

Centro de massa e Momento Linear

Prof^a. Dra. Talissa Rodrigues



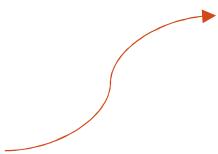
Instituto de Matemática, Estatística e Física



- Definimos o centro de massa (CM) de um Sistema de partículas para podermos determinar com mais facilidade o movimento deste.

O CM de um Sistema de partículas é o ponto que se move como se:

- (1) toda a massa do Sistema estivesse concentrada nesse ponto e
- (2) todas as forças externas estivessem aplicadas a este ponto.



CENTRO DE MASSA (CM)

Transforma um corpo extenso em um ponto!

- (1) **Caso Discreto (sistemas de partículas)**: os pontos que representam o CM podem ser “contados”. Ou seja, existe um número finito de partículas.

- (2) **Caso Contínuo (corpos maciços)**: é mais realista e traz infinitos pontos. Nesse caso, é necessário utilizar a integral.



Caso discreto (sistemas de partículas)

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i, \quad y_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i, \quad z_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i z_i.$$

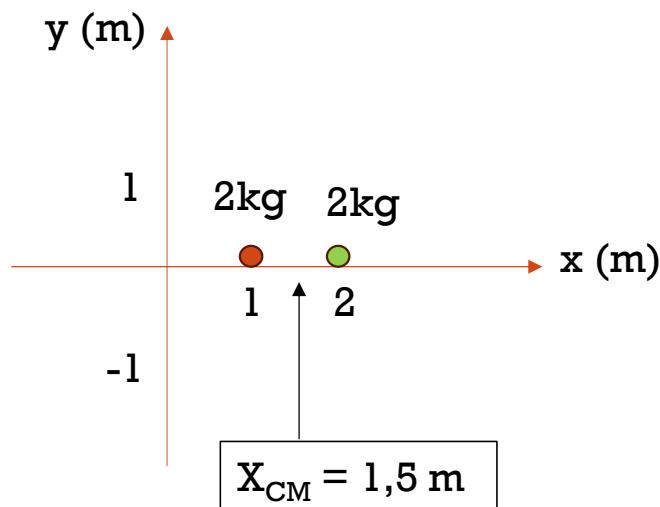
Onde M representa a massa total das partículas do Sistema.



- (1) Exemplo arbitrário: Considere a figura abaixo. Determine a posição do centro de massa.



- (1) Exemplo arbitrário: Considere a figura abaixo. Determine a posição do centro de massa.



$$* M = 2+2= 4\text{kg}$$

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i,$$

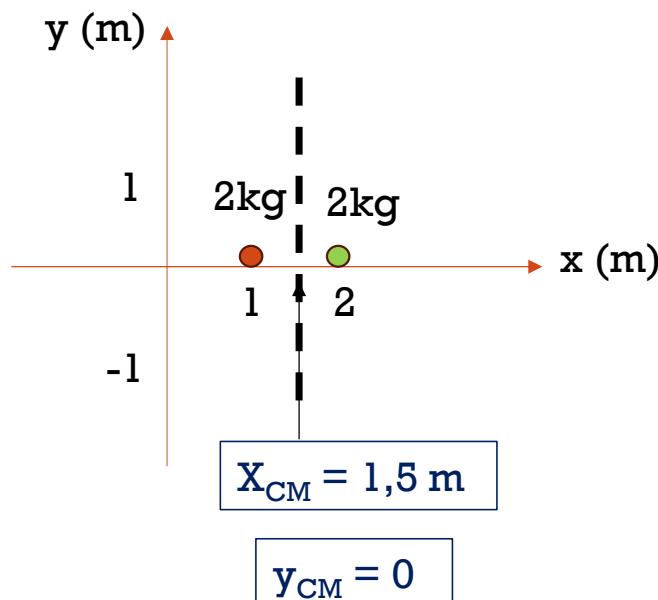
$$x_{CM} = (1/M) [m_1 x_1 + m_2 x_2]$$

$$x_{CM} = (1/4) [2.1 + 2.2]$$

$$x_{CM} = (6/4) = 1,5 \text{ m}$$



- (1) Exemplo arbitrário: Considere a figura abaixo. Determine a posição do centro de massa.



