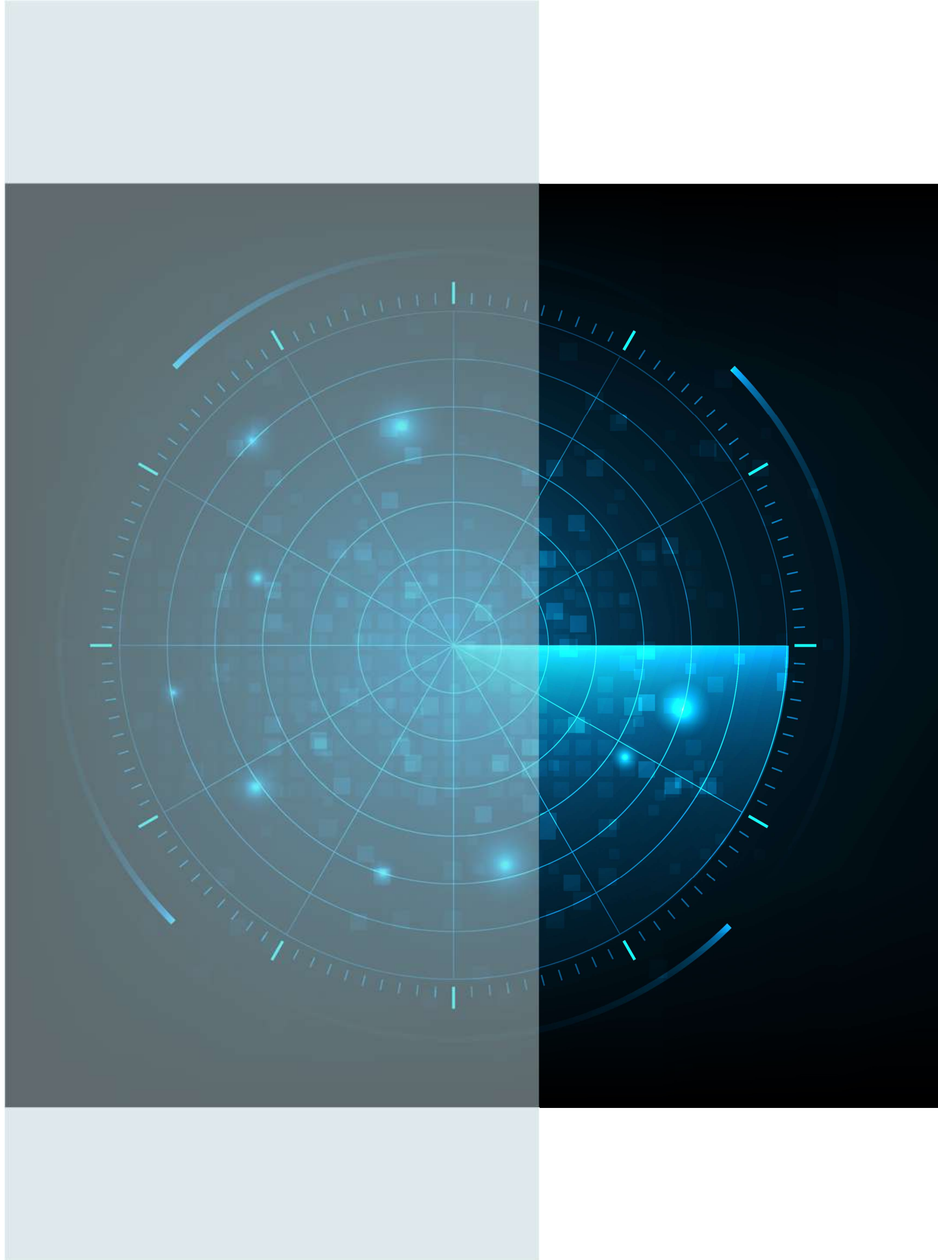
Universidade Federal do Rio Grande
Instituto de Matemática, Estatística e Física - IMEF



