CAPÍTULO 27

Circuitos

27-1 CIRCUITOS DE UMA MALHA

Vamos limitar nossa discussão a circuitos nos quais as cargas se movem sempre no mesmo sentido, conhecidos como *circuitos de corrente contínua ou circuitos de CC.*

Começamos com a seguinte pergunta: Como é possível colocar cargas elétricas em movimento?

27-2 | “Bombeamento” de Cargas

Para produzir uma corrente constante, precisamos de uma “bomba” de cargas, um dispositivo que, realizando trabalho sobre os portadores de carga, mantenha uma diferença de potencial entre dois terminais.

Um dispositivo desse tipo é chamado de **fonte de tensão** ou, simplesmente, **fonte**. Dizemos que uma fonte de tensão produz uma **força eletromotriz ξ**, o que significa que submete os portadores de carga a uma diferença de potencial **ξ**.

O termo força eletromotriz, às vezes abreviado para *fem*, é usado, por questões históricas, para designar a diferença de potencial produzida por uma fonte de tensão, embora, na verdade, não se trate de uma força.

27-3 | Trabalho, Energia e Força Eletromotriz

27-3 | Trabalho, Energia e Força Eletromotriz

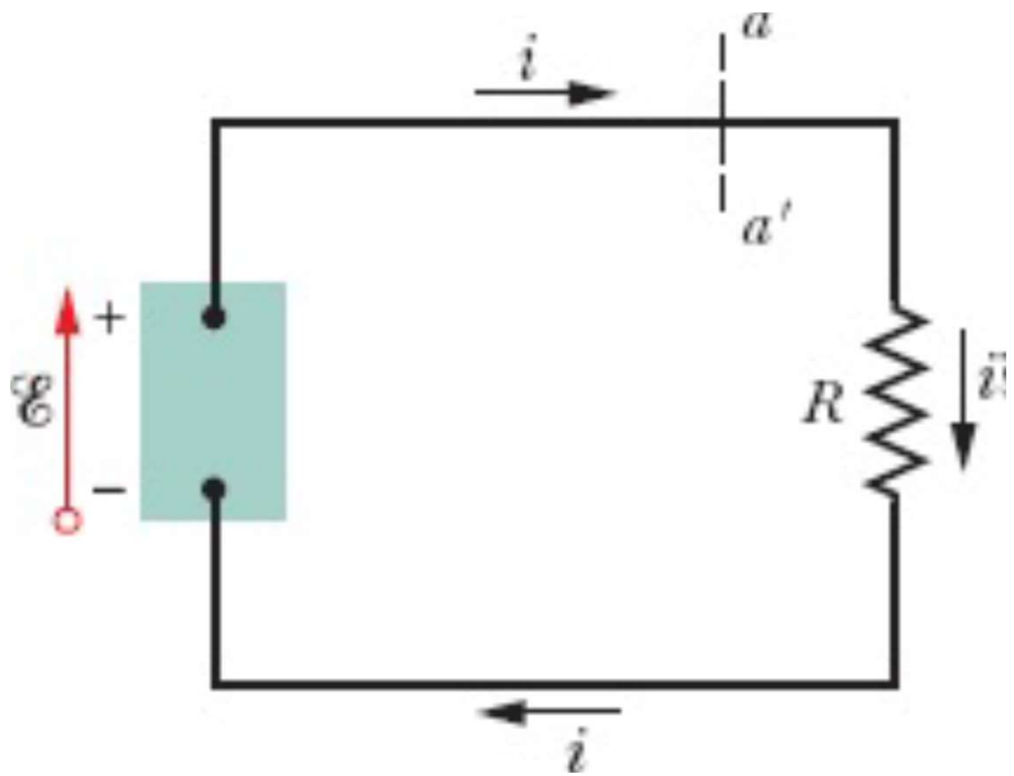
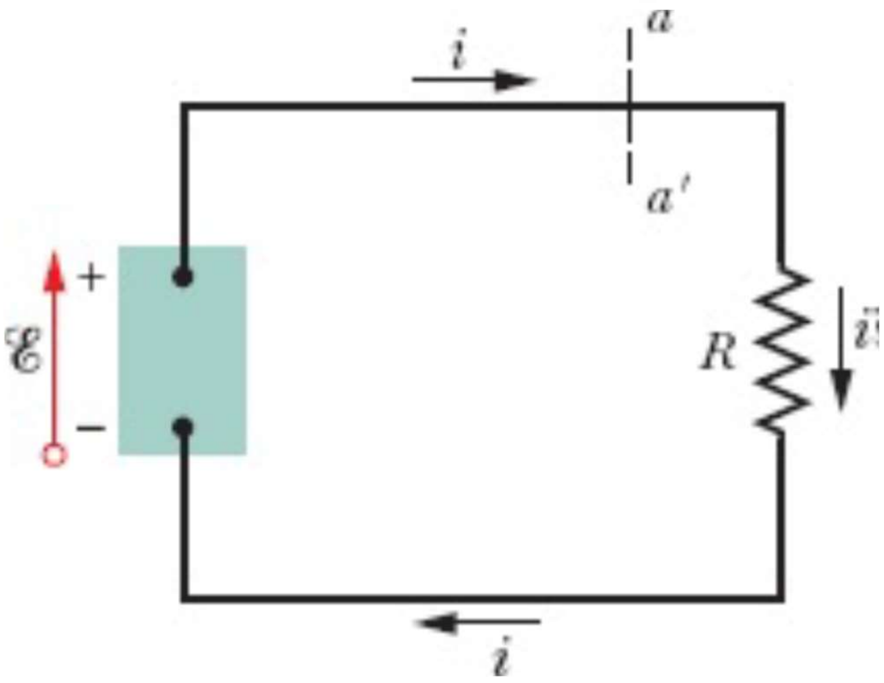


FIG. 27-1 Um circuito elétrico simples, no qual uma fonte de força eletromotriz ℰ realiza trabalho sobre portadores de carga e mantém uma corrente constante i em um resistor de resistência R.

27-3 | Trabalho, Energia e Força Eletromotriz



Vamos agora analisar o circuito da Fig. 27-1 do ponto de vista do trabalho e da energia. Em um intervalo de tempo dt uma carga dq passa por todas as seções retas do circuito, como aa'. A mesma carga entra no terminal de baixo potencial da fonte de tensão e sai do terminal de alto potencial. Para que a carga dq se mova dessa forma a fonte deve realizar sobre ela um trabalho dW. Definimos a força eletromotriz da fonte através desse trabalho:

$$\mathscr{E} = \frac{dW}{dq} \qquad \text{(definição de } \mathscr{E}\text{).} \qquad (27\text{-}1)$$

27-3 | Trabalho, Energia e Força Eletromotriz

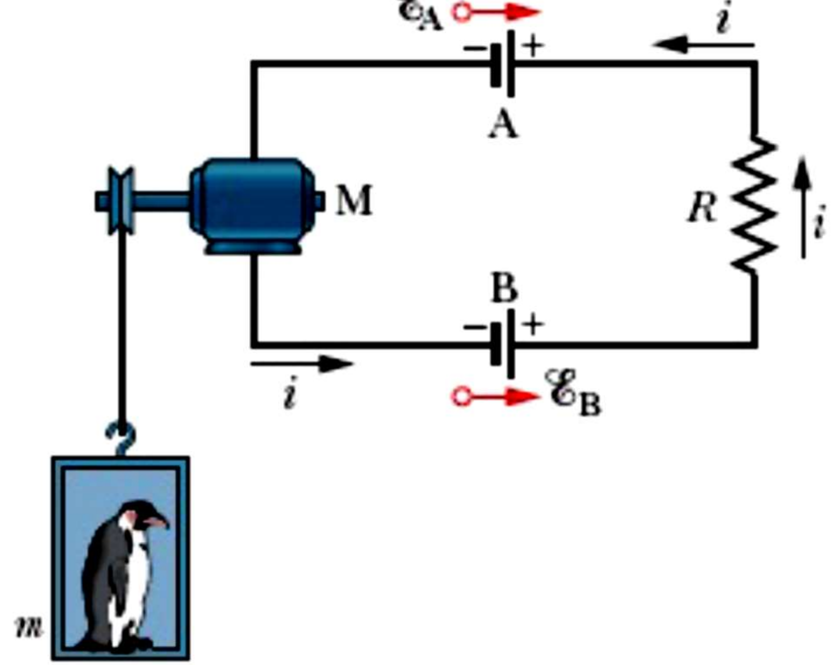
Em palavras, a força eletromotriz de uma fonte é o trabalho por unidade de carga que a fonte realiza para transferir cargas do terminal de baixo potencial para o terminal de alto potencial. A unidade de força eletromotriz no SI é o joule por coulomb; no Capítulo 24 essa unidade foi definida como o *volt*.

Uma **fonte de tensão ideal**, por definição, é aquela que não apresenta nenhuma resistência ao movimento das cargas de um terminal para o outro. A diferença de potencial entre os terminais de uma fonte ideal é igual à força eletromotriz da fonte. Assim, por exemplo, uma bateria ideal com uma força eletromotriz de 12,0 V mantém uma diferença de 12,0 V entre os terminais.

Uma **fonte de tensão real** possui uma resistência interna que se opõe ao movimento das cargas. Quando uma fonte real não está ligada a um circuito e, portanto, não conduz uma corrente elétrica a diferença de potencial entre os terminais é igual à força eletromotriz. Quando a fonte conduz uma corrente, porém, a diferença de potencial é menor que a força eletromotriz. As fontes reais serão discutidas na Seção 27-5.

$$\mathscr{E} = \frac{dW}{dq} \quad \text{(definição de } \mathscr{E}\text{).} \qquad (27\text{-}1)$$

27-3 | Trabalho, Energia e Força Eletromotriz



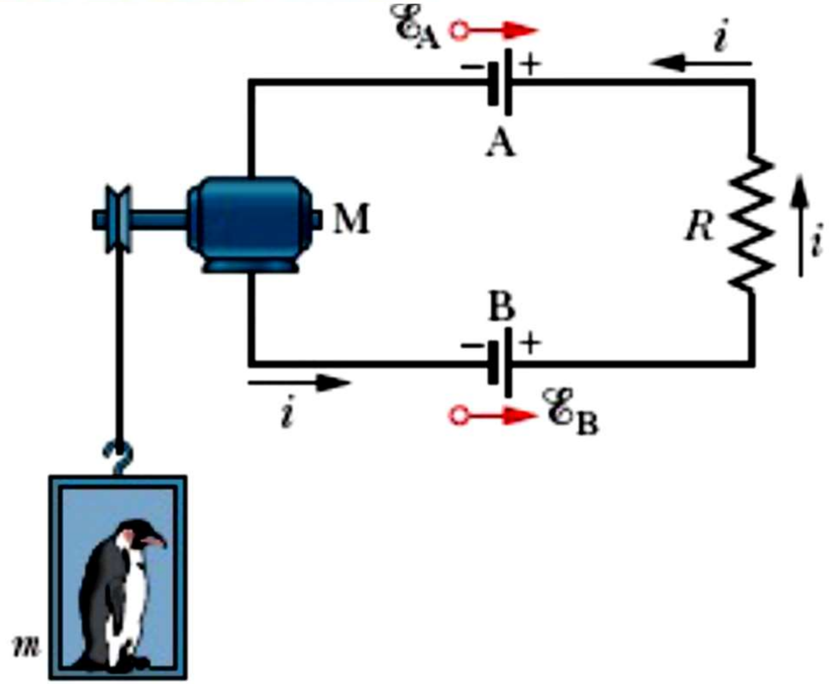
(a)

$$\mathscr{E} = \frac{dW}{dq} \qquad \text{(definição de } \mathscr{E}\text{)}.$$

A Fig. 27-2a mostra um circuito formado por duas baterias ideais recarregáveis A e B, uma resistência R e um motor elétrico M que é capaz de levantar um objeto usando a energia que recebe dos portadores de carga do circuito.

27-3 | Trabalho, Energia e Força Eletromotriz

$$\mathscr{E} = \frac{dW}{dq} \qquad \text{(definição de } \mathscr{E}\text{)}.$$



(a)

Observe que as baterias estão ligadas de tal forma que tendem a fazer as cargas circularem em sentidos opostos. O sentido da corrente é determinado pela bateria que possui a maior força eletromotriz que, no caso, estamos supondo que seja a bateria B, de modo que a energia química da bateria B diminui com a transferência de parte dessa energia para os portadores de carga. Por outro lado, a energia química da bateria A aumenta, pois o sentido da corrente no seu interior é do terminal positivo para o terminal negativo. Assim, a bateria B, além de fornecer energia para acionar o motor M e vencer a resistência R, também carrega a bateria A.

27-3 | Trabalho, Energia e Força Eletromotriz

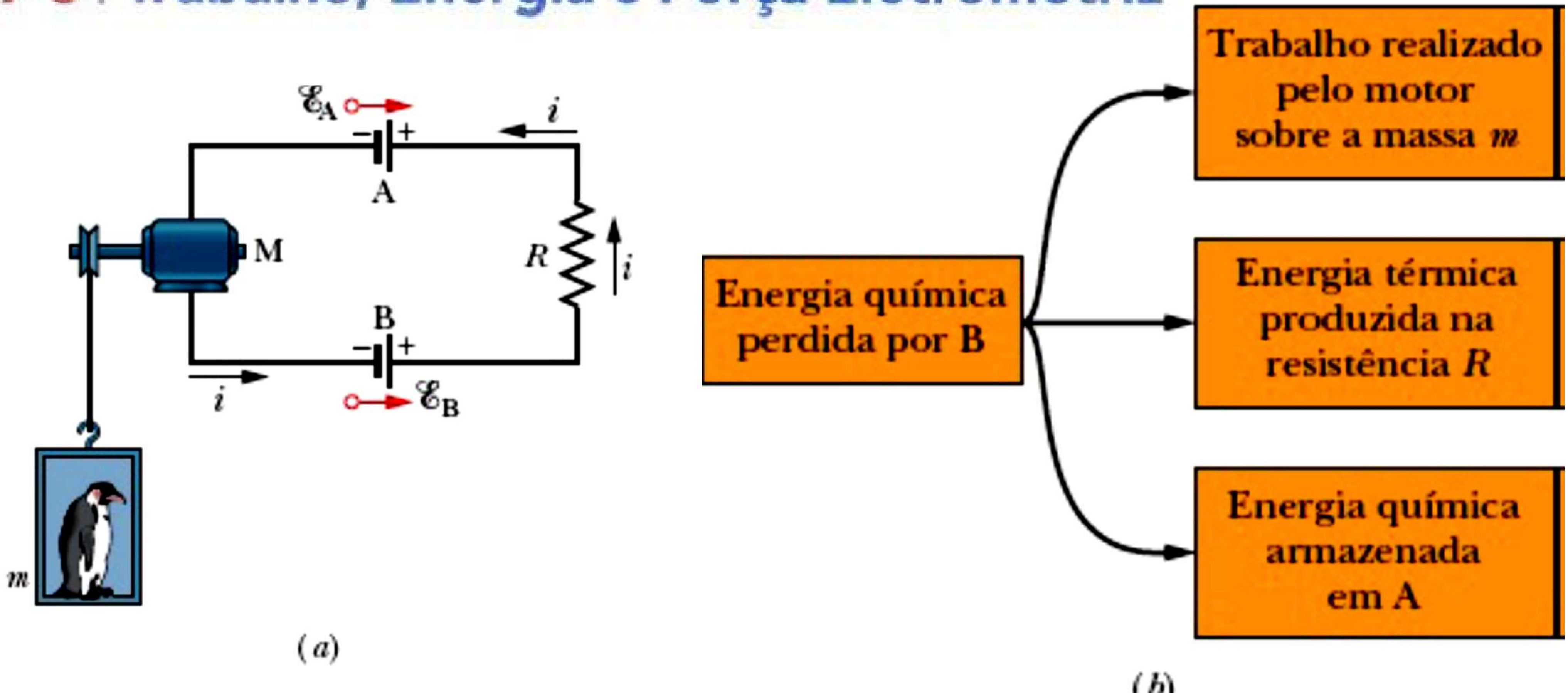
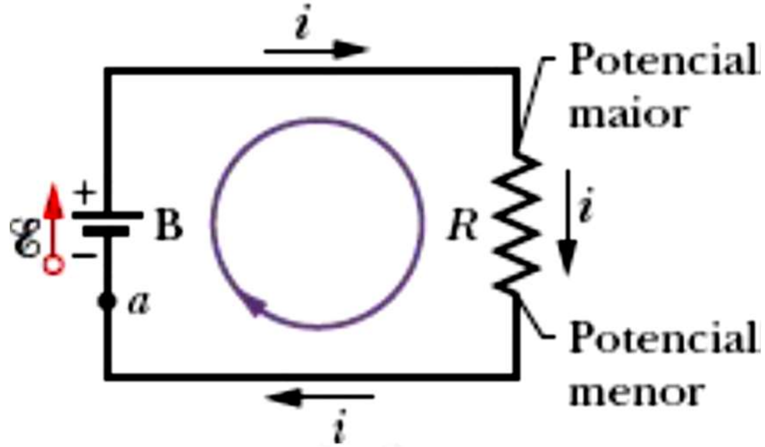


Figura 27-2 (a) Como neste circuito $\mathscr{E}_B > \mathscr{E}_A$, o sentido da corrente é determinado pela bateria B. (b) As transferências de energia que acontecem no circuito.

Observe que as baterias estão ligadas de tal forma que tendem a fazer as cargas circularem em sentidos opostos.

27-4 | Cálculo da Corrente em um Circuito de uma Malha

A fonte faz uma corrente atravessar o resistor, do potencial maior para o potencial menor.



