

8MD B7

A3

W-Dichte: $f(x) = \begin{cases} b^{-1}, & x \in (0, b) \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

Messung $\{x_i\}_{i \in \{1, \dots, n\}}$

a) Max.-Likelihood:

$$L(b) = \prod_{i=1}^n f(x_i | b)$$

$$= b^{-n} \quad \left| \begin{array}{l} \text{unter d. Bedingung,} \\ \text{dass } \forall x_i \text{ gilt: } x_i \in (0, b) \end{array} \right.$$

$$\stackrel{\text{um Schätzer}}{=} \frac{1}{b^n}$$

\hat{b} zu erhalten wird das b gesucht, bei dem Likelihood f. maximal wird:

→ mit kleinem b wächst $L(b)$

→ Wähle b so klein wie möglich, ohne das $L(b) = 0$ wird

$$\rightarrow \boxed{\hat{b} = \max \{x_i\}}$$

Wenn b kleiner wie würde $\max \{x_i\}$ nicht mehr in $(0, b)$ liegen

($\hookrightarrow L(b) = 0$)

b) Prüfe Erwartl. Treue (ETT.)

$$\text{ETT. Wenn } \langle \hat{b} \rangle_T = b$$

$$\langle \hat{b} \rangle_T = \langle \max \{x_i\} \rangle_T *$$

Überlegung: Suche Erwartungswert ~~trig~~ des j -ten Elements der Messung

Im Mittel müsste bei Gleichverteilung die nachfolgte geometrische n-Messung asymptotisch. Verteilung