VETORES

Profª. Dra. Talissa Rodrigues
talissa.trodrigues@gmail.com

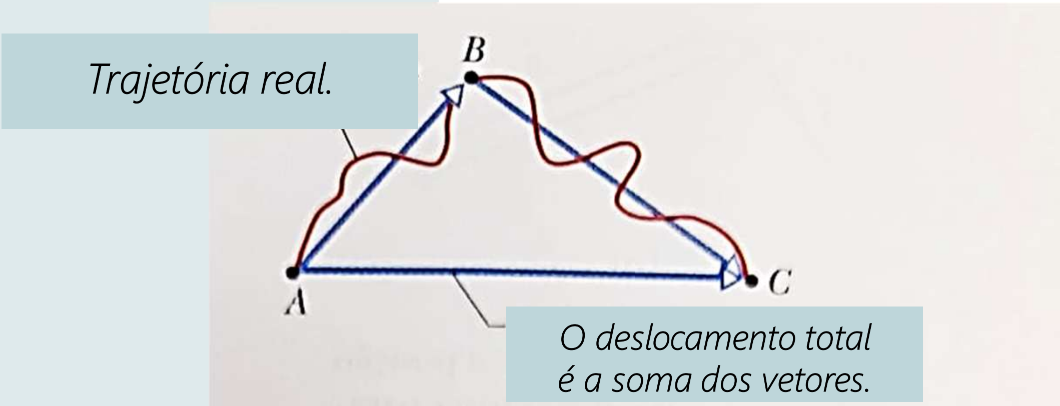
VETORES E ESCALARES

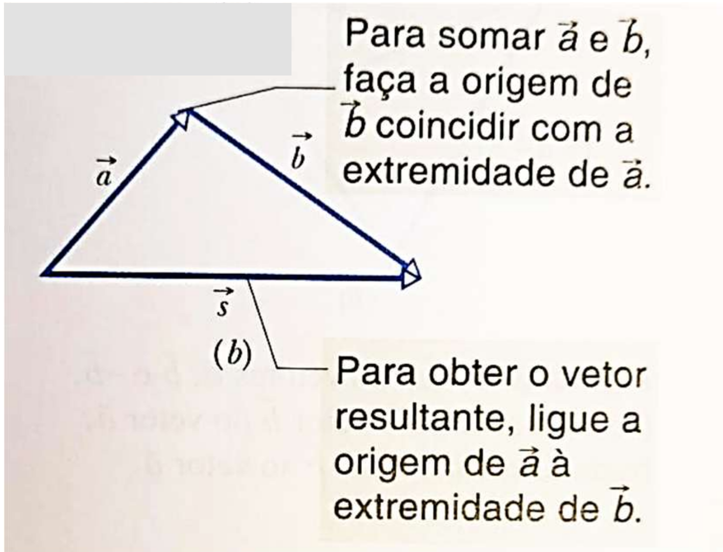
Toda grandeza física que não envolve uma orientação é chamada de "grandeza escalar". Ex: temperatura, energia, pressão, massa e tempo

Uma grandeza vetorial possui módulo, direção e sentido, portanto, trata-se de um vetor que expressa uma orientação.
Ex: vetor velocidade, aceleração e deslocamento.

SOMA GEOMÉTRICA DE VETORES

O deslocamento total de uma partícula é um vetor soma (ou vetor resultante) dos vetores AB e BC: vai da origem do vetor a até "a" extremidade do vetor "b" (vetor "s"; vetor soma).