Vamos discutir agora dois métodos diferentes para calcular a corrente no circuito simples de *uma malha* da Fig. 27-3; um dos métodos se baseia na lei de conservação da energia e o outro no conceito de potencial. O circuito que vamos analisar é formado por uma fonte ideal B com uma força eletromotriz ℰ, um resistor de resistência R e dois fios de ligação. (A menos que seja afirmado explicitamente o contrário, vamos supor que os fios dos circuitos possuem resistência desprezível. A função dos fios, portanto, é apenas permitir a passagem dos portadores de corrente de um dispositivo para outro.)

$$\mathscr{E} = \frac{dW}{dq} \qquad \text{(definição de } \mathscr{E}\text{).} \qquad (27\text{-}1)$$

Método da Energia

De acordo com a Eq. 26-27 ($P = i^2R$), em um intervalo de tempo dt uma energia dada por $i^2R\,dt$ é transformada em energia térmica no resistor da Fig. 27-3. Como foi observado na Seção 26-7, podemos dizer que essa energia é *dissipada*. (Já que estamos supondo que a resistência dos fios é desprezível, eles não dissipam energia.) Durante o mesmo intervalo uma carga $dq = i\,dt$ atravessa a fonte B e o trabalho realizado pela fonte sobre essa carga, de acordo com a Eq. 27-1, é dado por

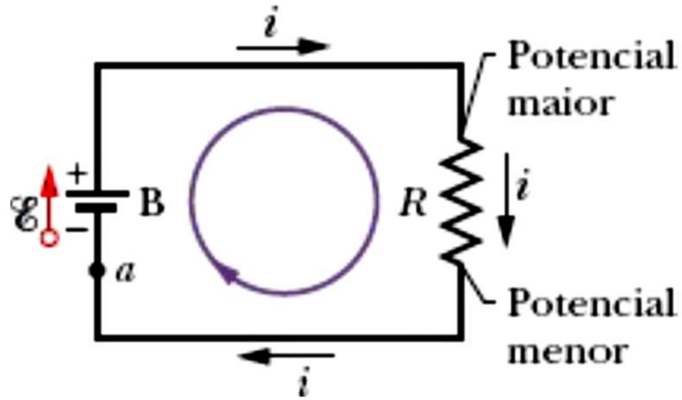
$$dW = \mathscr{E}\,dq = \mathscr{E}i\,dt.$$

De acordo com a lei de conservação da energia, o trabalho realizado pela fonte (ideal) é igual à energia térmica que aparece no resistor:

$$\mathscr{E}i\,dt = i^2R\,dt.$$

Isso nos dá

$$\mathscr{E} = iR.$$



Método da Energia

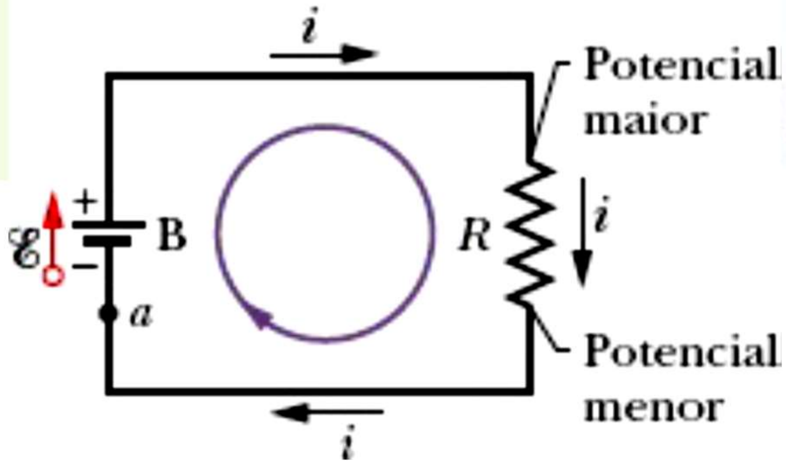
$$\mathscr{E} = \frac{dW}{dq} \qquad \text{(definição de } \mathscr{E}\text{)}. \qquad (27\text{-}1)$$

$$dW = \mathscr{E}\, dq = \mathscr{E} i\, dt.$$

$$\mathscr{E} = iR.$$

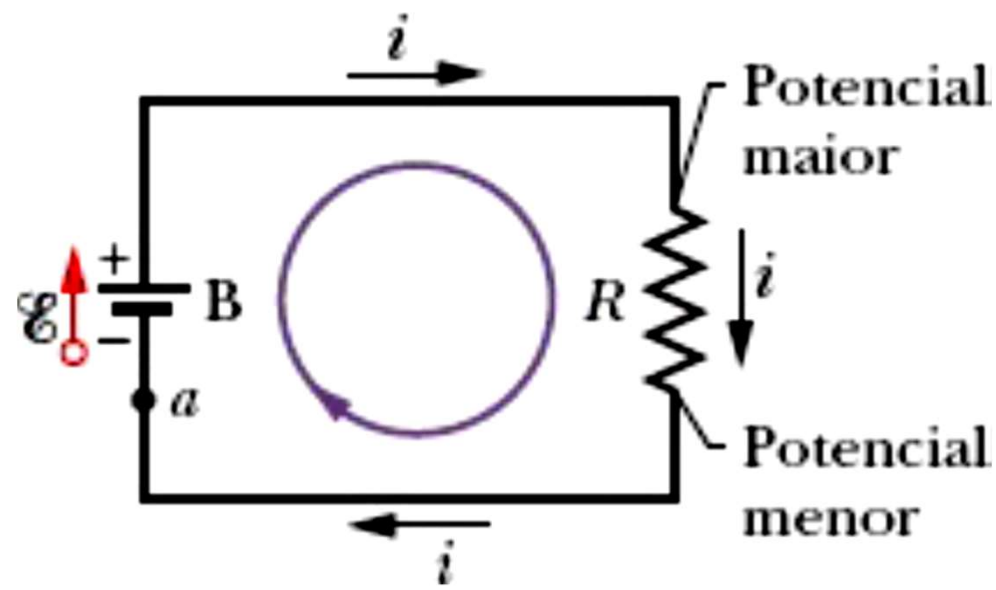
A força eletromotriz $\mathscr{E}$ é a energia por unidade de carga transferida da fonte para as cargas que se movem no circuito. A grandeza iR é a energia por unidade de carga transferida das cargas móveis para o resistor e convertida em calor. Assim, esta equação mostra que a energia por unidade de carga transferida para as cargas em movimento é igual à energia por unidade de carga transferida pelas cargas em movimento. Explicitando i, obtemos

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R}.$$



Método do Potencial

Suponha que começamos em um ponto qualquer do circuito da Fig. 27-3 e nos deslocamos mentalmente ao longo do circuito em um sentido arbitrário, somando algebricamente as diferenças de potencial que encontramos no caminho. Ao voltarmos ao ponto de partida teremos voltado também ao potencial inicial. Antes de prosseguir queremos chamar a atenção para o fato de que isso vale não só para circuitos com uma malha como o da Fig. 27-3, mas também para qualquer malha fechada em um circuito com *várias malhas*, como os que serão discutidos na Seção 27-7.



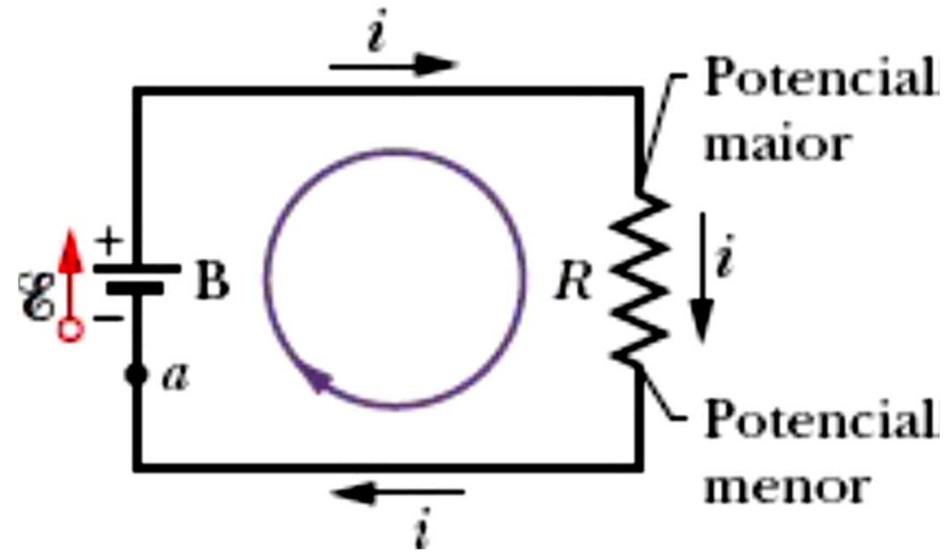
Método do Potencial

REGRA DAS MALHAS: A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero.

Esta regra também é conhecida como *lei das malhas de Kirchhoff* (ou *lei das tensões de Kirchhoff*), em homenagem ao físico alemão Gustav Robert Kirchhoff.

Na Fig. 27-3 vamos começar no ponto *a*, cujo potencial é V_a, e nos deslocar mentalmente no sentido horário até estarmos de volta ao ponto *a*, anotando as mudanças de potencial que ocorrem no percurso. Nosso ponto de partida é o terminal negativo da fonte.

V_a



Método do Potencial

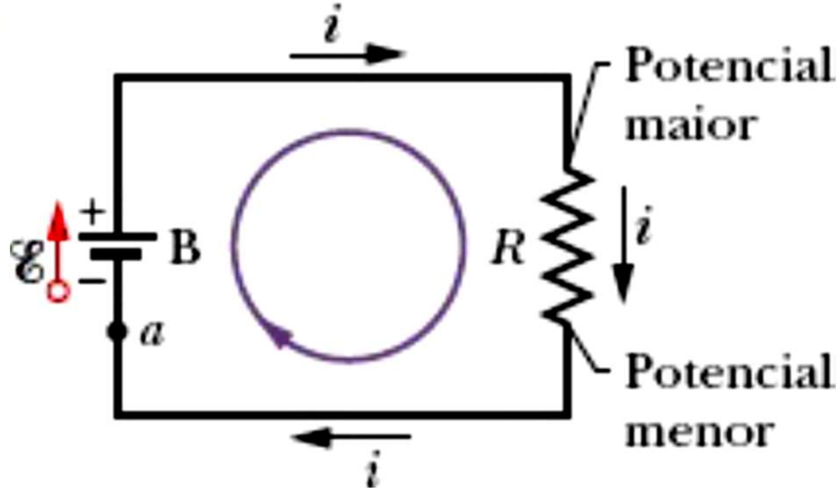
REGRA DAS MALHAS: A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero.

Como a fonte é ideal, a diferença de potencial entre seus terminais é $\mathscr{E}$. Assim, quando atravessamos a fonte, passando do terminal negativo para o terminal positivo, a variação de potencial é $+\mathscr{E}$.

$$V_a + \mathscr{E}$$

Quando passamos do terminal positivo da fonte para o terminal superior do resistor não há variação de potencial, já que a resistência do fio é desprezível. Quando atravessamos o resistor o potencial varia de acordo com a Eq. 26-8 (que pode ser escrita na forma $V = iR$). O potencial deve diminuir, já que estamos passando do lado de potencial mais alto do resistor para o lado de potencial mais baixo. Assim, a variação de potencial é $-iR$.

$$V_a + \mathscr{E} - iR$$

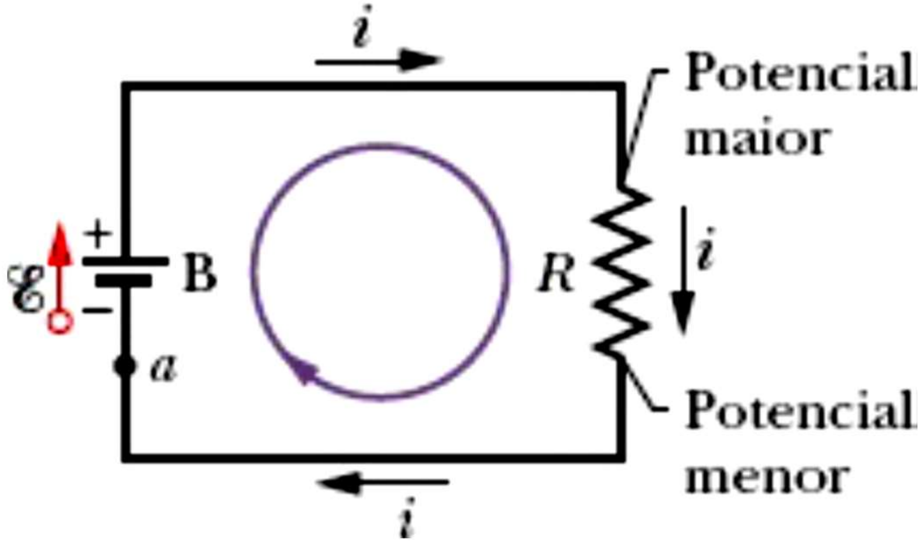


Método do Potencial

REGRA DAS MALHAS: A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero.

Voltamos ao ponto *a* através do fio que liga o terminal inferior do resistor ao terminal negativo da fonte. Como a resistência do fio é desprezível, não há variação de potencial nesse trecho do circuito. No ponto *a* o potencial é novamente V_a. Como percorremos todo o circuito, o potencial inicial, depois de modificado pelas variações de potencial ocorridas ao longo do caminho, deve ser igual ao potencial final, ou seja,

$$\boxed{V_a + \mathscr{E} - iR = V_a.}$$



Método do Potencial

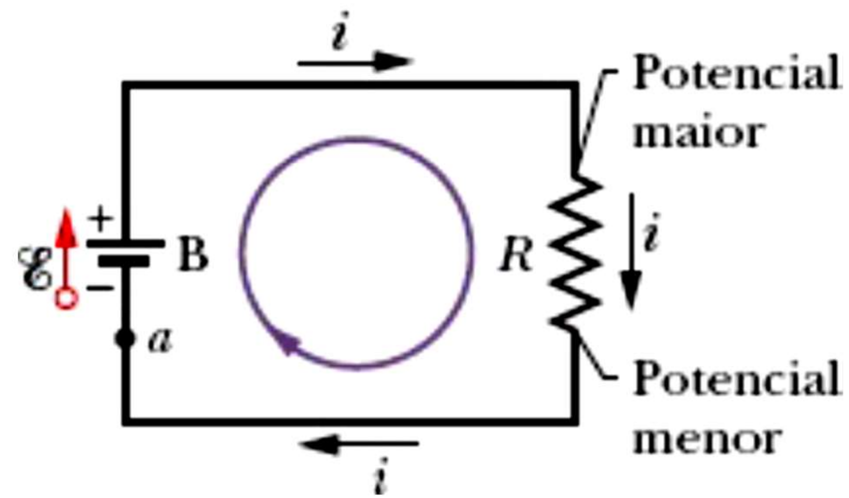
REGRA DAS MALHAS: A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero.

$$V_a + \mathscr{E} - iR = V_a.$$

Subtraindo V_a de ambos os membros da equação, obtemos:

$$\mathscr{E} - iR = 0.$$

Explicitando i nesta equação, obtemos o mesmo resultado, $i = \mathscr{E}/R$, do método da energia (Eq. 27-2).

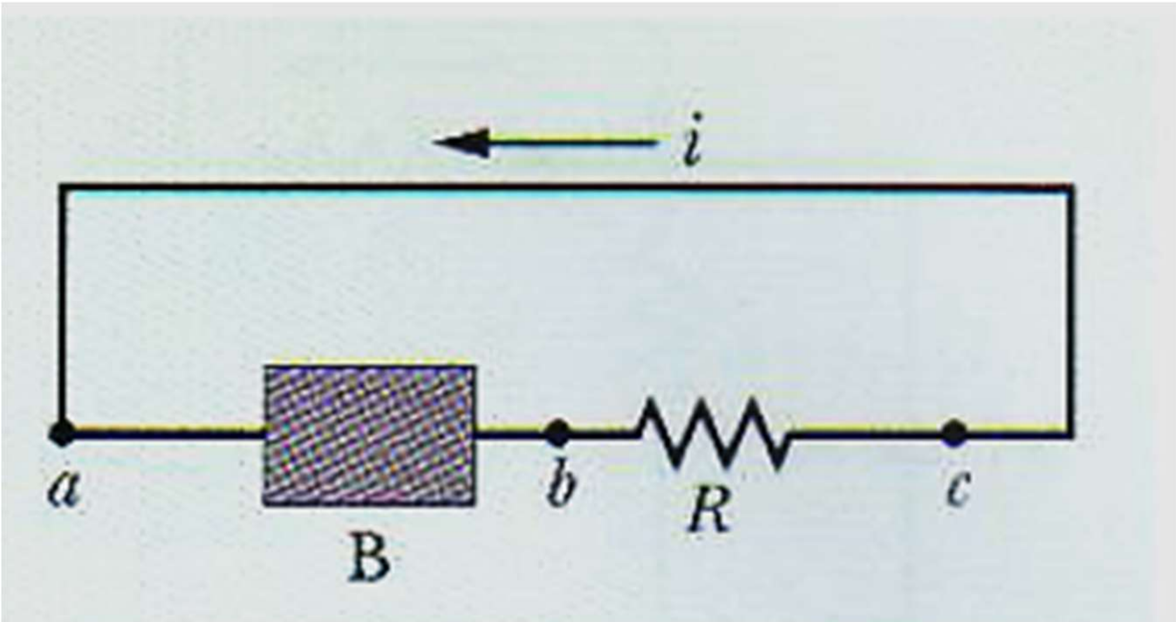


Com o intuito de nos prepararmos para o estudo de circuitos mais complexos que o da Fig. 27-3, vamos formular duas regras para calcular as diferenças de potencial produzidas pelos dispositivos que encontramos ao longo do circuito.

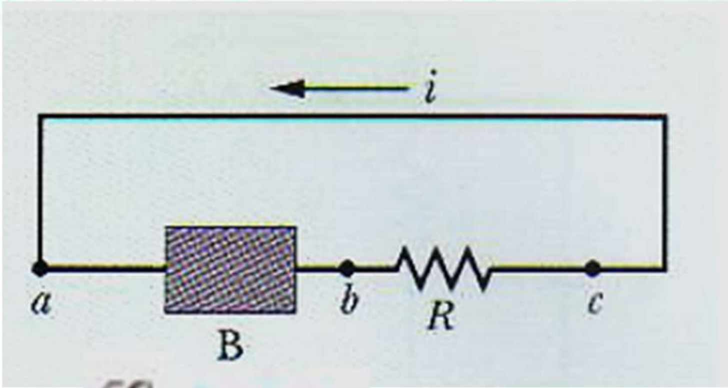
REGRA DAS RESISTÊNCIAS: Quando atravessamos uma resistência no sentido da corrente a variação do potencial é $-iR$; quando atravessamos uma resistência no sentido oposto, a variação é $+iR$.

