Apoyo en el desarrollo del Proyecto de Grado MIACON

MÓDULO 2: Identificación y control de una planta de primer orden

- **Hecho por:** Diego Andrés García Díaz.
- **Código:** 2195533.
- **Fecha:** 15/10/2025.
- **Asignatura:** Control II (Adelanto de Nota).

Módelo para un Sitema Térmico (Primer Orden)

$$G_P(s) = \frac{K_p}{T_{\mathrm{p1}} \cdot s + 1} \cdot e^{-T_d \cdot s};$$

$$G_P(s) = \text{Actuador} + \text{Planta} + \text{Sensor};$$

$$K = K_p = \text{Ganancia};$$

$$K = \frac{\Delta Y\ (\text{salida})}{\Delta U\ (\text{entrada})};$$

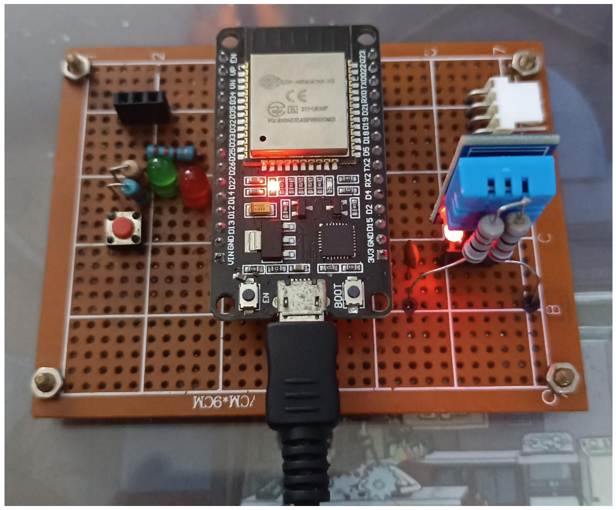
$$T = T_{\mathrm{p1}} = \text{Constante de tiempo};$$