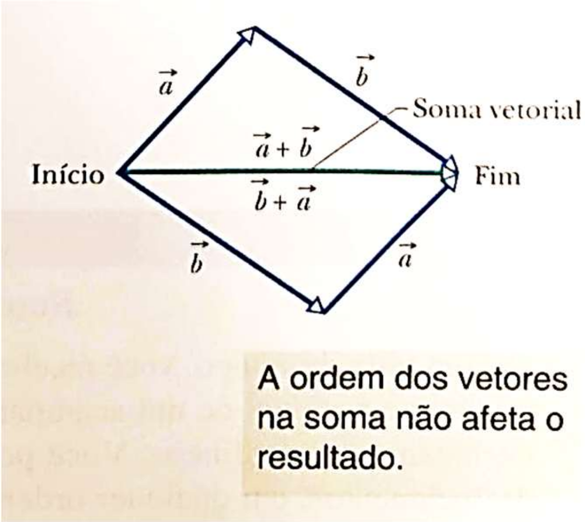


SOMA GEOMÉTRICA DE VETORES

Duas propriedades da soma vetorial:

Lei comutativa -> a ordem em que os vetores são somados é irrelevante.

Lei associativa ->quando existem mais de dois vetores podemos agrupá-los em qualquer ordem e somá-los.



COMPONENTES DE VETORES

O processo de obter as componentes de um vetor é chamado de decomposição do vetor – "projeção de um vetor no seu respectivo eixo".

A componente do vetor tem o mesmo sentido (em relação a um eixo) que o vetor.

São determinadas a partir de relações trigonométricas:

$$\boldsymbol{a_x = a\,cos\theta} \quad \boldsymbol{e} \quad \boldsymbol{ay = a\,sen\theta}$$

Se conhecemos somente as componentes, para especificar na notação módulo-ângulo:

$$\boldsymbol{a} = \sqrt{\boldsymbol{a}^2{}_{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{a}^2{}_{\boldsymbol{y}}} \quad \boldsymbol{e} \quad \boldsymbol{tang}\theta = \frac{\boldsymbol{a_y}}{\boldsymbol{a_x}}$$

VETORES UNITÁRIOS

Todo vetor unitário é um vetor cujo módulo é 1 e que aponta em uma certa direção.

Este vetor não possui dimensão e unidade.

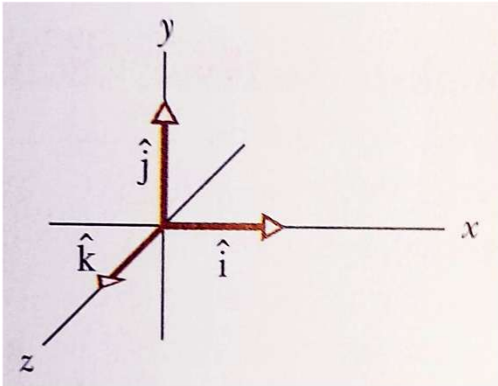
A função de um vetor unitário é especificar uma orientação!

Notação com Vetores Unitários Os *vetores unitários* $\hat{\mathrm{i}}$, $\hat{\mathrm{j}}$ e $\hat{\mathrm{k}}$ têm módulo unitário e sentido igual ao sentido positivo dos eixos x, y e z, respectivamente, em um sistema de coordenadas dextrogiro. Podemos expressar um vetor $\vec{a}$ em termos de vetores unitários como

$$\vec{a} = a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}} + a_z\hat{\mathrm{k}},$$

onde $a_x\hat{\mathrm{i}}$, $a_y\hat{\mathrm{j}}$ e $a_z\hat{\mathrm{k}}$ são as **componentes vetoriais** de $\vec{a}$, e a_x, a_y e az são as **componentes escalares**.

Os vetores unitários definem os sentidos positivos de um sistema de coordenadas dextrogiro (os 3 eixos sofrem mesma rotação).



SOMA DE VETORES A PARTIR DAS COMPONENTES

Soma de Vetores na Forma de Componentes Para somar vetores na forma de componentes, usamos as regras

$$r_x = a_x + b_x \quad r_y = a_y + b_y \quad r_z = a_z + b_z. \quad \text{(3-11 a 3-13)}$$

onde $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são os vetores a serem somados e $\vec{r}$ é o vetor soma.