REGRA DAS FONTES: Quando atravessamos uma fonte ideal do terminal negativo para o positivo, a variação do potencial é $+\mathscr{E}$; quando atravessamos uma fonte no sentido oposto, a variação é $-\mathscr{E}$.

TESTE 1 A figura mostra a corrente i em um circuito formado por uma fonte B e uma resistência R (além de fios de resistência desprezível). (a) A seta que indica a força eletromotriz da fonte B deve apontar para a esquerda ou para a direita? Coloque em ordem os pontos a, b e c de acordo com (b) o valor absoluto da corrente; (c) o potencial elétrico e (d) a energia potencial elétrica dos portadores de carga, começando pelo maior valor.



TESTE 1 A figura mostra a corrente *i* em um circuito formado por uma fonte B e uma resistência *R* (além de fios de resistência desprezível). (a) A seta que indica a força eletromotriz da fonte B deve apontar para a esquerda ou para a direita? Coloque em ordem os pontos *a*, *b* e *c* de acordo com (b) o valor absoluto da corrente; (c) o potencial elétrico e (d) a energia potencial elétrica dos portadores de carga, começando pelo maior valor.



b) $i_a = i_b = i_c$

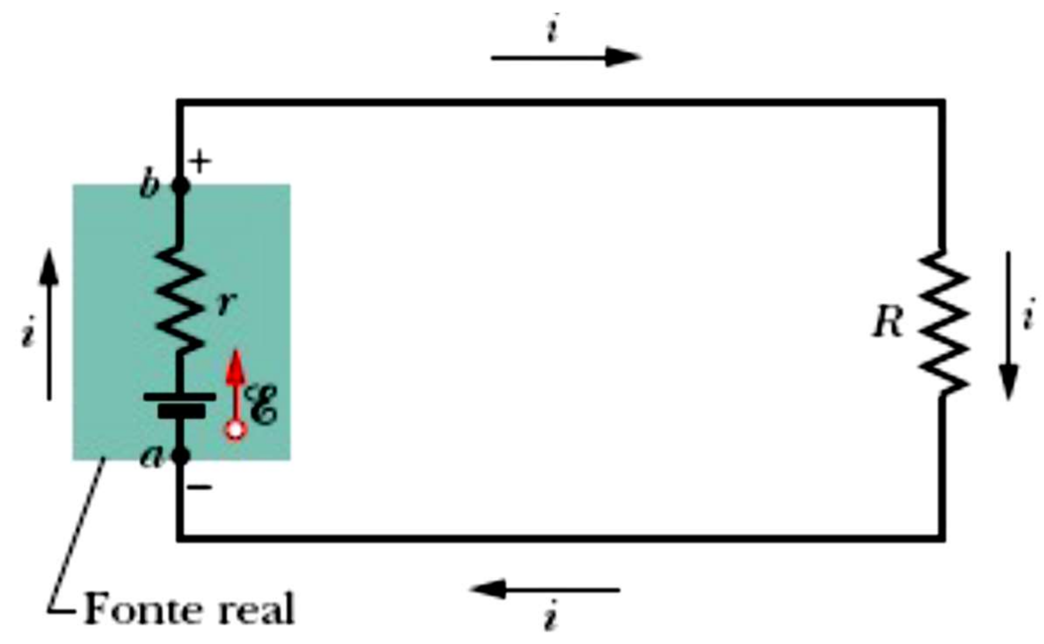
c) $V_b > V_c = V_a$

d) $E_b > E_c = E_a$

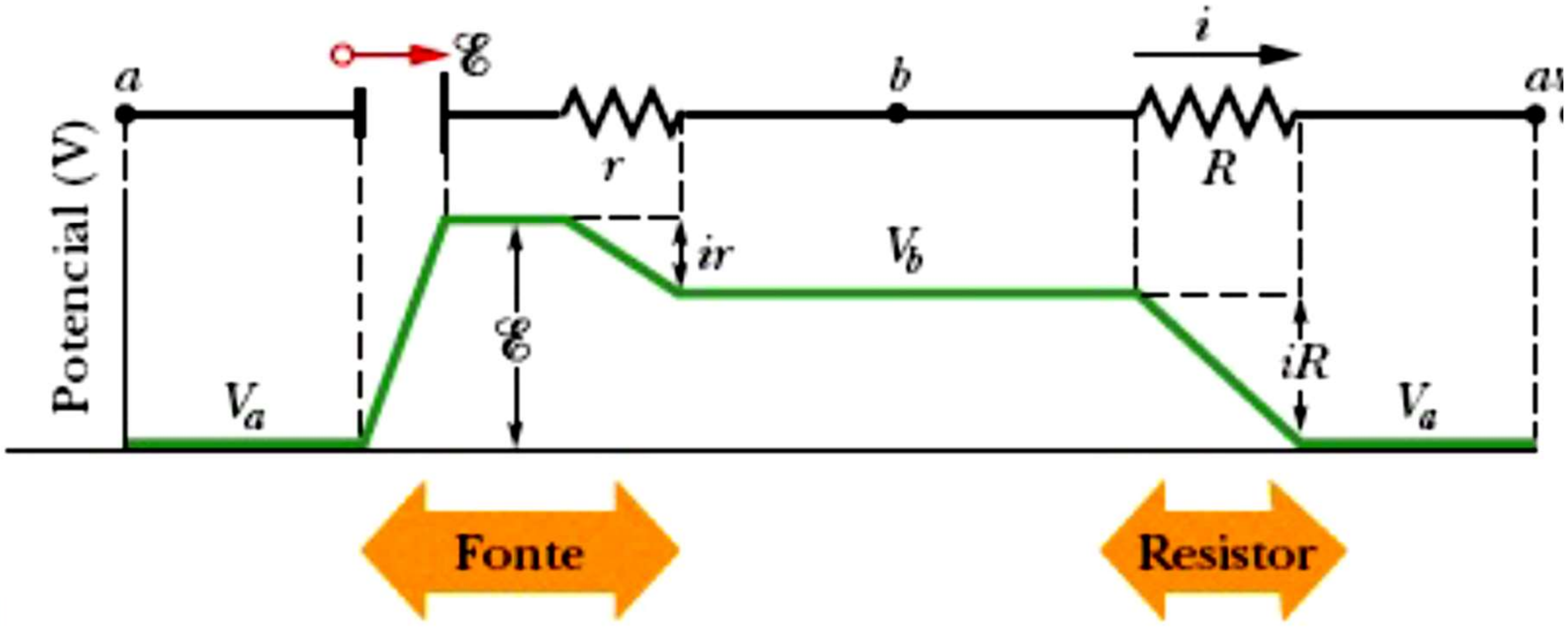
Outros Circuitos de uma Malha

Resistência Interna

A resistência interna da fonte é a resistência elétrica dos materiais condutores que existem no interior da fonte e, portanto, é parte integrante da fonte.



(a)



(b)

Resistência Interna

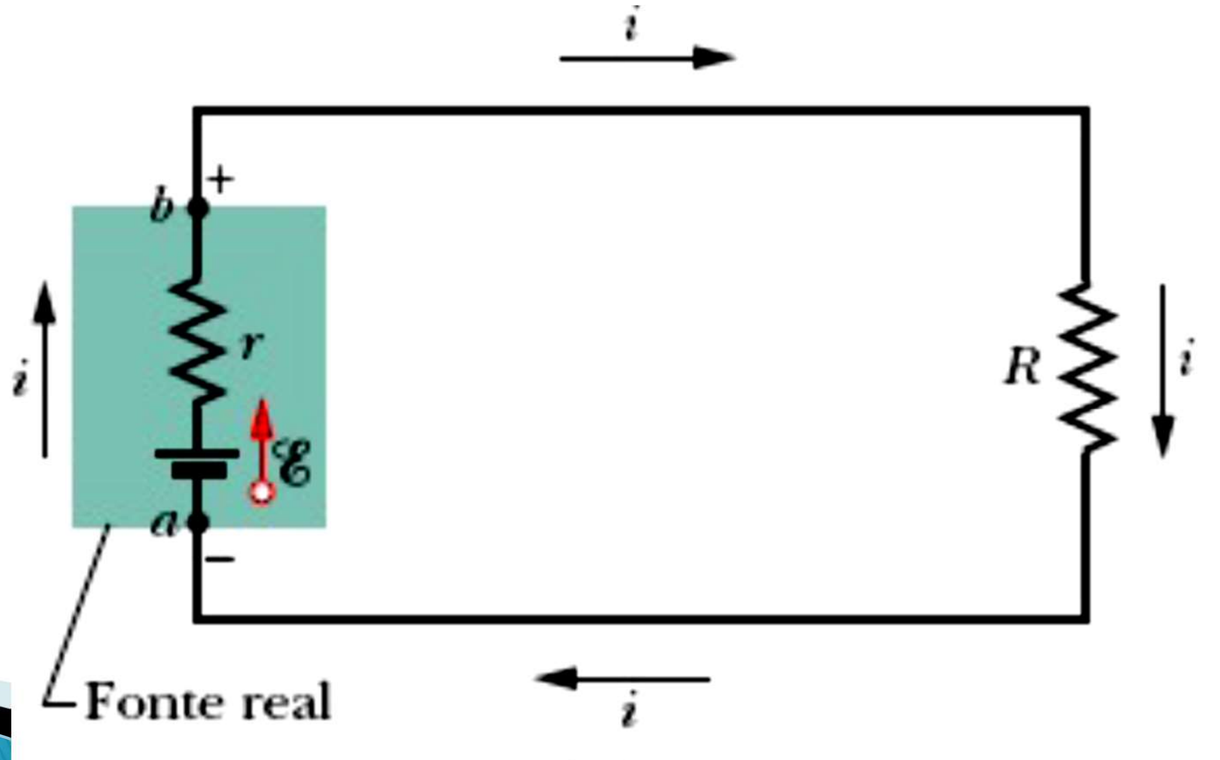
Aplicando a regra das malhas no sentido horário, a partir do ponto *a*, as *variações* do potencial nos dão

$$\mathscr{E} - ir - iR = 0. \tag{27-3}$$

Explicitando a corrente, obtemos

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R + r}. \tag{27-4}$$

Observe que esta equação se reduz à Eq. 27-2 se a fonte for ideal, ou seja, se $r = 0$.



(*a*)

Exemplo 27.01 Circuito de uma malha com duas fontes reais

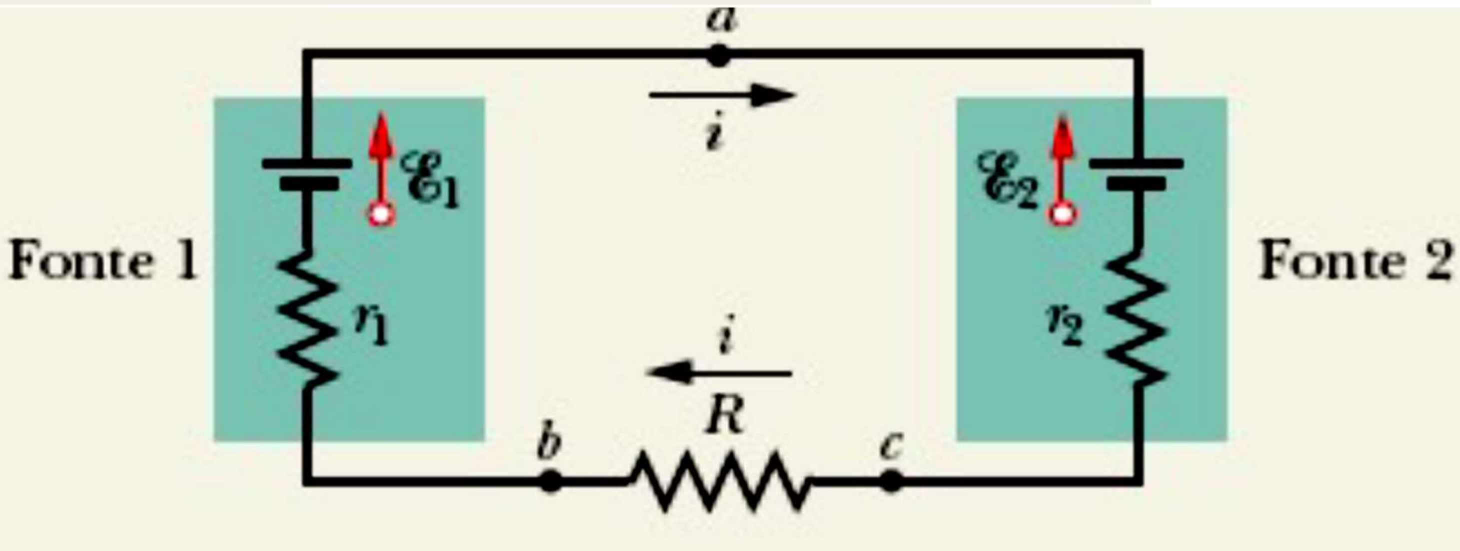
As forças eletromotrizes e resistências do circuito da Fig. 27-8*a* têm os seguintes valores:

$$\mathscr{E}_1 = 4{,}4\ \text{V}, \quad \mathscr{E}_2 = 2{,}1\ \text{V},$$

$$r_1 = 2{,}3\ \Omega, \quad r_2 = 1{,}8\ \Omega, \quad R = 5{,}5\ \Omega.$$

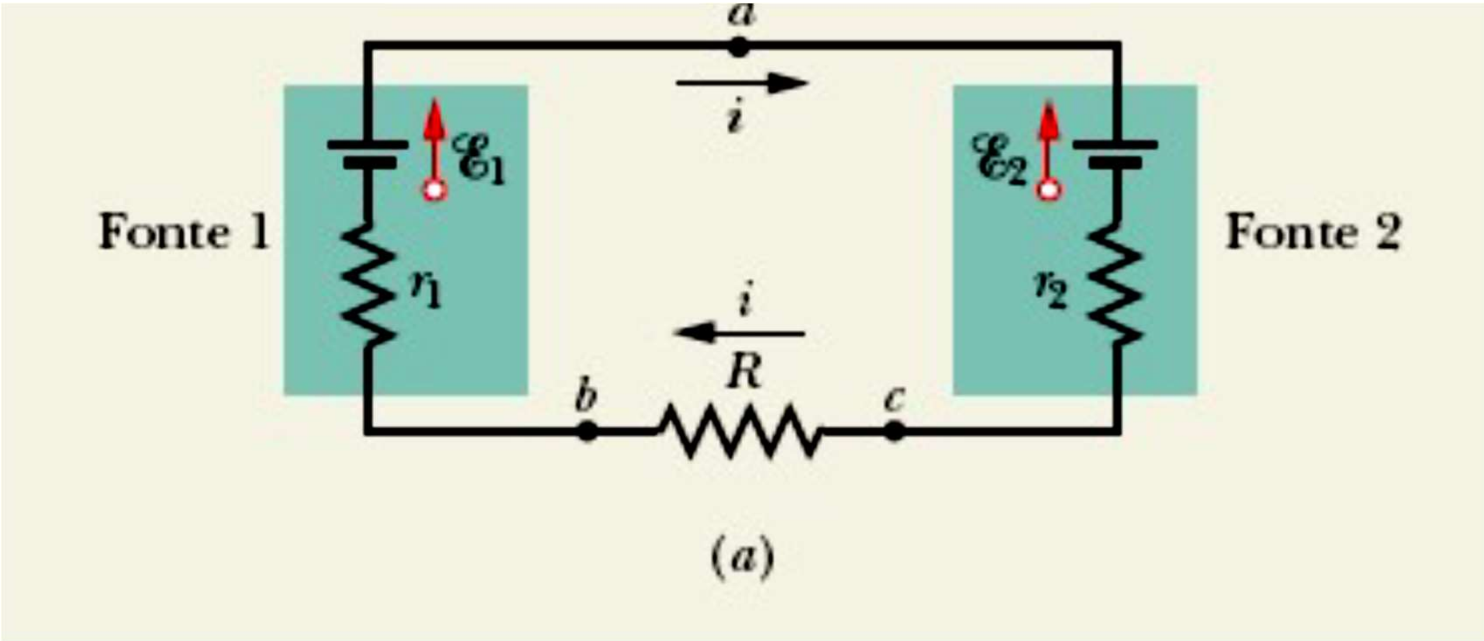
(a) Qual é a corrente *i* no circuito?

(b) Qual é a diferença de potencial entre os terminais da fonte 1 na Fig. 27-8*a*?