$$* M = 2+2= 4\text{kg}$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i$$

$$y_{CM} = (1/M) [m_1 y_1 + m_2 y_2]$$

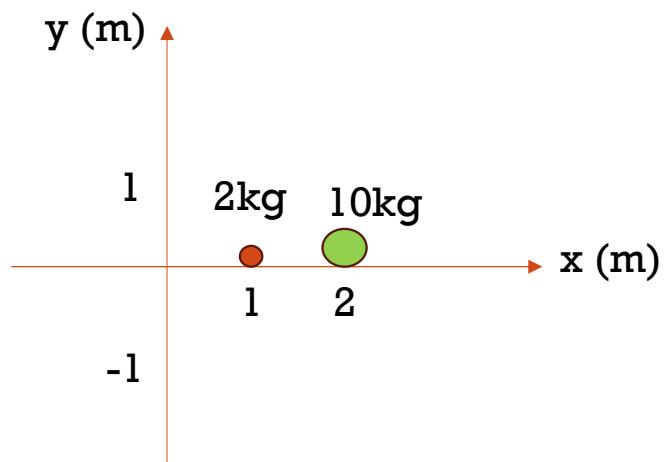
$$y_{CM} = (1/4) [2.0 + 2.0]$$

$$y_{CM} = 0$$

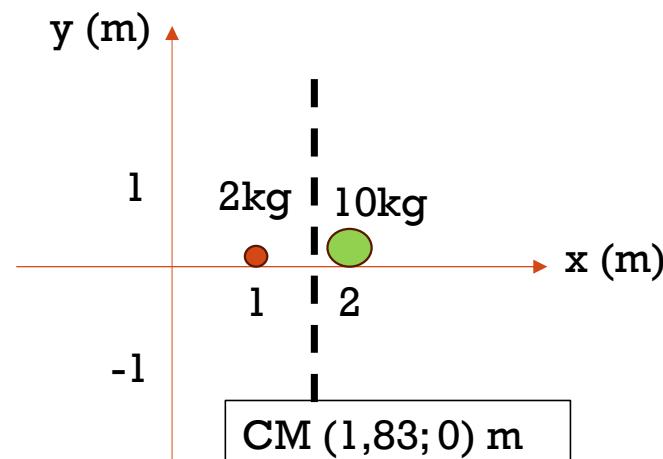
A posição do centro de massa é CM (1,5; 0) m



(2) Exemplo arbitrário: Considere a figura abaixo. Determine onde estará o centro de massa.



(2) Exemplo arbitrário: Considere a figura abaixo. Determine onde estará o centro de massa.



$$* M = 2 + 10 = 12 \text{ kg}$$

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i x_i,$$

$$x_{CM} = (1/M) [m_1 x_1 + m_2 x_2]$$

$$x_{CM} = (1/12) [2.1 + 10.2]$$

$$x_{CM} = (1/12)[2+20]$$

$$x_{CM} = 1,83 \text{ m}$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n m_i y_i$$

$$y_{CM} = (1/M) [m_1 y_1 + m_2 y_2]$$

$$y_{CM} = (1/12) [2.0 + 10.0]$$

$$y_{CM} = 0$$

O CM sempre se aproxima da partícula de maior massa!



2^a Lei de Newton aplicada a um Sistema de partículas

As forças internas da explosão não mudam a trajetória do CM.

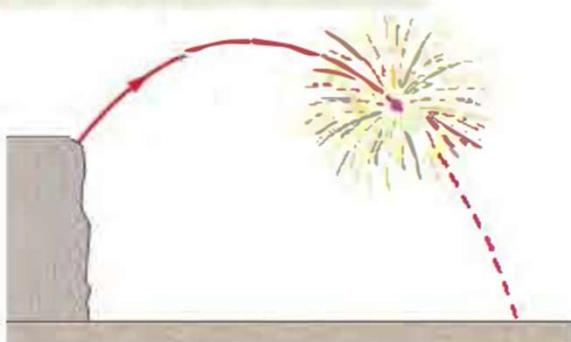


Figura 9-5 Um fogo de artifício explode no ar. Se não fosse a resistência do ar, o centro de massa dos fragmentos continuaria a seguir a trajetória parabólica original até que os fragmentos começassem a atingir o solo.

$$\vec{F}_{\text{res}} = M \vec{a}_{\text{CM}} \quad (\text{sistema de partículas}).$$

$$\sum \vec{F}_{\text{externa}}$$

Nessa situação, somente as forças externas importam!



(3) Exemplo:

- 12 Dois patinadores, um de 65 kg e outro de 40 kg, estão em uma pista de gelo e seguram as extremidades de uma vara de 10 m de comprimento e massa desprezível. Os patinadores se puxam ao longo da vara até se encontrarem. Qual é a distância percorrida pelo patinador de 40 kg?

O MOMENTO LINEAR DE UMA PARTÍCULA (p) É UMA GRANDEZA VETORIAL DEFINIDA PELA EQUAÇÃO:

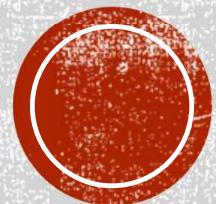
$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (\text{momento linear de uma partícula})$$

No SI: kgm/s



O momento linear de um sistema de partículas é igual ao produto da massa total do sistema pela velocidade do centro de massa.

MOMENTO LINEAR



Newton, originalmente, expressou o princípio da dinâmica (2^a lei de Newton) em termos do momento linear:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

“A taxa de variação com o tempo do momento de uma partícula é igual à força resultante que atua sobre a partícula e tem a mesma orientação que a força resultante”.

MOMENTO LINEAR:

Só poderá mudar se a partícula estiver sujeita a uma força.
Se não existe nenhuma força, o momento linear não muda!

Se $\sum F=0$ p é constante!
Ou, $p_0 = p$





Se um sistema de partículas não está submetido a uma força externa, o momento linear total \vec{P} do sistema não pode variar.

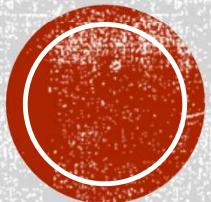
$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 + \dots + \mathbf{p}_n$$

$$\mathbf{p} = M\mathbf{V}_{CM}$$

Se $\sum \mathbf{F}_{ext} = 0$ \mathbf{p} é constante!

CONSERVAÇÃO DO MOMENTO LINEAR



(4) Exemplo arbitrário:

Imagine uma arma com uma munição (bala). Ao disparar a arma sofre um pequeno recuo. Considere a massa da arma é 1,0kg e da bala 20g e determine:

- A) O momento linear final do Sistema bala-arma.
- B) Sabendo que a velocidade da bala, no disparo, é 500km/h, determine a velocidade de recuo da arma.



(5) Exemplo

- 39 Um homem de 91 kg em repouso em uma superfície horizontal, de atrito desprezível, arremessa uma pedra de 68 g com uma velocidade horizontal de 4,0 m/s. Qual é a velocidade do homem após o arremesso?



OBRIGADA!

Que a Física esteja com vocês!



talissa.trodrigues@gmail.com