Dois vetores são iguais se as componentes correspondentes forem iguais.

SOMA DE VETORES A PARTIR DAS COMPONENTES

Para somar (ou subtrair) dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$:

- *Podemos obter as componentes escalares dos vetores;*
- *Combinar as componentes escalares, eixo por eixo, para obter as componentes do vetor soma;*
- *Combinar as componentes de $\vec{r}$ para obter o vetor $\vec{r}$.*

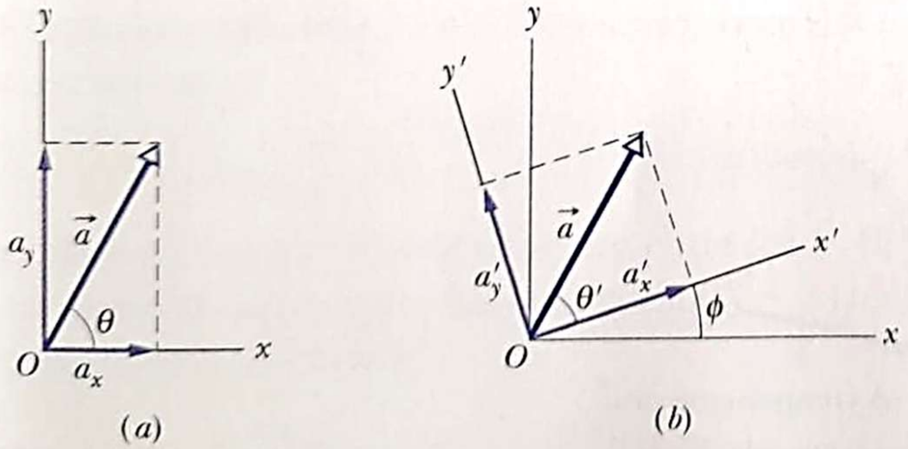
$$d_x = a_x - b_x, \quad d_y = a_y - b_y, \quad \text{e} \quad d_z = a_z - b_z,$$

$$\vec{d} = d_x\hat{\mathrm{i}} + d_y\hat{\mathrm{j}} + d_z\hat{\mathrm{k}}.$$

MULTIPLICAÇÃO DE VETORES

Quando multiplicamos um vetor $\vec{a}$ por um escalar s, obtemos outro vetor cujo módulo é o produto do módulo de $\vec{a}$ pelo valor absoluto de s, cuja direção é a mesma de $\vec{a}$ e cujo sentido é o mesmo de $\vec{a}$ se s for positivo e o sentido oposto se s for negativo. Para dividir $\vec{a}$ por s, multiplicamos $\vec{a}$ por $1/s$.

Se os eixos giram, as componentes mudam, mas o vetor permanece o mesmo.



Na figura, vemos em (a) o vetor $\vec{a}$ e suas componentes. (em b) O mesmo vetor $\vec{a}$, com os eixos do sistema de coordenadas girados de um ângulo Ø.

MULTIPLICAÇÃO DE UM VETOR POR UM VETOR

- *PRODUTO ESCALAR ➔ RESULTA EM UM ESCALAR.*
- *PRODUTO VETORIAL ➔ RESULTA EM UM VETOR.*

MULTIPLICAÇÃO DE UM VETOR POR UM VETOR

- *PRODUTO ESCALAR ➔ RESULTA EM UM ESCALAR.*

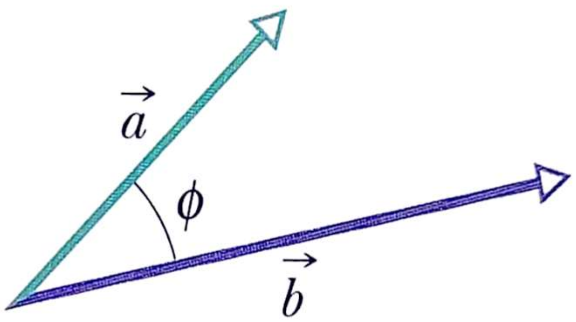
Definido pela equação $\vec{\boldsymbol{a}} \cdot \vec{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{ab\cos\emptyset}$

Representa o ângulo entre os vetores a e b.