(*a*)

(a)



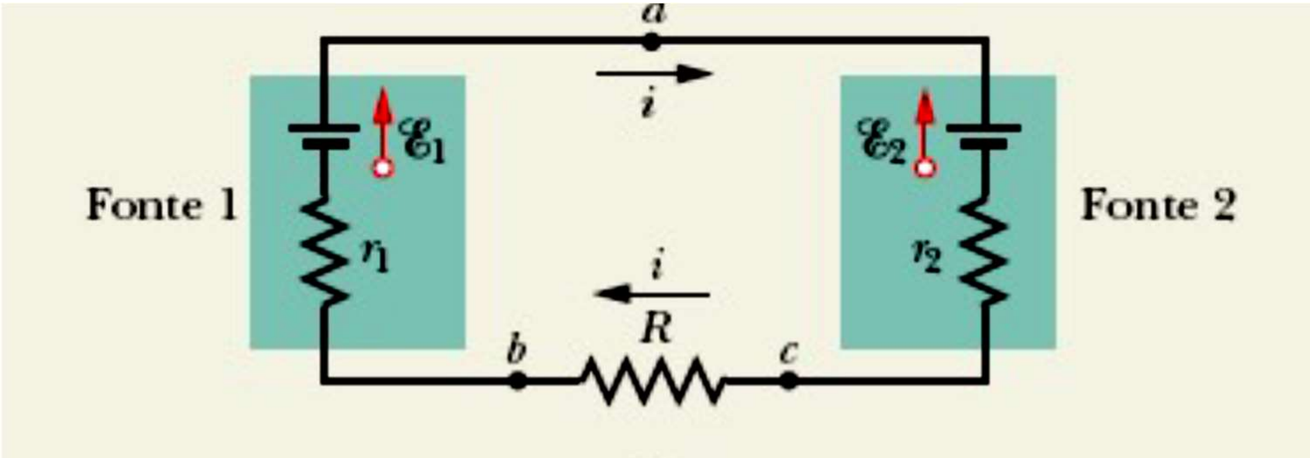
Vamos aplicar a regra das malhas percorrendo o circuito no sentido anti-horário (contra a corrente), começando no ponto a. O resultado é o seguinte:

$$-\mathcal{E}_1 + ir_1 + iR + ir_2 + \mathcal{E}_2 = 0.$$

$$i = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{4{,}4\ \text{V} - 2{,}1\ \text{V}}{5{,}5\ \Omega + 2{,}3\ \Omega + 1{,}8\ \Omega}$$

$$= 0{,}2396\ \text{A} \approx 240\ \text{mA}. \qquad \text{(Resposta)}$$

(b)



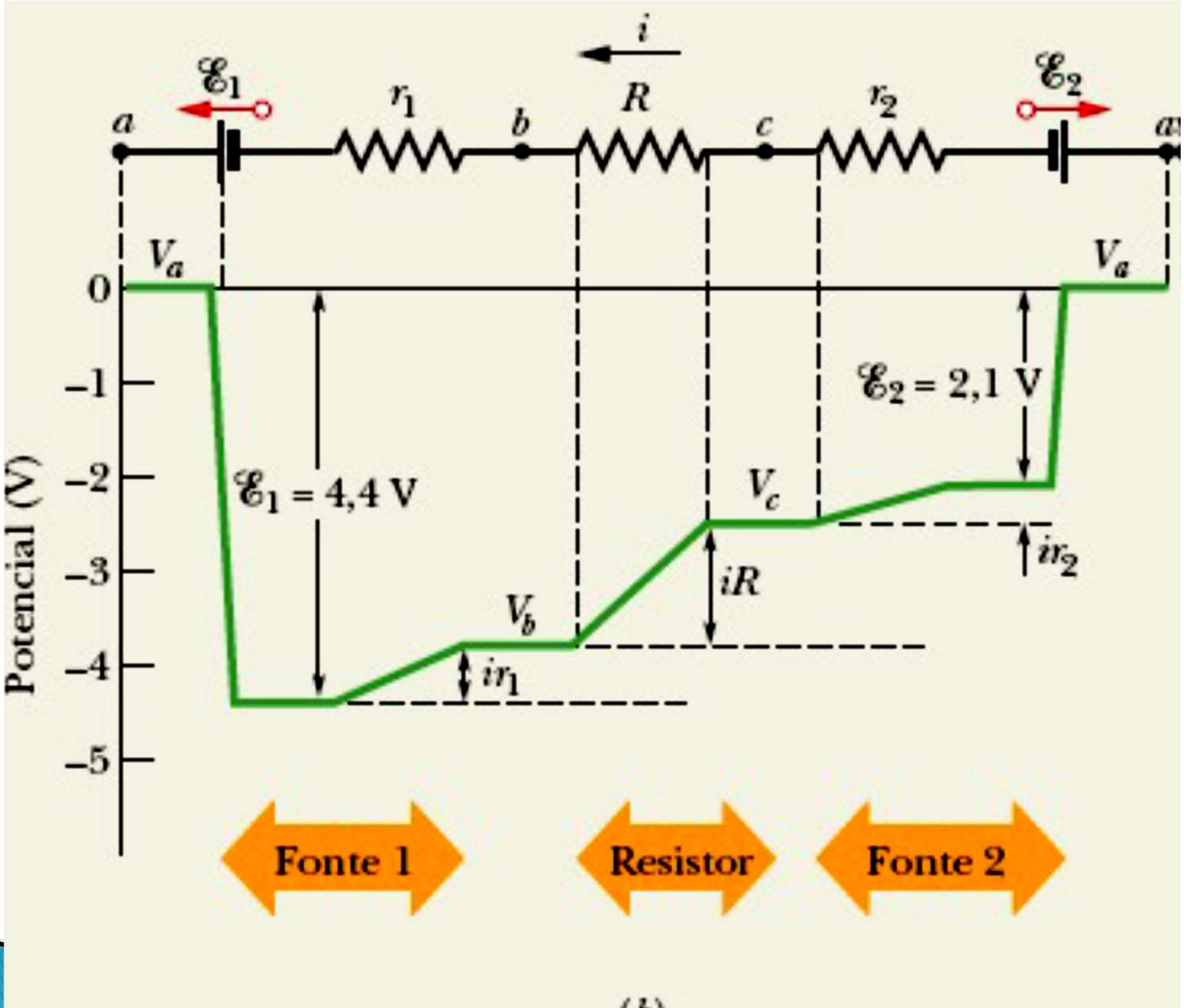
(*a*)

Vamos começar no ponto b (o terminal negativo da fonte 1) e percorrer o circuito no sentido horário até chegar ao ponto a (o terminal positivo da fonte 1), anotando as variações de potencial. O resultado é o seguinte:

$$V_b - ir_1 + \mathscr{E}_1 = V_a,$$

$$\begin{aligned} V_a - V_b &= -ir_1 + \mathscr{E}_1 \\ &= -(0{,}2396\ \text{A})(2{,}3\ \Omega) + 4{,}4\ \text{V} \\ &= +3{,}84\ \text{V} \approx 3{,}8\ \text{V}, \end{aligned}$$

(Resposta)



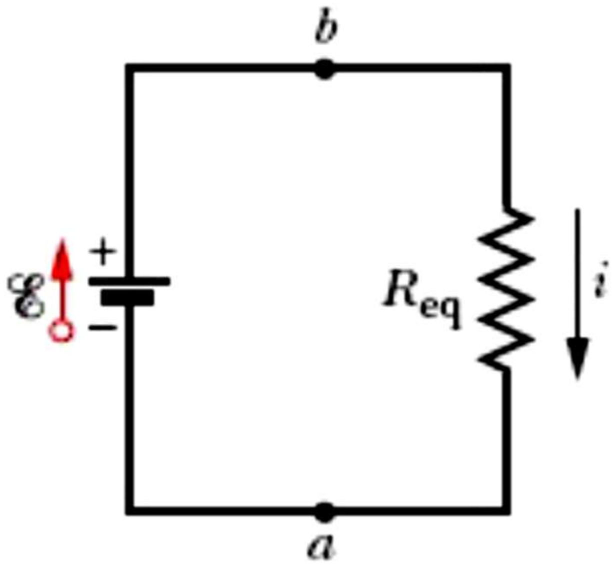
i
$\mathscr{E}_1$
r_1
R
r_2
$\mathscr{E}_2$
a
b
c
a
V_a
V_a
0
–1
–2
–3
–4
–5
Potencial (V)
$\mathscr{E}_1$ = 4,4 V
$\mathscr{E}_2$ = 2,1 V
V_b
V_c
ir_1
iR
ir_2
Fonte 1
Resistor
Fonte 2

(b)

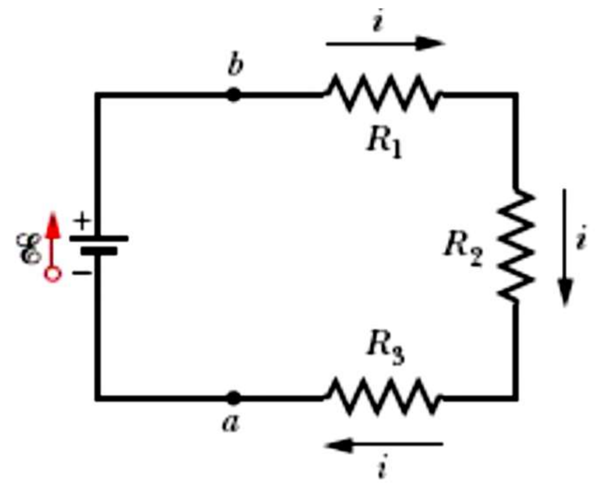
Resistências em Série

Quando uma diferença de potencial V é aplicada a resistências ligadas em série a corrente i é a mesma em todas as resistências, e a soma das diferenças de potencial das resistências é igual à diferença de potencial aplicada V.

Resistências ligadas em série podem ser substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} percorrida pela mesma corrente i e com a mesma diferença de potencial *total* V que as resistências originais.



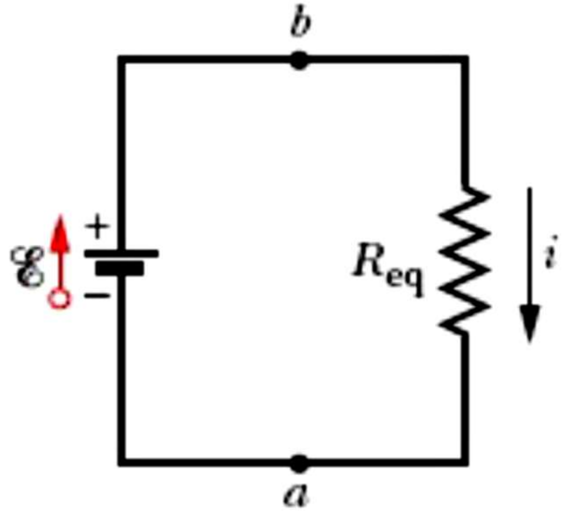
(b)



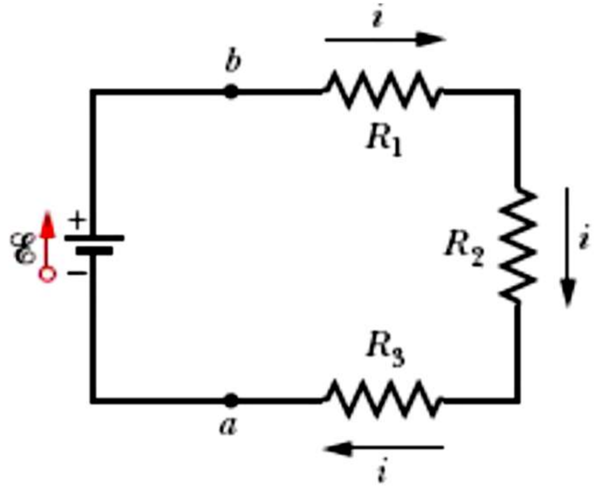
(a)

Resistores em série e o resistor equivalente são atravessados pela mesma corrente.

Resistências em Série



(b)



(a)

Resistores em série e o resistor equivalente são atravessados pela mesma corrente.

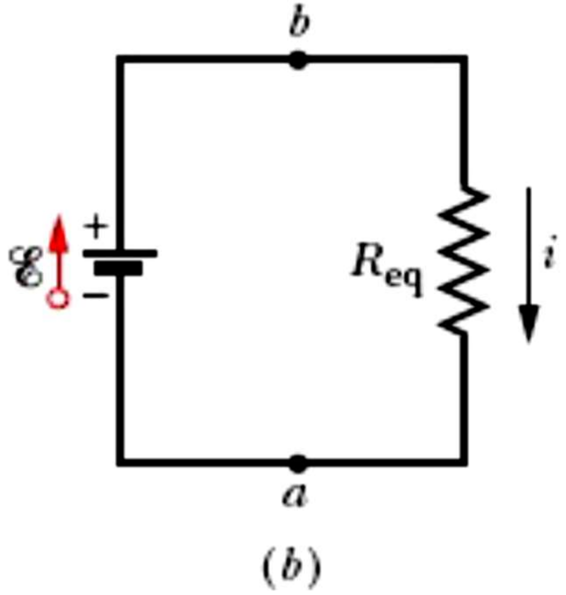
Para determinar o valor da resistência R_{eq} da Fig. 27-5b aplicamos a regra das malhas aos dois circuitos. Na Fig. 27-5a, começando no ponto a e percorrendo o circuito no sentido horário, temos:

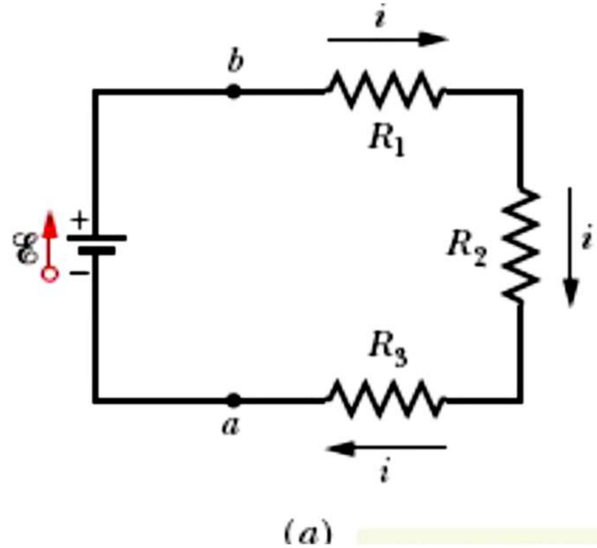
$$\mathscr{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0,$$

ou

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + R_3}. \tag{27-5}$$

Resistências em Série





$$i = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

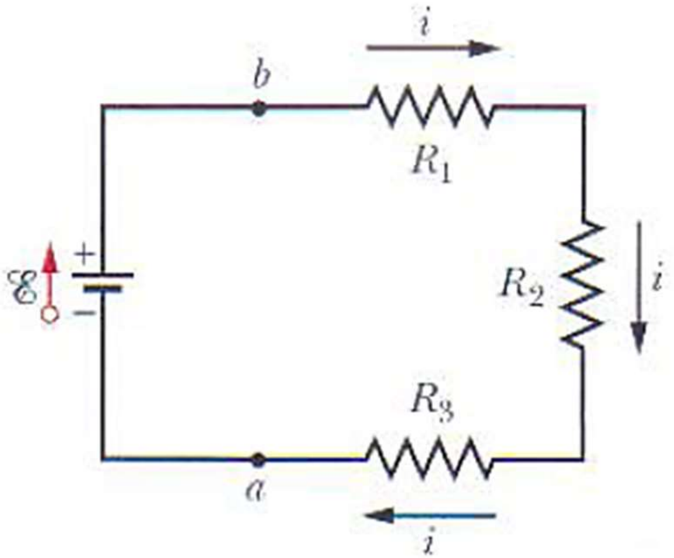
Resistência equivalente:

$$\mathscr{E} - iR_{eq} = 0,$$

ou

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq}}. \qquad (27\text{-}6)$$

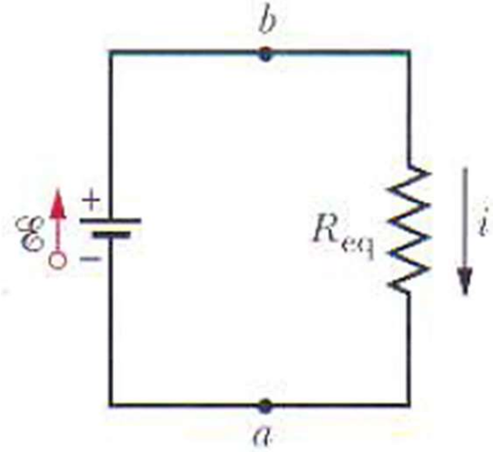
Resistências em Série



(a)

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq}}.$$

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R_1 + R_2 + R_3}.$$



(b)

Igualando as Eqs. 27-5 e 27-6, obtemos:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3.$$

A extensão para *n* resistores é imediata e nos dá

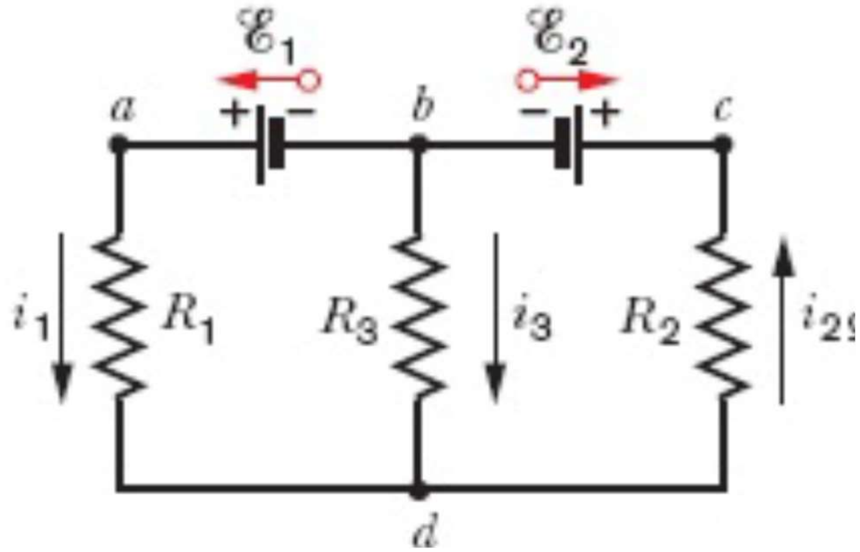
$$R_{eq} = \sum_{j=1}^{n} R_j \qquad (n \text{ resistências em série}). \qquad (27\text{-}7)$$

Observe que quando duas ou mais resistências estão ligadas em série a resistência equivalente é maior que a maior as resistências.

CIRCUITOS COM MAIS DE UMA MALHA

Resistências em Paralelo

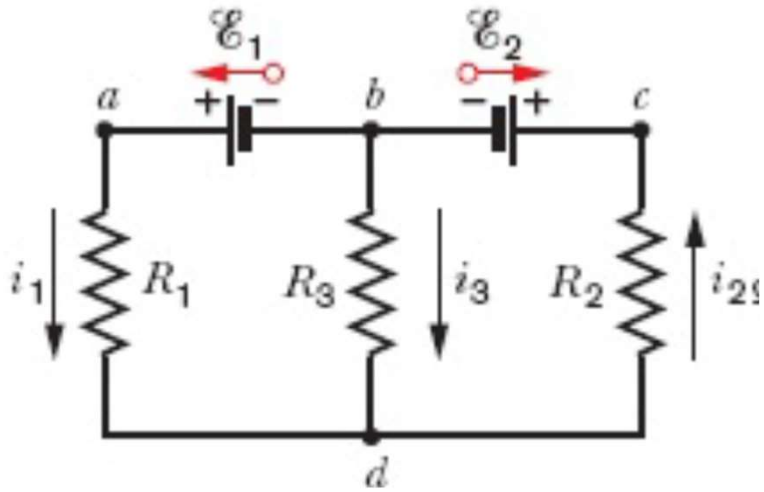
A corrente que sai de um nó é igual à corrente que entra (a carga é conservada).



