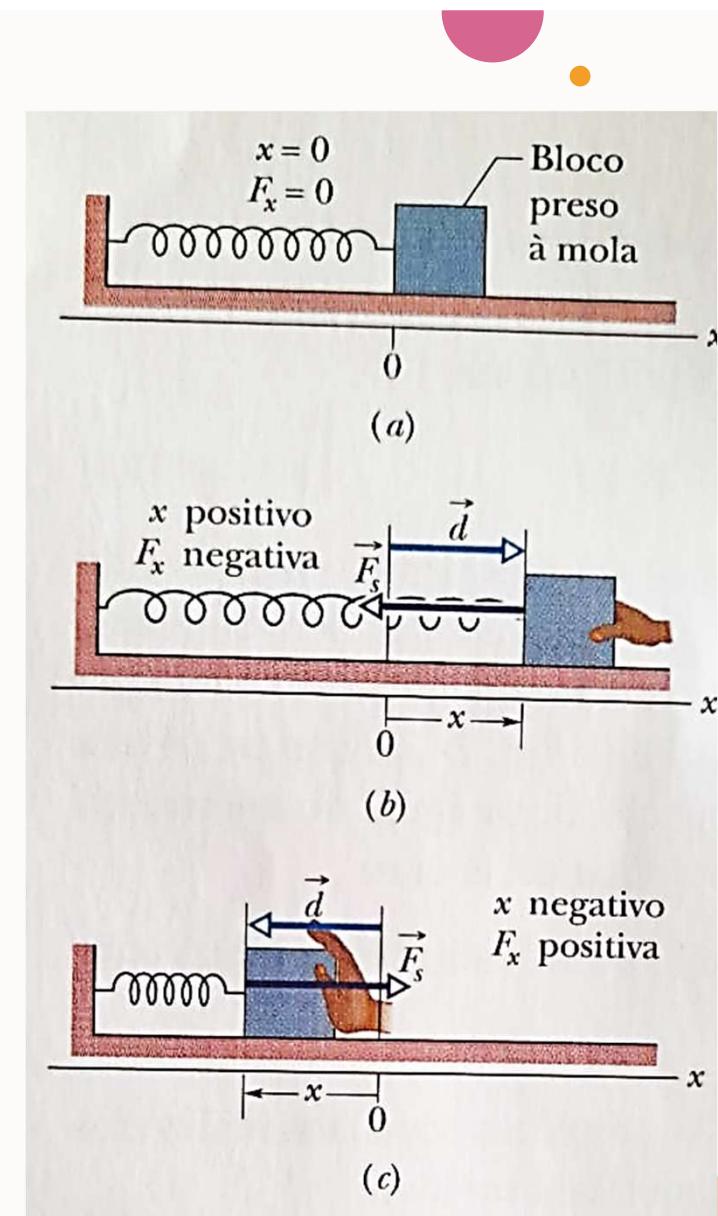
## TRABALHO REALIZADO POR UMA FORÇA ELÁSTICA

O trabalho da força elástica ( $W_s$ ) é positivo se a posição final do bloco está mais próxima da posição no estado relaxado ( $x=0$ ) que a posição inicial; e será negativo se a posição final está mais afastada de  $x=0$  que a posição inicial.

O trabalho da força elástica ( $W_s$ ) será nulo se a posição final do bloco está à mesma distância de  $x=0$  que a posição inicial.

$$W_s = -\frac{1}{2}kx^2$$

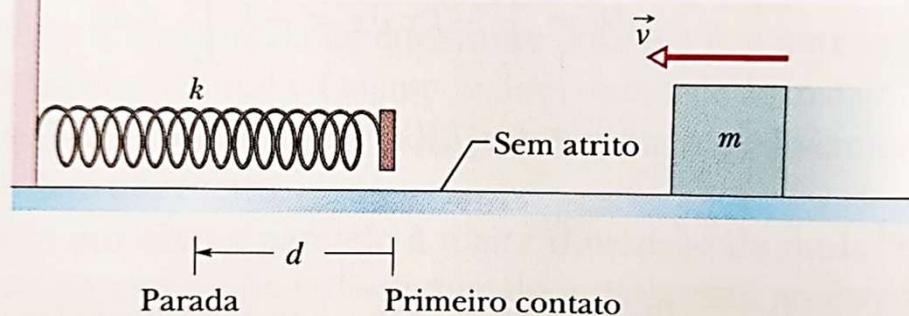
$$W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$$