O produto escalar pode ser considerado como o produto de duas grandezas:

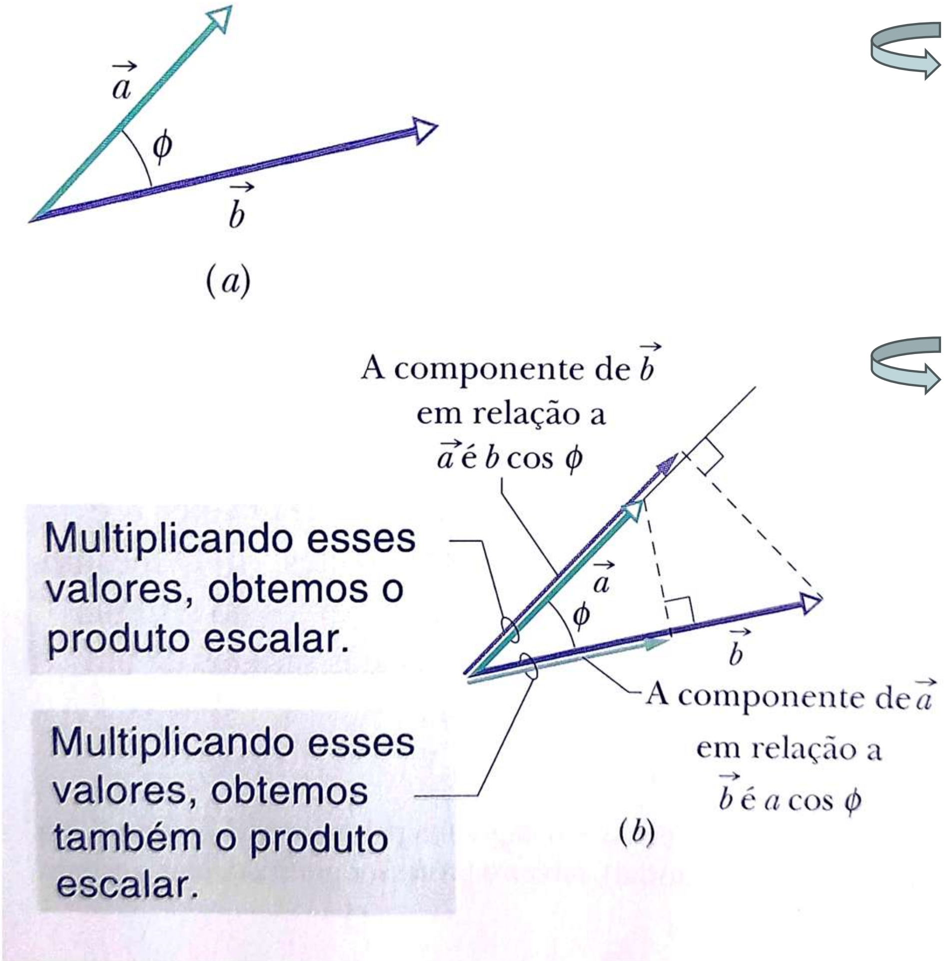
(1) O módulo de um dos vetores;

(2) A componente escalar do outro vetor em relação ao primeiro.



(a)

MULTIPLICAÇÃO DE UM VETOR POR UM VETOR



Se o ângulo ∅ entre os dois vetores é 0º, a componente de um vetor em relação ao outro é máxima, o que também acontece com o produto escalar dos vetores.