REGRA DOS NÓS: A soma das corrente que entram em um nó é igual à soma das correntes que saem do nó.

A corrente que sai de um nó é igual à corrente que entra (a carga é conservada).

No circuito da Fig. 27-9, temos três malhas:
a malha da esquerda (*badb*), a malha da direita (*bcdb*) e a malha externa (*badcb*). A escolha das duas malhas é arbitrária; vamos optar pelas malhas da esquerda e da direita.
Percorrendo a malha da esquerda no sentido anti-horário a partir do ponto *b*, obtemos



$$\mathscr{E}_1 - i_1R_1 + i_3R_3 = 0.$$

Percorrendo a malha da direita no sentido anti-horário a partir do ponto *b*, obtemos

$$-i_3R_3 - i_2R_2 - \mathscr{E}_2 = 0. \qquad (27\text{-}20)($$

Se tivéssemos aplicado a regra das malhas à malha externa, teríamos obtido (percorrendo a malha no sentido anti-horário a partir do ponto *b*) a seguinte equação:

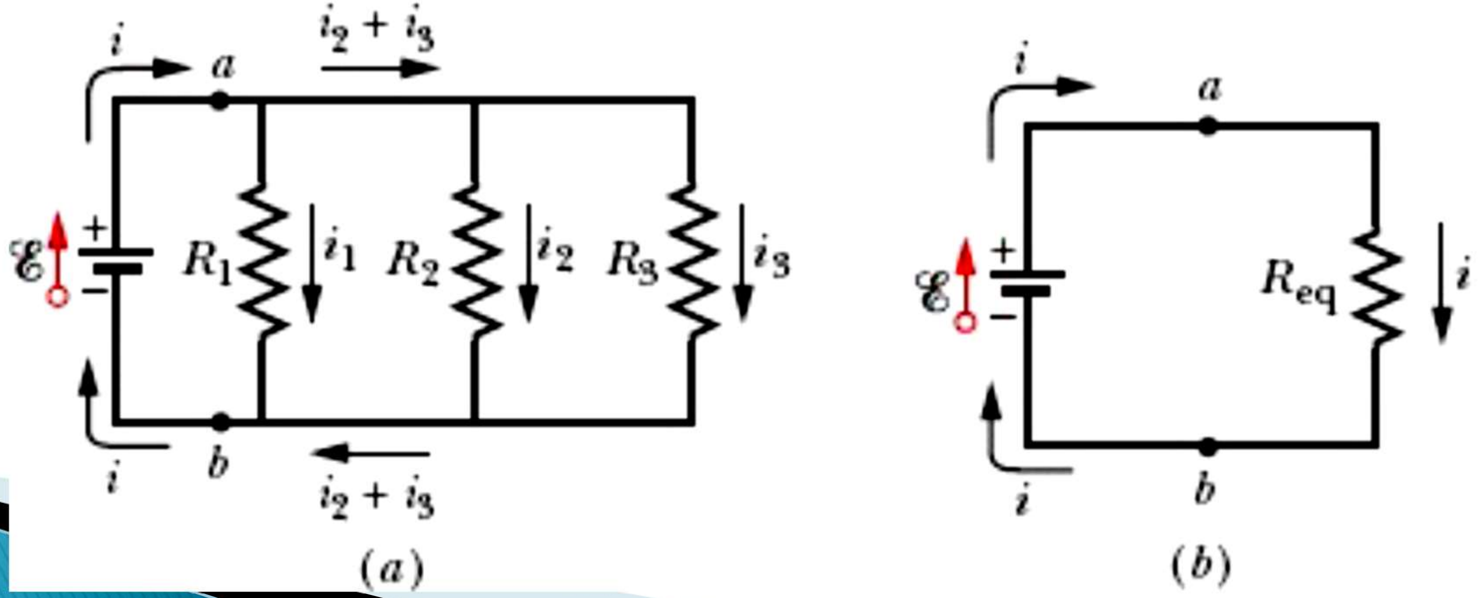
$$\mathscr{E}_1 - i_1R_1 - i_2R_2 - \mathscr{E}_2 = 0.$$

Resistências em Paralelo

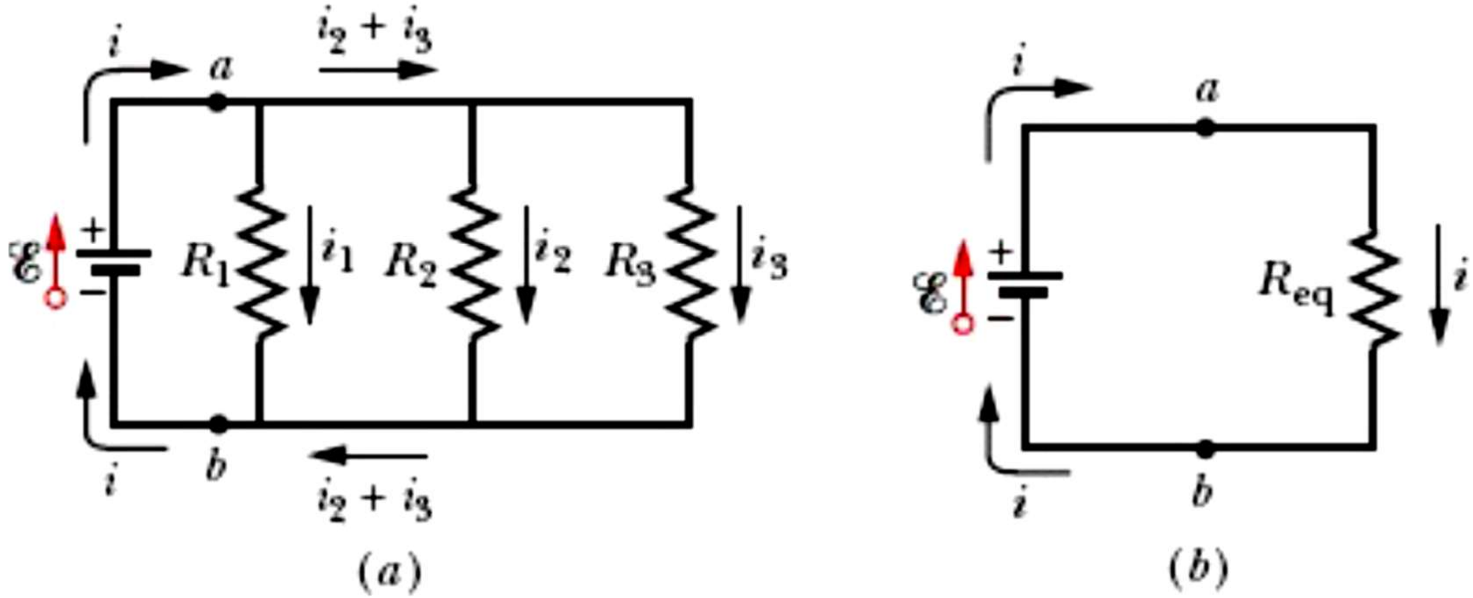
Quando uma diferença de potencial V é aplicada a resistências ligadas em paralelo todas as resistências são submetidas à mesma diferença de potencial V.

Resistências ligadas em paralelo podem ser substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} com a mesma diferença de potencial V e a mesma corrente *total* i que as resistências originais.

Resistores em paralelo e o resistor equivalente estão submetidos à mesma diferença de potencial.



Resistências em Paralelo



Para determinar o valor da resistência R_{eq} da Fig. 27-10*b*, escrevemos as correntes nas resistências da Fig. 27-10*a* na forma

$$i_1 = \frac{V}{R_1}, \quad i_2 = \frac{V}{R_2}, \quad \text{e} \quad i_3 = \frac{V}{R_3},$$

onde V é a diferença de potencial entre a e b. Aplicando a regra dos nós ao ponto a da Fig. 27-10*a* e substituindo as correntes por seus valores, temos:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right). \tag{27-21}$$

Resistências em Paralelo

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right). \qquad (27\text{-}21)$$

Substituindo as resistências em paralelo pela resistência equivalente R_{eq} (Fig. 27-10*b*), temos:

$$i = \frac{V}{R_{eq}}. \qquad (27\text{-}22)$$

Comparando as Eqs. 27-21 e 27-22, obtemos:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \qquad (27\text{-}23)$$

Generalizando este resultado para o caso de *n* resistências, temos:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j} \qquad (n \text{ resistências em paralelo}). \qquad (27\text{-}24)$$

$$\boxed{R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.}$$

Tabela 27-1 Resistores e Capacitores em Série e em Paralelo

Em série	Em paralelo
Resistores	
$R_{eq} = \sum_{j=1}^{n} R_j$ Eq. 27-7	$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j}$ Eq. 27-24
A corrente é a mesma em todos os resistores	A diferença de potencial é a mesma em todos os resistores

Em série	Em paralelo
Capacitores	
$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j}$ Eq. 25-20	$C_{eq} = \sum_{j=1}^{n} C_j$ Eq. 25-19
A carga é a mesma em todos os capacitores	A diferença de potencial é a mesma em todos os capacitores

Exemplo 27.02 Resistores em paralelo e em série

A Fig. 27-11*a* mostra um circuito com mais de uma malha formado por uma fonte ideal e quatro resistências com os seguintes valores:

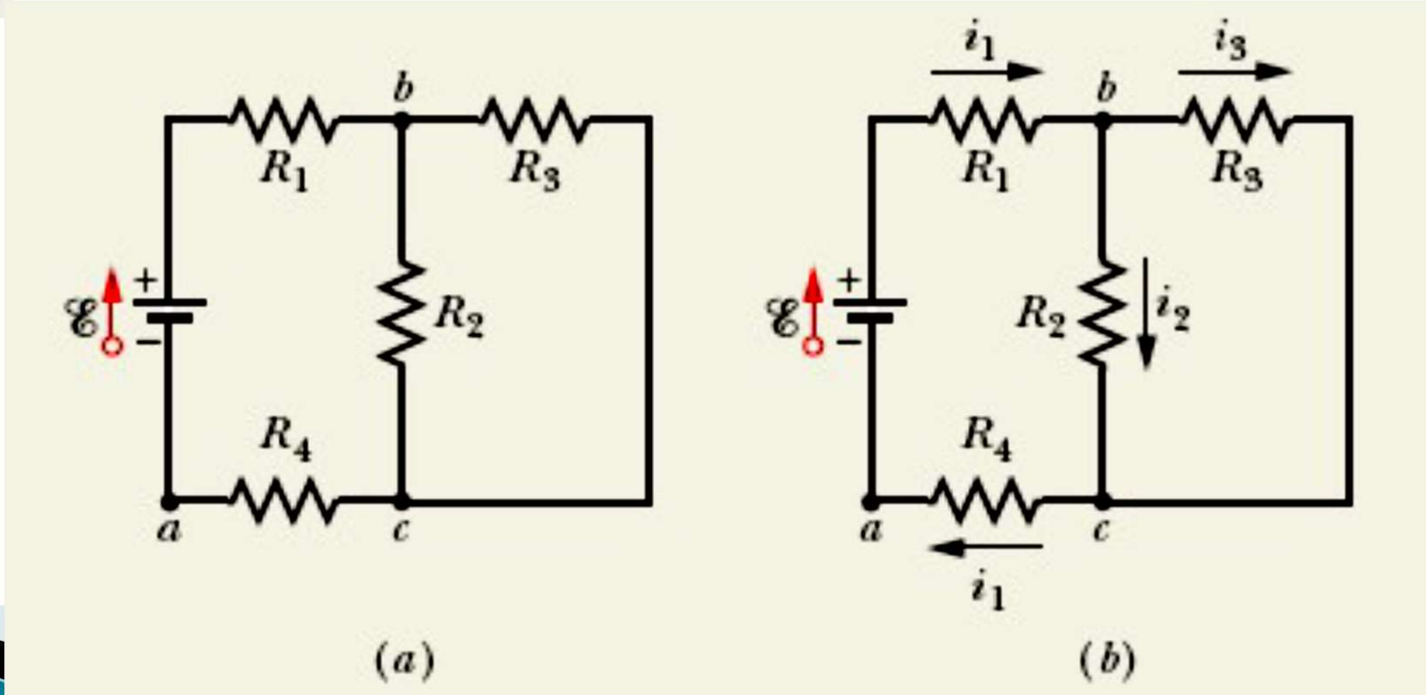
$$R_1 = 20\,\Omega, \quad R_2 = 20\,\Omega, \quad \mathscr{E} = 12\text{ V},$$

$$R_3 = 30\,\Omega, \quad R_4 = 8{,}0\,\Omega.$$

(a) Qual é a corrente na fonte?

(b) Qual é a corrente i_2 em R_2?

(c) Qual é a corrente i_3 em R_3?



(a) Qual é a corrente na fonte?

IDEIA-CHAVE

Observando que a corrente na fonte é a mesma que em R_1, vemos que é possível determinar a corrente aplicando a regra das malhas a uma malha que inclui R_1, já que a diferença de potencial entre os terminais de R_1 depende dessa corrente.

Método incorreto: As duas malhas que se prestam a esse papel são a malha da esquerda e a malha externa. Observando que a seta que representa a força eletromotriz aponta para cima e, portanto, a corrente na fonte tem o sentido horário, podemos aplicar a regra das malhas à malha da esquerda, começando no ponto a e percorrendo a malha no sentido horário. Chamando de i a corrente na fonte, temos

$$+\mathscr{E} - iR_1 - iR_2 - iR_4 = 0 \text{ (incorreta).}$$

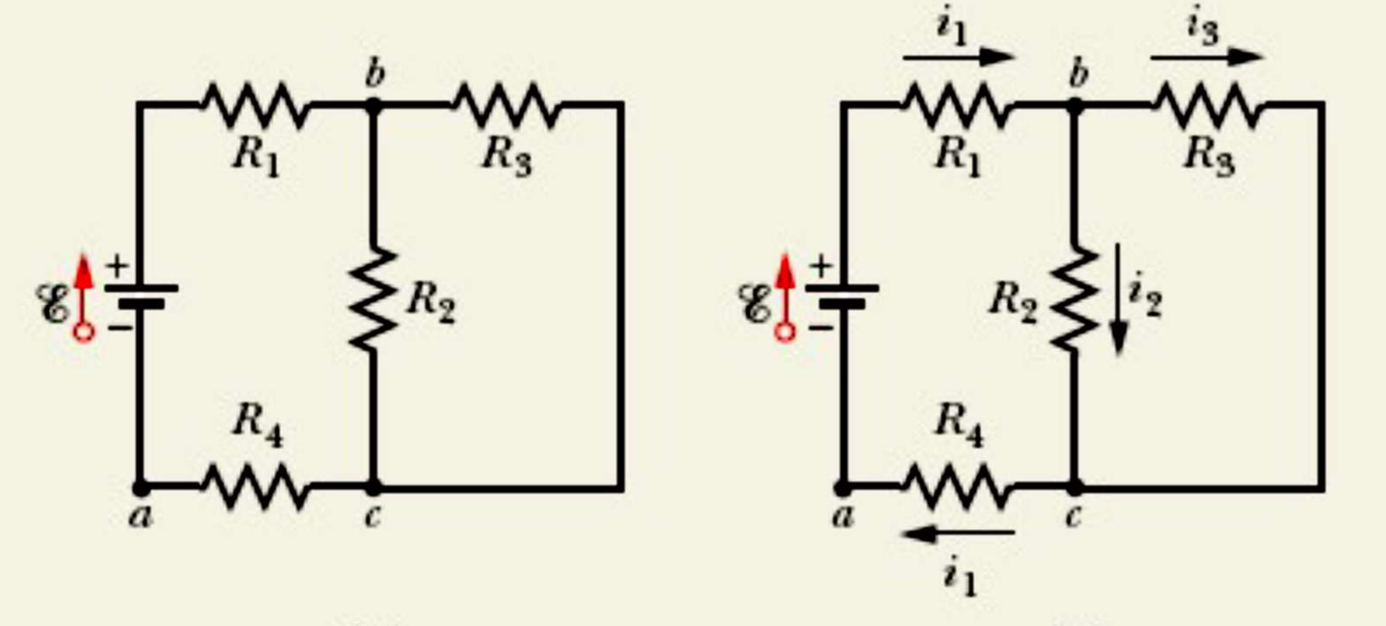
Esta equação, porém, é incorreta, porque parte do pressuposto de que as correntes nas resistências R_1, R_2 e R_4 são iguais. As correntes em R_1 e R_4 são realmente iguais, já que a corrente que passa por R_4 também passa pela fonte e por R_1 sem mudar de valor. Entretanto, essa corrente se divide ao chegar ao nó b: uma parte da corrente passa por R_2 e uma parte passa por R_3.

(a) Qual é a corrente na fonte?

Método ineficaz: Para distinguir as várias correntes presentes no circuito, devemos rotulá-las, como na Fig. 27-11*b*. Em seguida, começando no ponto *a*, podemos aplicar a regra das malhas à malha da esquerda, no sentido horário, para obter

$$+\mathscr{E} - i_1R_1 - i_2R_2 - i_1R_4 = 0.$$

Infelizmente, essa equação contém duas incógnitas, i_1 e i_2; necessitamos de pelo menos mais uma equação para resolver o problema.