**Ex. 5 (p.156, Cap 7, v.1)**

Na Fig. 7-10, depois de deslizar sobre uma superfície horizontal sem atrito com velocidade  $v = 0,50 \text{ m/s}$ , um pote de cominho de massa  $m = 0,40 \text{ kg}$  colide com uma mola de constante elástica  $k = 750 \text{ N/m}$  e começa a comprimí-la. No instante em que o pote para momentaneamente por causa da força exercida pela mola, de que distância  $d$  a mola foi comprimida?

A força da mola executa um trabalho *negativo*, reduzindo a velocidade e a energia cinética.



**Figura 7-10** Um pote de massa  $m$  se move com velocidade  $\bar{v}$  em direção a uma mola de constante  $k$ .

## TRABALHO REALIZADO POR UMA FORÇA VARIÁVEL

### Situação unidimensional:

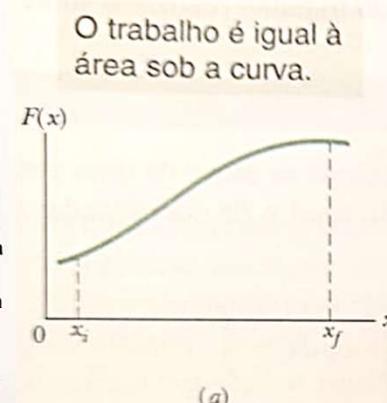
$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

### Situação tridimensional:

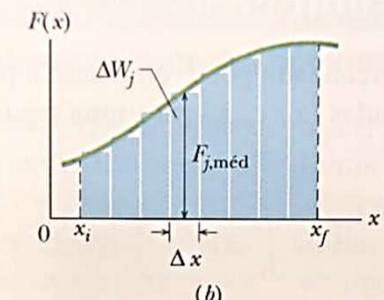
$r_i$  e  $r_f$  são posições finais e iniciais de coordenadas x, y e z.

$$W = \int_{r_i}^{r_f} dW = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz.$$

**Figura 7-11** (a) Gráfico do módulo de uma força unidimensional  $\bar{F}(x)$  em função da posição  $x$  de uma partícula sobre a qual a força atua. A partícula se desloca de  $x_i$  a  $x_f$ . (b) O mesmo que (a), mas com a área sob a curva dividida em faixas estreitas. (c) O mesmo que (b), mas com a área sob a curva dividida em faixas mais estreitas. (d) O caso limite. O trabalho realizado pela força é dado pela Eq. 7-32 e é representado pela área sombreada entre a curva e o eixo x entre  $x_i$  e  $x_f$ .

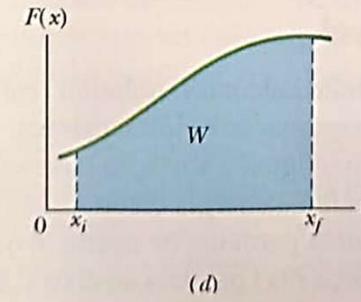
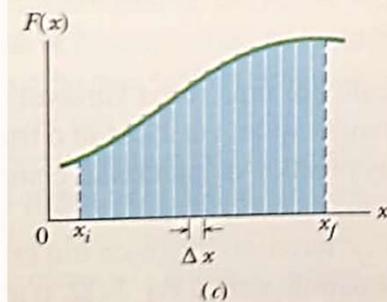


O trabalho é igual à área sob a curva.



A área sob a curva pode ser aproximada pela área desses retângulos.

Quanto mais estreitos os retângulos, melhor a aproximação.



Quando a largura dos retângulos tende a zero, o erro da aproximação também tende a zero.

# Obrigada!

**Que a Física esteja com vocês!**

Contato: [talissa.trodrigues@gmail.com](mailto:talissa.trodrigues@gmail.com)