Se o ângulo ∅ entre os dois vetores é 90º, a componente de um vetor em relação ao outro é nula, o que também acontece com o produto escalar.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a\cos\emptyset)\,(b) = (a)\,(b\cos\emptyset)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

MULTIPLICAÇÃO DE UM VETOR POR UM VETOR

Em termos dos vetores unitários o produto escalar é dado por:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}} + a_z\hat{\mathrm{k}}) \cdot (b_x\hat{\mathrm{i}} + b_y\hat{\mathrm{j}} + b_z\hat{\mathrm{k}})$$

$$\vec{a} \,.\, \vec{b} = \mathbf{a}_x b_X + a_y b_y + azbz$$

MULTIPLICAÇÃO DE UM VETOR POR UM VETOR

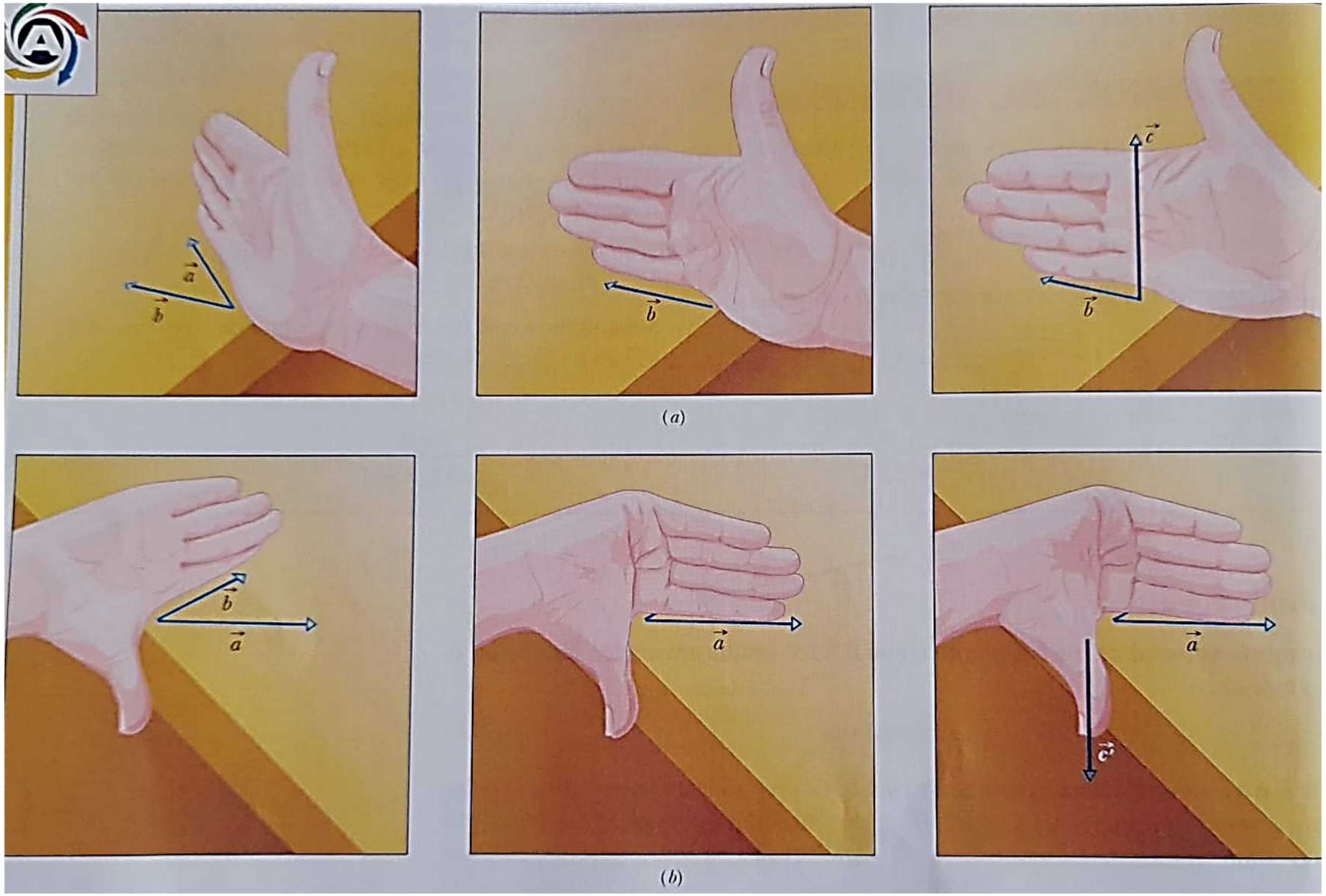
- *PRODUTO VETORIAL ➔ RESULTA EM UM TERCEIRO VETOR.*