(*a*) (*b*)

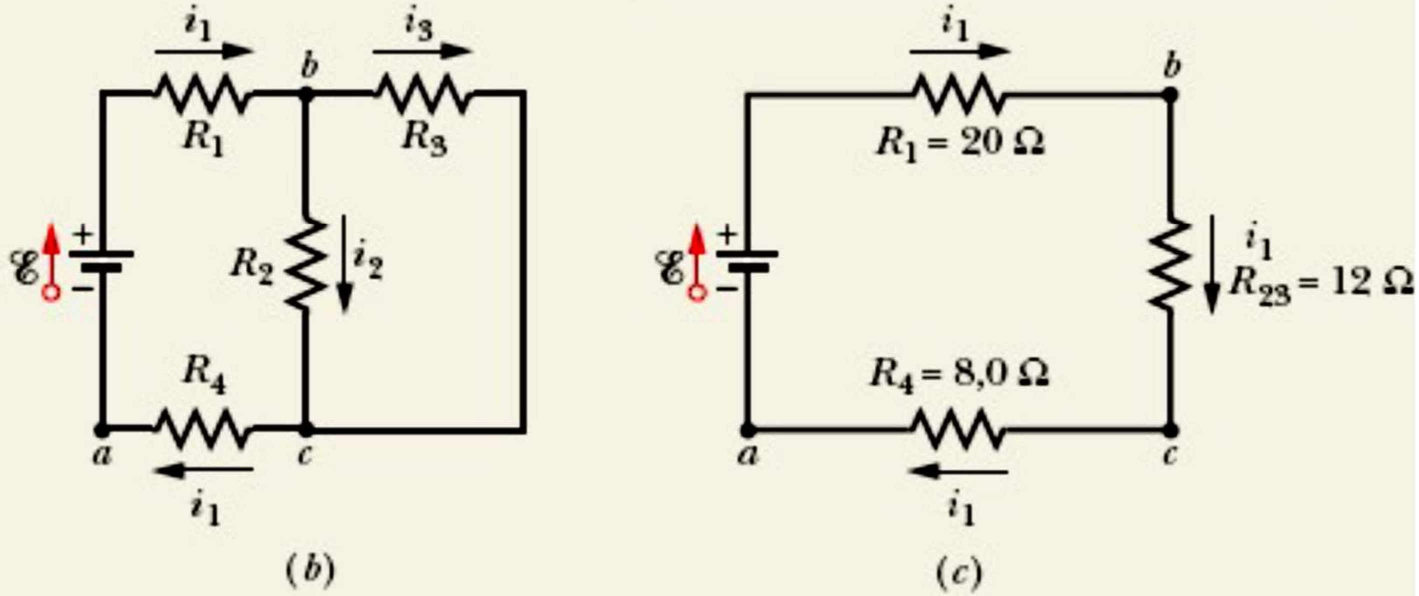
(a) Qual é a corrente na fonte?

Método eficaz: Uma tática muito melhor é simplificar o circuito da Fig. 27-11*b* usando resistências equivalentes. Observe que R_1 e R_2 *não estão* em série e, portanto, não podem ser substituídas por uma resistência equivalente; entretanto, R_2 e R_3 estão em paralelo, de modo que podemos usar a Eq. 27-24 ou a Eq. 27-25 para calcular o valor da resistência equivalente R_{23}. De acordo com a Eq. 27-25,

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{(20\ \Omega)(30\ \Omega)}{50\ \Omega} = 12\ \Omega.$$

Podemos agora desenhar o circuito como na Fig. 27-11*c*; observe que a corrente em R_{23} deve ser i_1, já que as mesmas cargas que

O resistor equivalente de resistores em paralelo é menor.



Podemos agora desenhar o circuito como na Fig. 27-11*c*; observe que a corrente em R_{23} deve ser i_1, já que as mesmas cargas que passam por R_1 e R_4 também passam por R_{23}. Para esse circuito simples, com uma única malha, a regra das malhas (aplicada no sentido horário, a partir do ponto *a*, como na Fig. 27-11*d*), nos dá

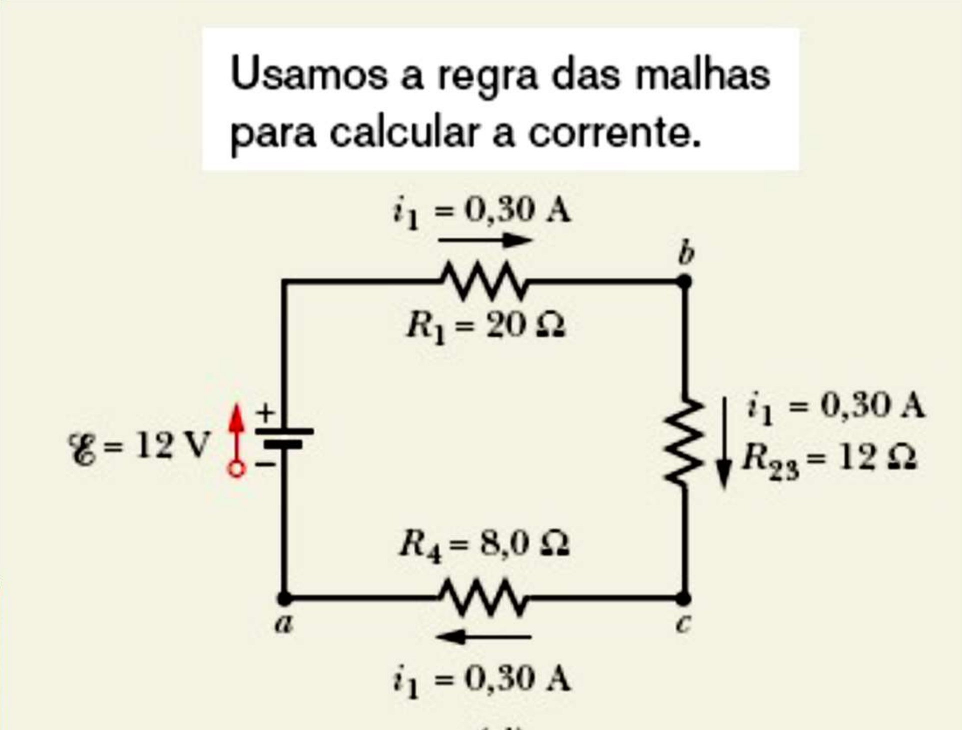
$$+\mathscr{E} - i_1R_1 - i_1R_{23} - i_2R_4 = 0$$

Substituindo os valores dados, obtemos

$$12\text{ V} - i_1(20\ \Omega) - i_1(12\ \Omega) - i_1(8{,}0\ \Omega) = 0,$$

e, portanto,

$$i_1 = \frac{12\text{ V}}{40\ \Omega} = 0{,}30\text{ A}. \qquad \text{(Resposta)}$$



(*d*)

(b) Qual é a corrente i_2 em R_2?

IDEIAS-CHAVE

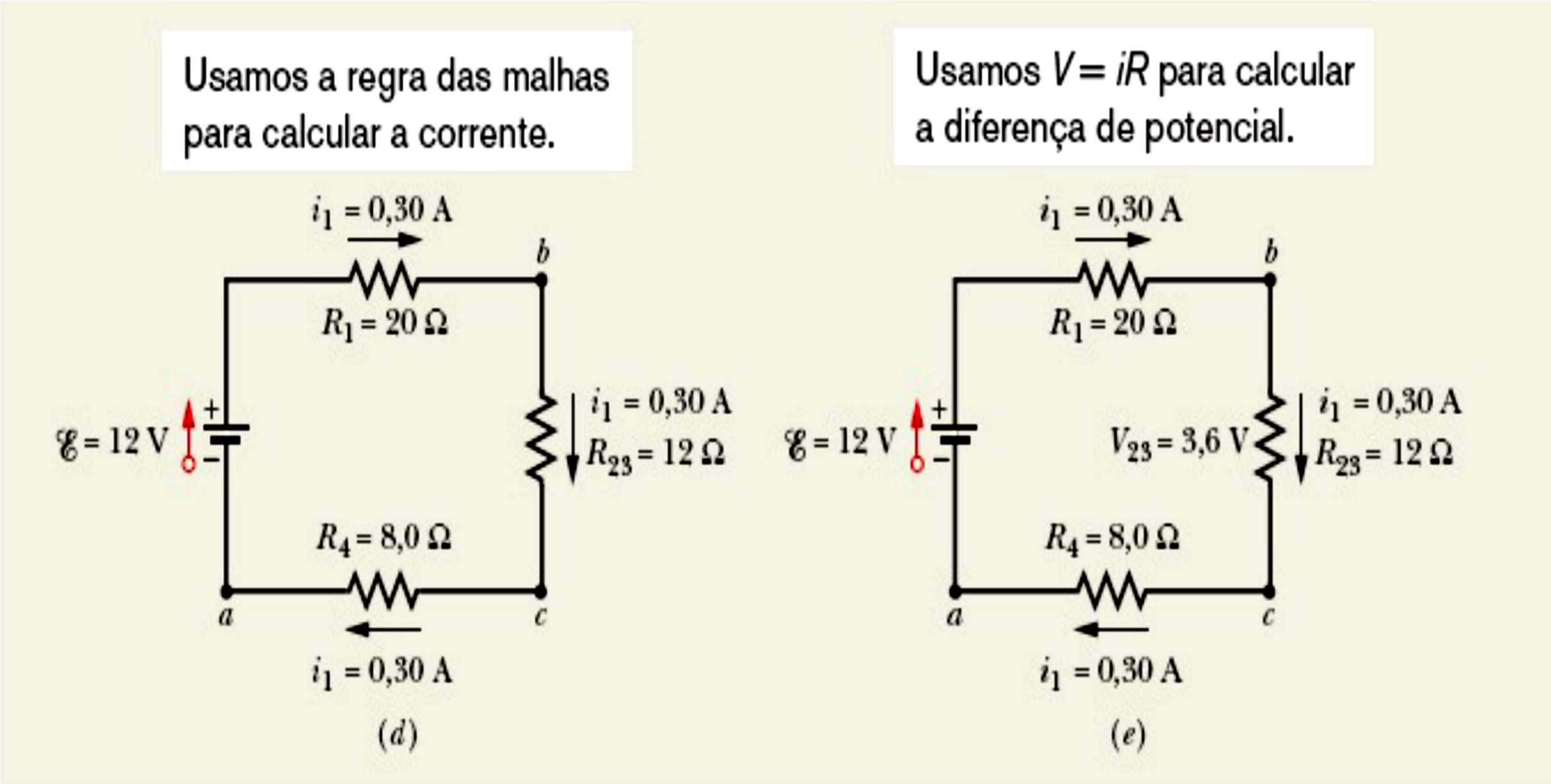
(1) Podemos começar com o circuito equivalente da Fig. 27-11*d*, no qual R_2 e R_3 foram substituídas por R_{23}. (2) Como R_2 e R_3 estão em paralelo, elas estão submetidas à mesma diferença de potencial, que também é a mesma de R_{23}.

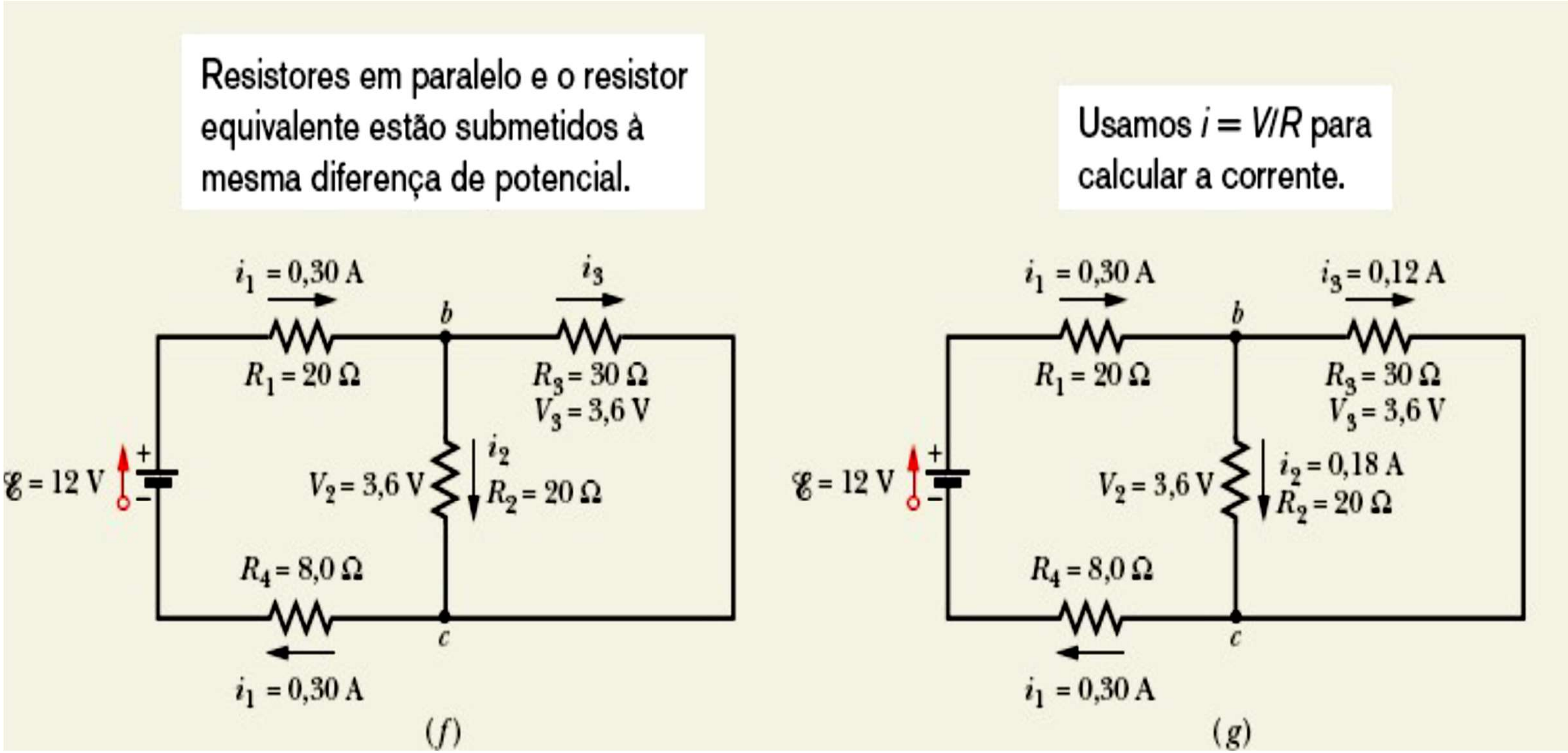
Cálculos: Sabemos que a corrente em R_{23} é $i_1 = 0{,}30$ A. Assim, podemos usar a Eq. 26-8 ($R = V/i$) e a Fig. 27-11*e* para calcular a diferença de potencial V_{23} em R_{23}:

$$V_{23} = i_1 R_{23} = (0{,}30\ \text{A})(12\ \Omega) = 3{,}6\ \text{V}.$$

Isso significa que a diferença de potencial em R_2 também é 3,6 V (Fig. 27-11*f*). De acordo com a Eq. 26-8 e a Fig. 27-11*g*, a corrente i_2 em R_2 é dada por

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{3{,}6\ \text{V}}{20\ \Omega} = 0{,}18\ \text{A}. \qquad \text{(Resposta)}$$


Usamos a regra das malhas para calcular a corrente.
Usamos V = iR para calcular a diferença de potencial.
i1 = 0,30 A
b
R1 = 20 Ω
i1 = 0,30 A
R23 = 12 Ω
ℰ = 12 V
R4 = 8,0 Ω
a
c
i1 = 0,30 A
(d)
i1 = 0,30 A
b
R1 = 20 Ω
i1 = 0,30 A
V23 = 3,6 V
R23 = 12 Ω
ℰ = 12 V
R4 = 8,0 Ω
a
c
i1 = 0,30 A
(e)


Resistores em paralelo e o resistor equivalente estão submetidos à mesma diferença de potencial.
Usamos $i = V/R$ para calcular a corrente.
$i_1 = 0{,}30$ A
i_3
b
$R_1 = 20\ \Omega$
$R_3 = 30\ \Omega$
$V_3 = 3{,}6$ V
$\mathscr{E} = 12$ V
$V_2 = 3{,}6$ V
i_2
$R_2 = 20\ \Omega$
$R_4 = 8{,}0\ \Omega$
c
$i_1 = 0{,}30$ A
(f)
$i_1 = 0{,}30$ A
$i_3 = 0{,}12$ A
b
$R_1 = 20\ \Omega$
$R_3 = 30\ \Omega$
$V_3 = 3{,}6$ V
$\mathscr{E} = 12$ V
$V_2 = 3{,}6$ V
$i_2 = 0{,}18$ A
$R_2 = 20\ \Omega$
$R_4 = 8{,}0\ \Omega$
c
$i_1 = 0{,}30$ A
(g)

(c) Qual é a corrente i_3 em R_3?

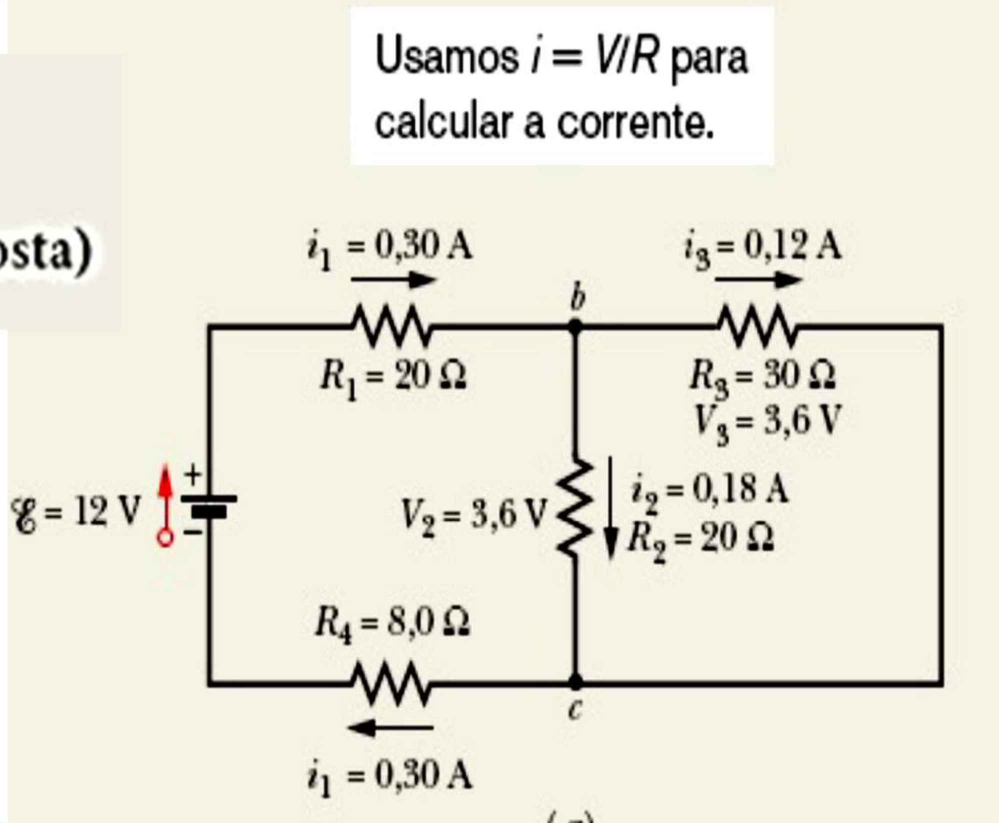
IDEIAS-CHAVE

Podemos encontrar a resposta de duas formas: (1) Usando a Eq. 26-8, como no item (b). (2) Usando a regra dos nós, segundo a qual, no ponto *b* da Fig. 27-11*b*, a corrente que entra, i_1, e as correntes que saem, i_2 e i_3, estão relacionadas pela equação

$$i_1 = i_2 + i_3.$$

Cálculo: Explicitando i_3 na equação anterior, obtemos o resultado que aparece na Fig. 27-11*g*:

$$i_3 = i_1 - i_2 = 0{,}30\text{ A} - 0{,}18\text{ A}$$
$$= 0{,}12\text{ A}. \qquad \text{(Resposta)}$$



(*g*)

27-8 | O Amperímetro e o Voltímetro

O instrumento usado para medir correntes é chamado de *amperímetro*.

O instrumento usado para medir diferenças de potencial é chamado de *voltímetro*.

Existem medidores que, dependendo da posição de uma chave, podem ser usados como um amperímetro ou como um voltímetro e também, em geral, como um *ohmímetro*, um aparelho que mede a resistência do elemento ligado entre seus terminais.

Esses instrumentos multifuncionais são chamados de *multímetros*.

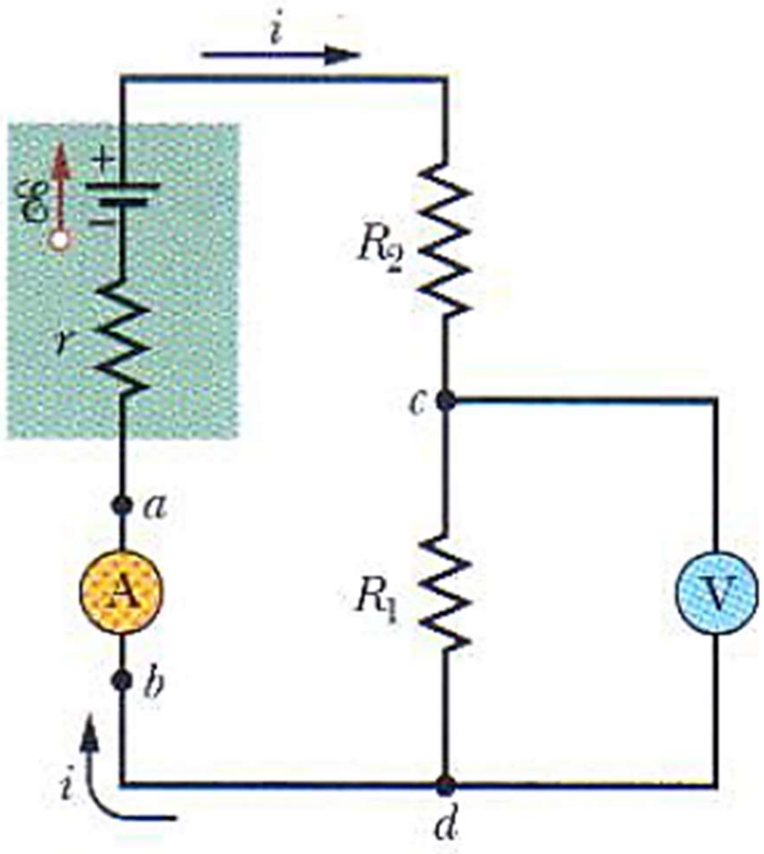
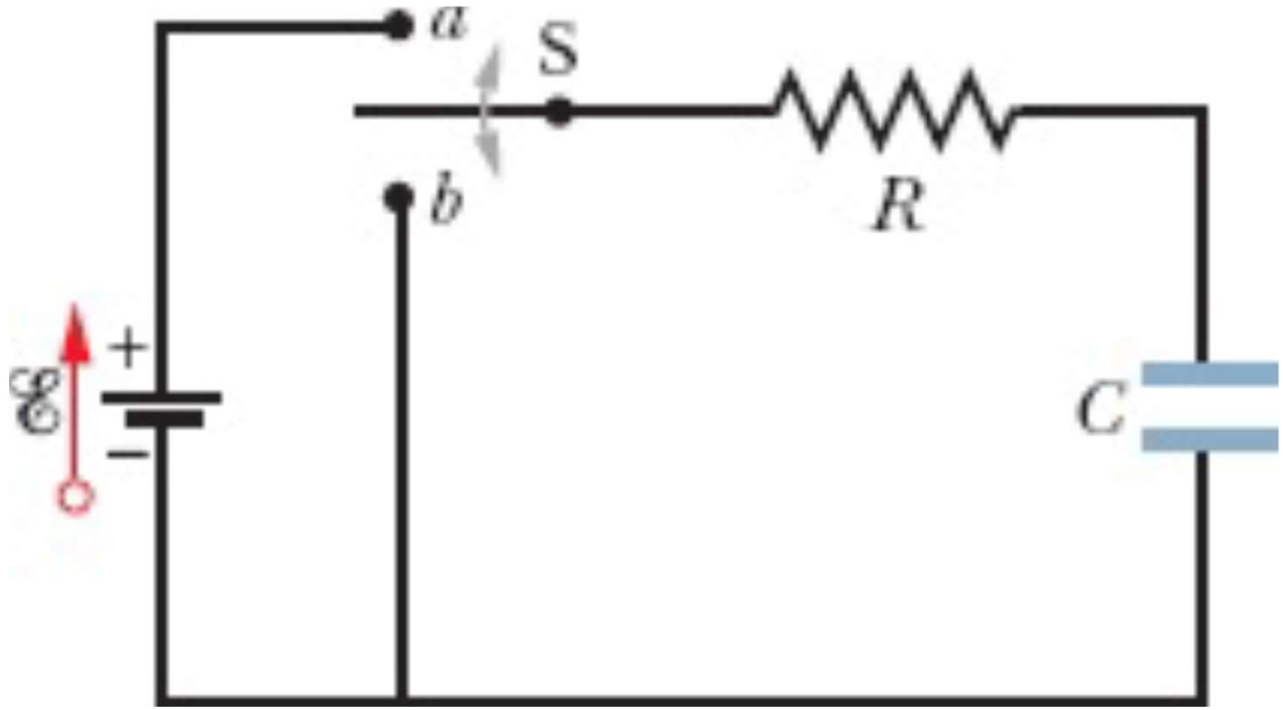


FIG. 27-14 Circuito de uma malha, mostrando como ligar um amperímetro (A) e um voltímetro (V).

27-9 | Circuitos *RC*



Carga de um Capacitor

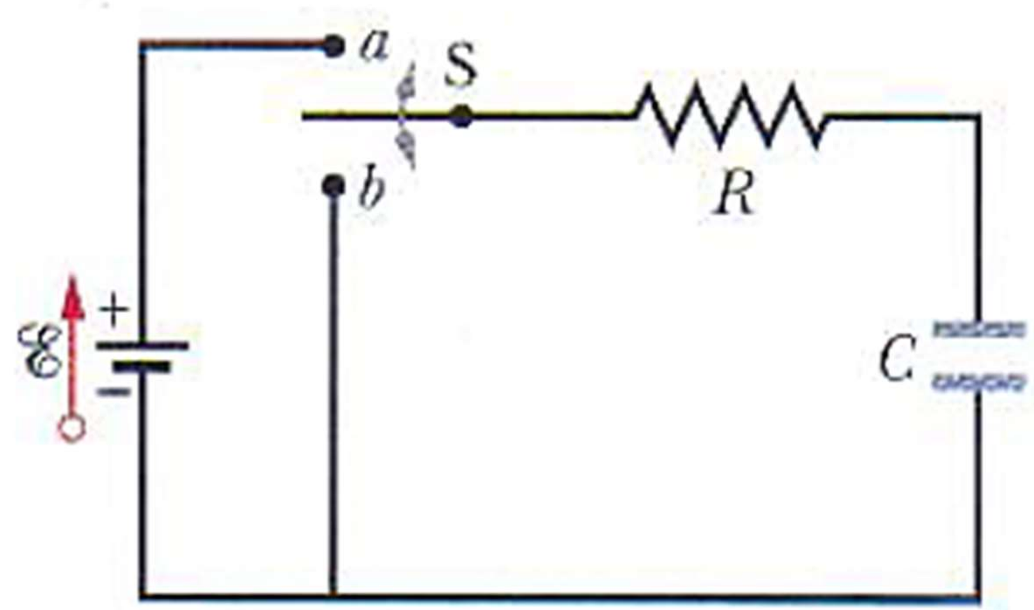
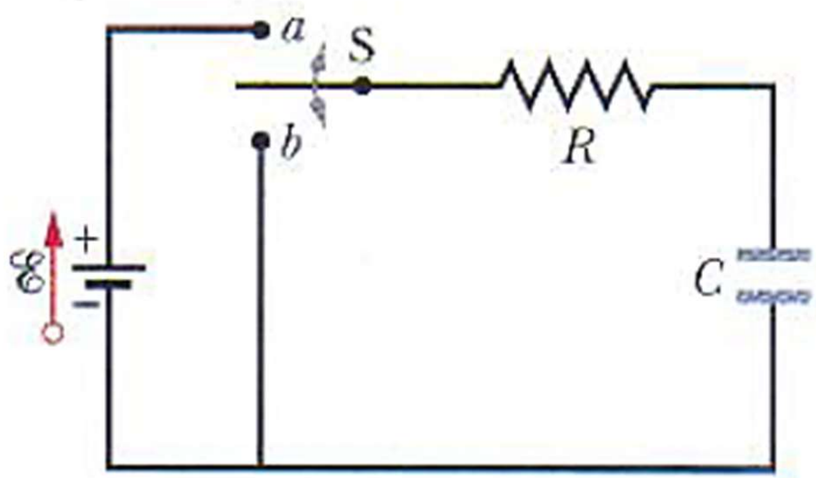


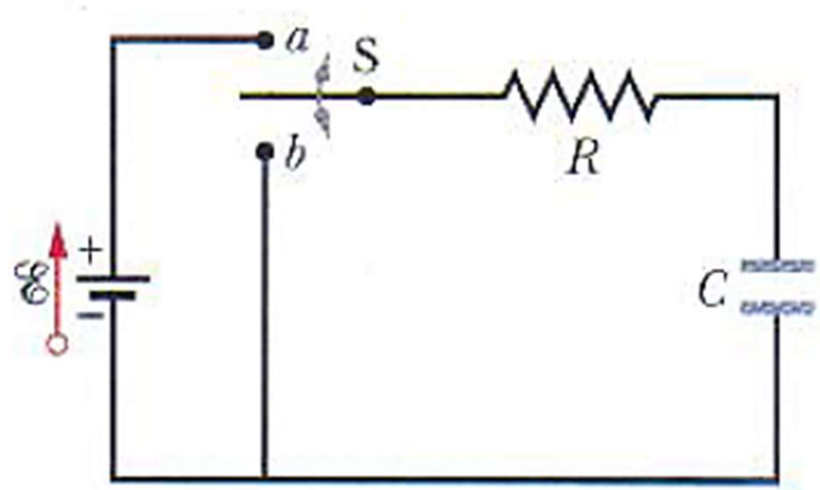
FIG. 27-15 Quando a chave S é colocada na posição *a*, o capacitor é *carregado* através do resistor. Mais tarde, quando a chave é colocada na posição *b* o capacitor é *descarregado* através do resistor.

Carga de um Capacitor



Como vimos na Seção 25-2, no momento em que o circuito é completado cargas começam a se mover (surgem correntes) no circuito. Essas correntes acumulam uma carga q cada vez maior nas placas do capacitor e estabelecem uma diferença de potencial V_C $(= q/C)$ entre as placas do capacitor. Quando essa diferença de potencial é igual à diferença de potencial entre os terminais da fonte (que é igual, por sua vez, à força eletromotriz $\mathscr{E}$) a corrente deixa de circular. De acordo com a Eq. 25-1 ($q = CV$), a *carga de equilíbrio* (carga final) do capacitor é igual a $C\mathscr{E}$.

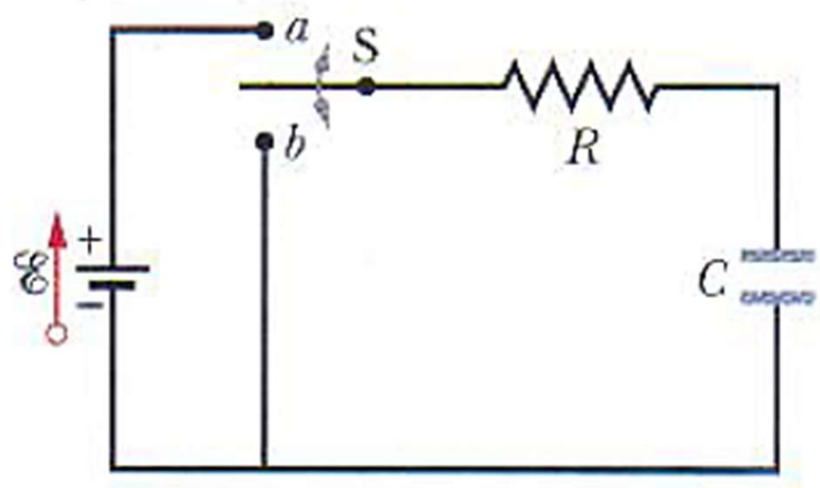
Carga de um Capacitor



Vamos examinar mais de perto o processo de carregamento do capacitor. Em particular, estamos interessados em saber como variam com o tempo a carga q, a diferença de potencial V_C e a corrente i enquanto o capacitor está sendo carregado. Começamos por aplicar a regra das malhas ao circuito, percorrendo-o no sentido horário a partir do terminal negativo da fonte. Temos:

$$\mathscr{E} - iR - \frac{q}{C} = 0. \qquad (27\text{-}30)$$

Carga de um Capacitor



$$\mathscr{E} - iR - \frac{q}{C} = 0. \qquad (27\text{-}30)$$

O último termo do lado esquerdo representa a diferença de potencial entre as placas do capacitor. O termo é negativo porque a placa de cima do capacitor, que está ligada ao terminal positivo da fonte, tem um potencial mais alto que a placa de baixo: assim, há uma queda de potencial quando passamos da placa de cima para a placa de baixo do capacitor.

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0. \tag{27-30}$$

Não podemos resolver imediatamente a Eq. 27-30 porque a equação tem duas variáveis, i e q. Entretanto, as variáveis não são independentes, mas estão relacionadas através da equação

$$i = \frac{dq}{dt}. \tag{27-31}$$

Combinando as Eqs. 27-30 e 27-31, obtemos:

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E} \qquad \text{(equação de carregamento)}. \tag{27-32}$$

Esta equação diferencial descreve a variação com o tempo da carga q no capacitor da Fig. 27-15. Para resolvê-la precisamos encontrar a função $q(t)$ que satisfaz essa equação e também a condição de que o capacitor está inicialmente descarregado, ou seja, de que $q = 0$ no instante $t = 0$.

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathscr{E} \quad \text{(equação de carregamento).} \tag{27-32}$$

Mais adiante vamos mostrar que a solução da Eq. 27-32 é

$$q = C\mathscr{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad \text{(carregamento de um capacitor).} \tag{27-33}$$

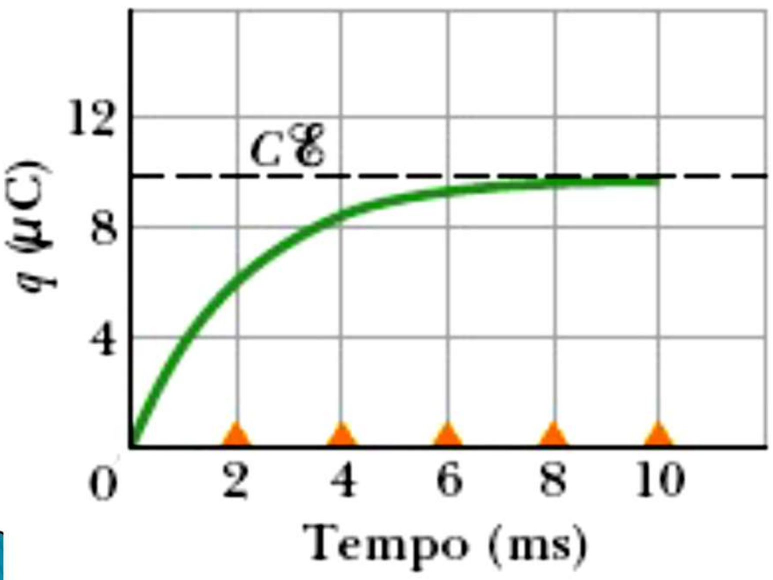
(A constante e que aparece na Eq. 27-33 é a base dos logaritmos neperianos, 2,718... e não a carga elementar.) Observe que essa equação satisfaz a condição inicial, já que, para $t = 0$, o termo $e^{-t/RC}$ é igual a 1 e, portanto, $q = 0$. Observe também que quando t tende ao infinito (ou seja, após um longo período de tempo), o termo $e^{-t/RC}$ tende a zero. Isso significa que a equação também prevê corretamente o valor final da carga do capacitor, $q = C\mathscr{E}$.

A Fig. 27-16*a* mostra o gráfico de $q(t)$ em função de t durante o processo de carregamento do capacitor.