$$c = ab \; sen \; \emptyset$$

Representa o menor dos ângulos entre os vetores a e b.

A orientação de $\vec{c}$ é perpendicular ao plano definido por $\vec{a}$ e $\vec{b}$, e é dada pela regra da mão direita, como mostra a Fig. 3-21. Note que $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$. Em termos dos vetores unitários,

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}} + a_z\hat{\mathrm{k}}) \times (b_x\hat{\mathrm{i}} + b_y\hat{\mathrm{j}} + b_z\hat{\mathrm{k}}),$$



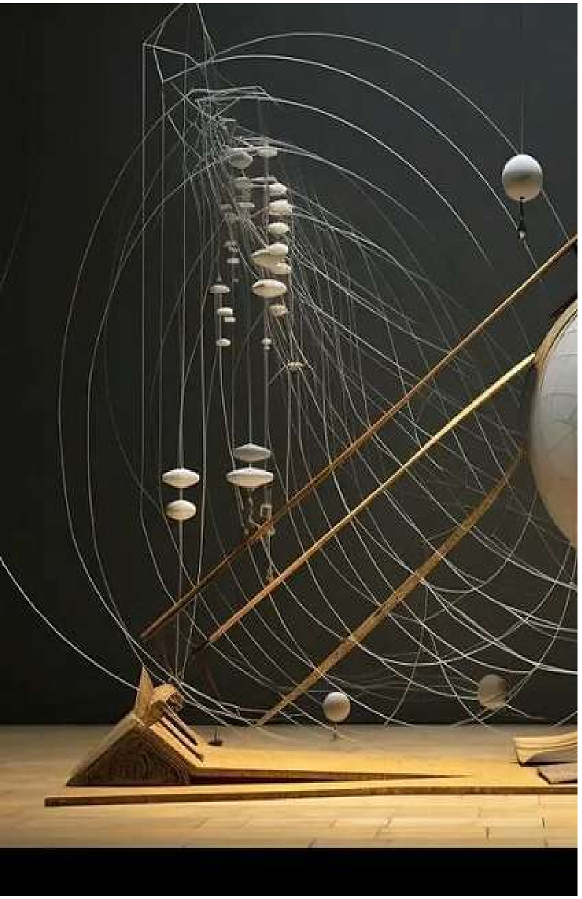
No produto vetorial a ordem dos vetores é importante.
a x b ≠ b x a.

(a): Imagine uma reta perpendicular ao plano dos vetores a e b. Empurre o vetor a na direção do vetor b com os dedos da mão direita. O polegar estendido mostra a orientação do vetor c (c = a x b). (b): O vetor a x b tem o sentido oposto ao de b x a.

MULTIPLICAÇÃO DE UM VETOR POR UM VETOR

Em termos dos vetores unitários o produto vetorial é dado por:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x\hat{\mathrm{i}} + a_y\hat{\mathrm{j}} + a_z\hat{\mathrm{k}}) \times (b_x\hat{\mathrm{i}} + b_y\hat{\mathrm{j}} + b_z\hat{\mathrm{k}}),$$



OBRIGADA

Profª. Dra. Talissa Rodrigues

talissa.trodrigues@gmail.com

QUE A FÍSICA ESTEJA COM VOCÊS!