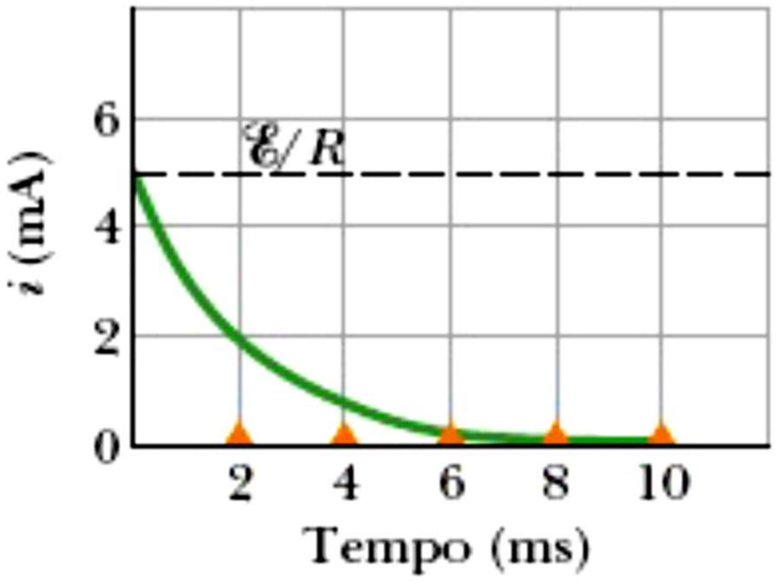
A derivada de $q(t)$ é a corrente de carregamento do capacitor:

$$i = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mathscr{E}}{R}\right)e^{-t/RC} \quad \text{(carga de um capacitor).} \tag{27-34}$$

A Fig. 27-16*b* mostra o gráfico de $i(t)$ em função de t durante o processo de carregamento do capacitor. Observe que o valor inicial da corrente é $\mathscr{E}/R$ e que a corrente tende a zero quando t tende ao infinito e a carga do capacitor tende para o valor final.



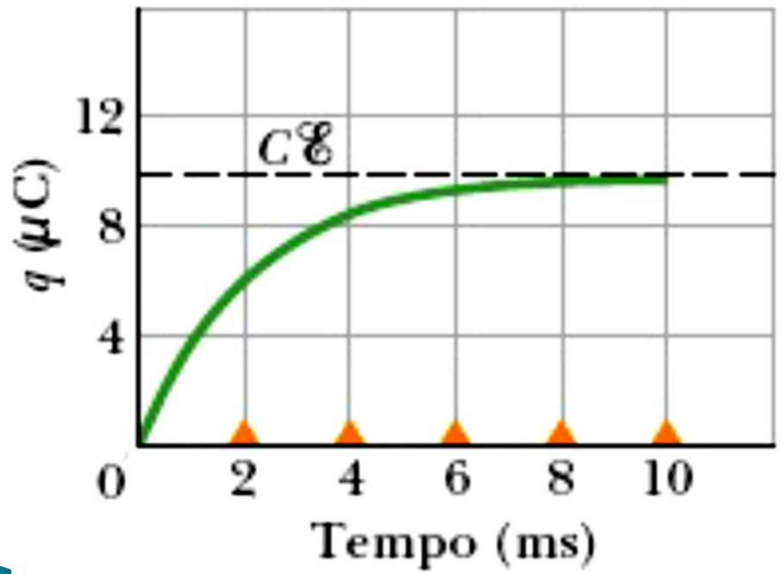
(*a*)



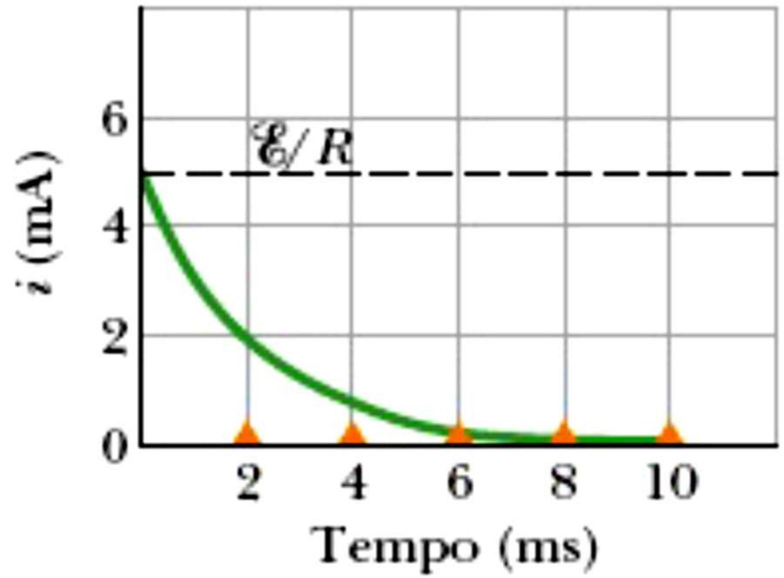
(*b*)

Um capacitor que está sendo carregado se comporta inicialmente como um fio comum. Após um longo período de tempo, o capacitor se comporta como um fio partido.

Com o passar do tempo, a carga do capacitor aumenta e a corrente diminui.



(a)



(b)

$$q = C\mathscr{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad \text{(carregamento de um capacitor).} \qquad (27\text{-}33)$$

Combinando a Eq. 25-1 ($q = CV$) e a Eq. 27-33 descobrimos que a diferença de potencial $V_C(t)$ entre as placas do capacitor durante o processo de carregamento é dada por

$$V_C = \frac{q}{C} = \mathscr{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad \text{(carregamento de um capacitor).} \qquad (27\text{-}35)$$

De acordo com a Eq. 27-35, $V_C = 0$ no instante $t = 0$, em que o capacitor está totalmente descarregado, e $V_C \to \mathscr{E}$ quando $t \to \infty$ e a carga do capacitor tende para o valor final.

O produto *RC* é chamado de **constante de tempo capacitiva** do circuito

$$\tau = RC \quad \text{(constante de tempo).} \qquad (27\text{-}36)$$

Os tempos de carga dos circuitos *RC* são frequentemente expressos em termos de τ; quanto maior o valor de τ, maior o tempo necessário para carregar um capacitor.

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathscr{E} \qquad \text{(equação de carregamento).} \tag{27-32}$$

$$q = C\mathscr{E}(1 - e^{-t/RC}) \qquad \text{(carregamento de um capacitor).} \tag{27-33}$$

Demonstração da Eq. 27-33

Para resolver a Eq. 27-32 começamos por escrever a equação na seguinte forma:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\mathscr{E}}{R}. \tag{27-41}$$

A solução geral dessa equação diferencial é da forma

$$q = q_p + Ke^{-at}, \tag{27-42}$$

onde q_p é uma *solução particular* da equação diferencial, K é uma constante a ser determinada a partir das condições iniciais e $a = 1/RC$ é o coeficiente de q na Eq. 27-41. Para determinar q_p, fazemos $dq/dt = 0$ na Eq. 27-41 (o que corresponde à situação final de equilíbrio), fazemos $q = q_p$ e resolvemos a equação, obtendo

$$q_p = C\mathscr{E}. \tag{27-43}$$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathscr{E} \qquad \text{(equação de carregamento).} \qquad (27\text{-}32)$$

$$q = C\mathscr{E}(1 - e^{-t/RC}) \qquad \text{(carregamento de um capacitor).} \qquad (27\text{-}33)$$

Demonstração da Eq. 27-33

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{\mathscr{E}}{R}. \qquad (27\text{-}41)$$

$$q = q_p + Ke^{-at}, \qquad (27\text{-}42)$$

$$q_p = C\mathscr{E}. \qquad (27\text{-}43)$$

Para determinar K, primeiro substituímos a Eq. 27-43 na Eq. 27-42 para obter

$$q = C\mathscr{E} + Ke^{-at}.$$

Em seguida, usando a condição inicial $q = 0$ em $t = 0$, obtemos

$$0 = C\mathscr{E} + K,$$

ou $K = -C\mathscr{E}$. Finalmente, com os valores de q_p, a e K inseridos, a Eq. 27-42 se torna

$$q = C\mathscr{E} - C\mathscr{E}e^{-t/RC},$$

que, com uma pequena modificação, é a Eq. 27-33.

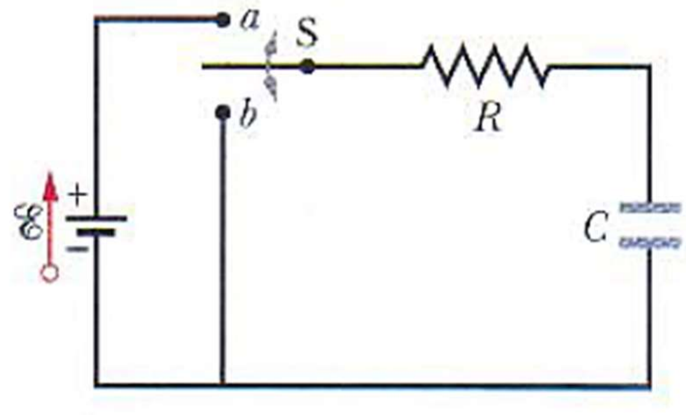
Descarga de um Capacitor

Suponha agora que o capacitor da Fig. 27-15 esteja totalmente carregado, ou seja, com um potencial V_0 igual à força eletromotriz $\mathscr{E}$ da fonte. Em um novo instante $t = 0$ a chave S é deslocada da posição a para a posição b, fazendo com que o capacitor comece a se *descarregar* através da resistência R. Nesse caso, como variam com o tempo a carga q do capacitor e a corrente i no circuito?

A equação diferencial que descreve a variação de q com o tempo é semelhante à Eq. 27-32, exceto pelo fato de que agora, como a fonte não está mais no circuito, $\mathscr{E} = 0$. Assim,

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \qquad \text{(equação de descarga).} \qquad (27\text{-}38)$$

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathscr{E} \qquad \text{(equação de carregamento).} \qquad (27\text{-}32)$$



Descarga de um Capacitor

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \qquad \text{(equação de descarga).} \tag{27-38}$$

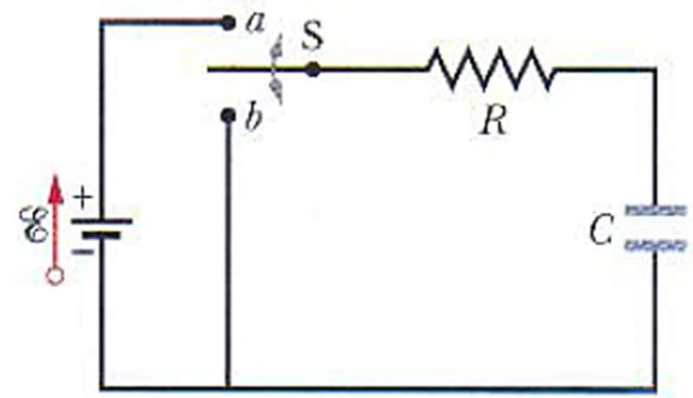
A solução desta equação diferencial é

$$q = q_0 e^{-t/RC} \qquad \text{(descarga de um capacitor).} \tag{27-39}$$

onde q_0 $(= CV_0)$ é a carga inicial do capacitor. O leitor pode verificar, por substituição, que a Eq. 27-39 é realmente uma solução da Eq. 27-38.

Derivando a Eq. 27-39, obtemos a corrente $i(t)$:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{q_0}{RC}\right)e^{-t/RC} \qquad \text{(descarga de um capacitor).} \tag{27-40}$$



Revisão e Resumo

Força Eletromotriz Uma **fonte de tensão** realiza um trabalho sobre cargas elétricas para manter uma diferença de potencial entre os terminais. Se dW é o trabalho realizado pela fonte para transportar uma carga positiva dq do terminal negativo para o terminal positivo, a força eletromotriz (trabalho por unidade de carga) da fonte é dada por

$$\mathscr{E} = \frac{dW}{dq} \quad \text{(definição de } \mathscr{E}\text{)}. \qquad (27\text{-}1)$$

A unidade de força eletromotriz e de diferença de potencial no SI é o volt. Uma **fonte de tensão ideal** não possui resistência interna; a diferença de potencial entre os terminais de uma fonte ideal é igual à força eletromotriz. Uma **fonte de tensão real** possui resistência interna; a diferença de potencial entre os terminais de uma fonte real é igual à força eletromotriz apenas quando a corrente que a atravessa é zero.

Análise de Circuitos A variação de potencial quando atravessamos uma resistência R no sentido da corrente é $-iR$; a variação quando atravessamos a resistência no sentido oposto é $+iR$ (regra das resistências). A variação de potencial quando atravessamos uma fonte de tensão ideal do terminal negativo para o terminal positivo é $+\mathscr{E}$; a variação quando atravessamos a fonte no sentido oposto é $-\mathscr{E}$ (regra das fontes). A lei de conservação da energia leva à regra das malhas:

Regra das Malhas A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao longo de uma malha completa de um circuito é zero.

A lei de conservação das cargas leva à regra dos nós:

Regra dos Nós *A soma das correntes que entram em um nó é igual à soma das correntes que saem do nó.*

Circuitos com uma Malha A corrente em um circuito com uma malha que contém uma única resistência R e uma fonte de tensão de força eletromotriz e resistência r é dada por

$$i = \frac{\mathscr{E}}{R + r}, \tag{27-4}$$

que se reduz a $i = \mathscr{E}/R$ para uma fonte ideal, ou seja, para uma fonte com $r = 0$.

Potência Quando uma fonte de tensão real de força eletromotriz e resistência r realiza trabalho sobre portadores de carga, fazendo uma corrente i atravessar a fonte, a potência P transferida para os portadores de carga é dada por

$$P = iV, \tag{27-14}$$

em que V é a diferença de potencial entre os terminais da fonte. A potência P_r dissipada na fonte é dada por

$$P_r = i^2 r. \tag{27-16}$$

A potência P_{fonte} fornecida pela fonte é dada por

$$P_{\text{fonte}} = i\mathscr{E}. \tag{27-17}$$

Resistências em Série Quando duas ou mais resistências estão ligadas **em série**, todas são percorridas pela mesma corrente. Resistências em série podem ser substituídas por uma resistência equivalente dada por

$$R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^{n} R_j \quad (n \text{ resistências em série}). \tag{27-7}$$

Resistências em Paralelo Quando duas ou mais resistências estão ligadas em **paralelo**, todas são submetidas à mesma diferença de potencial. Resistências em paralelo podem ser substituídas por uma resistência equivalente dada por

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{R_j} \quad (n \text{ resistências em paralelo}). \qquad (27\text{-}24)$$

Circuitos *RC* Quando uma força eletromotriz $\mathscr{E}$ é aplicada a uma resistência R e uma capacitância C em série, como na Fig. 27-15 com a chave na posição a, a carga do capacitor aumenta com o tempo de acordo com a equação

$$q = C\mathscr{E}(1 - e^{-t/RC}) \quad \text{(carga de um capacitor)}, \qquad (27\text{-}33)$$

em que $C\mathscr{E} = q_0$ é a carga de equilíbrio (carga final) e $RC = \tau$ é a **constante de tempo capacitiva** do circuito. Durante a carga do capacitor, a corrente é dada por

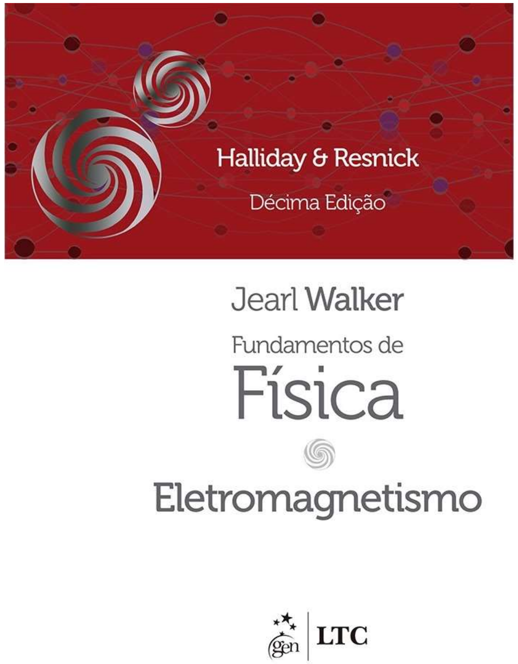
$$i = \frac{dq}{dt} = \left(\frac{\mathscr{E}}{R}\right)e^{-t/RC} \quad \text{(carga de um capacitor)}. \qquad (27\text{-}34)$$

Quando um capacitor se descarrega através de uma resistência R, a carga do capacitor diminui com o tempo de acordo com a equação

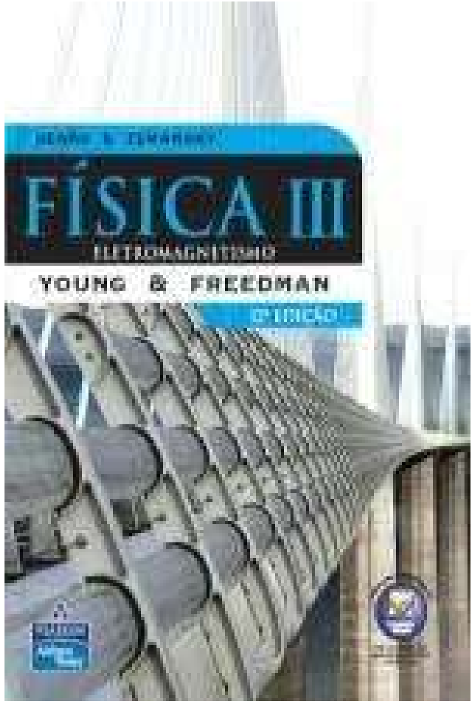
$$q = q_0 e^{-t/RC} \quad \text{(descarga de um capacitor).} \qquad (27\text{-}39)$$

Durante a descarga do capacitor, a corrente é dada por

$$i = \frac{dq}{dt} = -\left(\frac{q_0}{RC}\right) e^{-t/RC} \quad \text{(descarga de um capacitor).} \qquad (27\text{-}40)$$


Halliday & Resnick
Décima Edição
Jearl Walker
Fundamentos de
Física
Eletromagnetismo
LTC

Cap. 27


FÍSICA III
YOUNG & FREEDMAN

Cap. 26