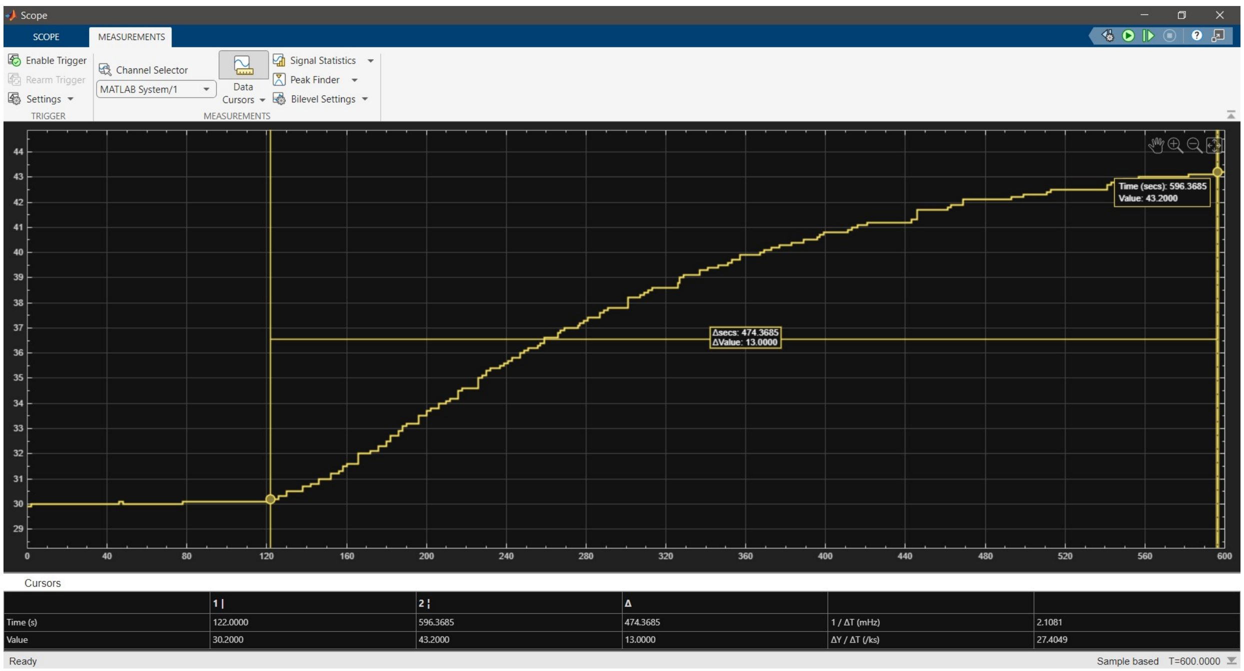
$$T = \frac{3}{2}(t_2 - t_1);$$

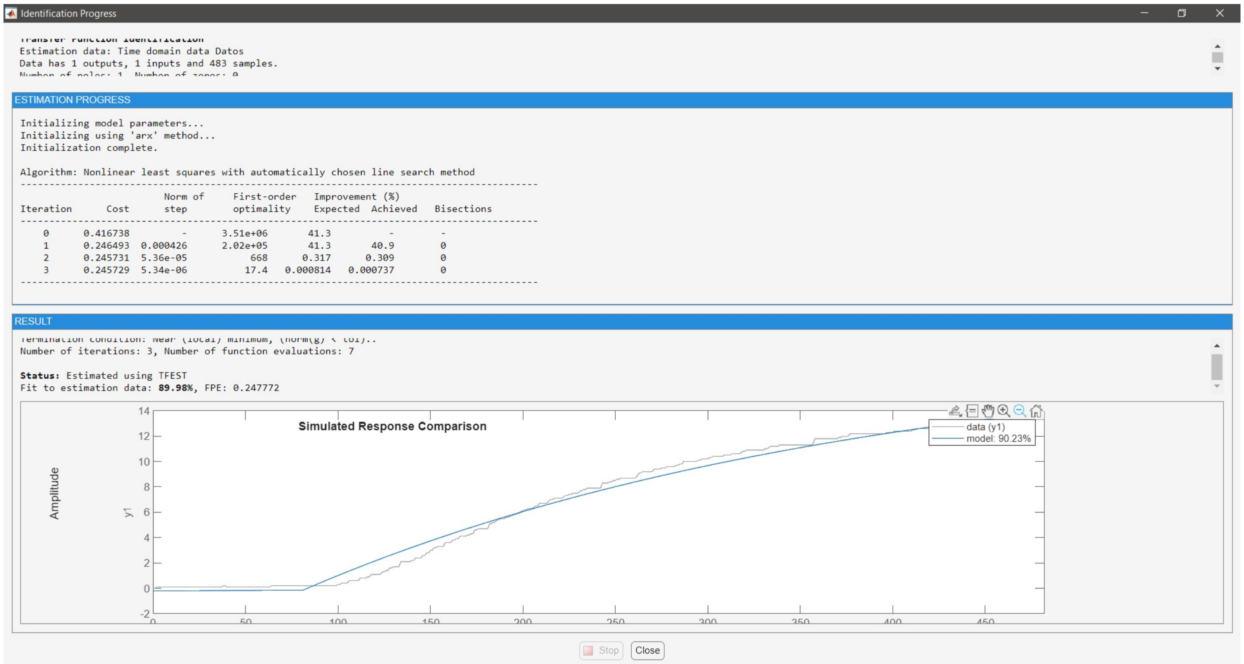
$$L = T_d = \text{Tiempo muerto (Delay)};$$

$$L = t_2 - T$$

Modelo identificado siguiendo las instrucciones de la página web:



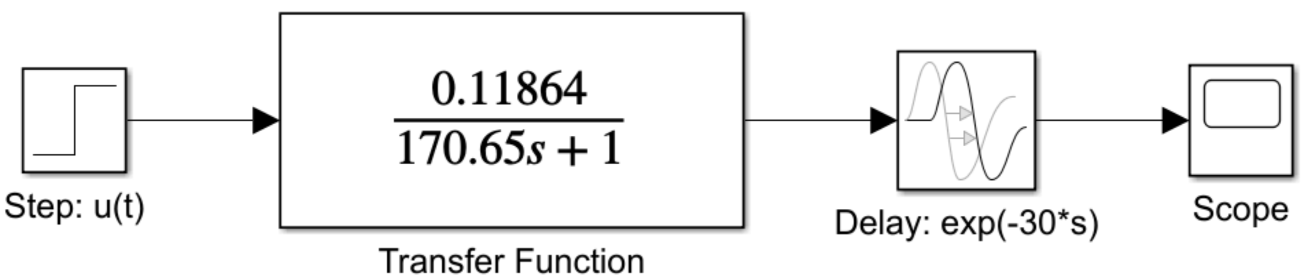

Scope
SCOPE
MEASUREMENTS
Enable Trigger
Rearm Trigger
Settings
TRIGGER
Channel Selector
MATLAB System/1
Data Cursors
Signal Statistics
Peak Finder
Bilevel Settings
MEASUREMENTS
Time (secs): 596.3685
Value: 43.2000
Δsecs: 474.3685
ΔValue: 13.0000
Cursors
1
2
Δ
Time (s) 122.0000 596.3685 474.3685 1 / ΔT (mHz) 2.1081
Value 30.2000 43.2000 13.0000 ΔY / ΔT (/ks) 27.4049
Ready
Sample based T=600.0000

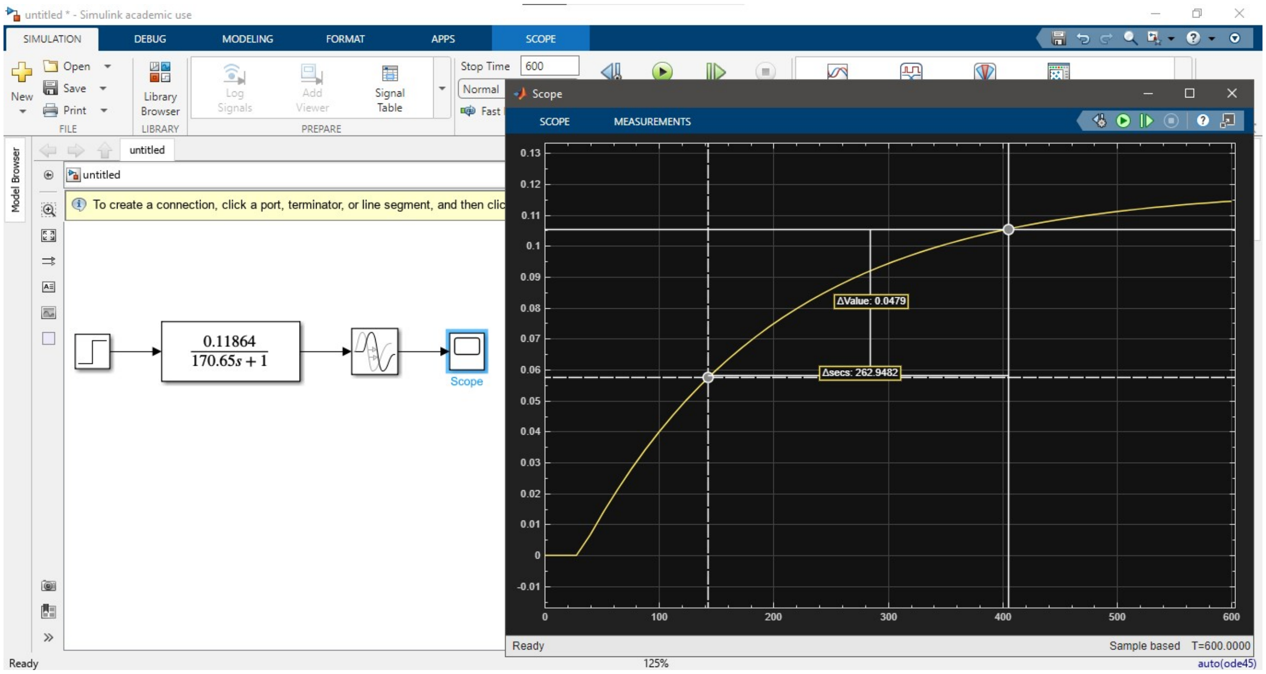


$$\text{P1D} \quad \rightarrow \quad G_{P_1}(s) = P(s) = \frac{0.11864}{170.65 \cdot s + 1} \cdot e^{-30 \cdot s}$$

Ajuste de 90.23% > 80%

Validación en Simulink:





$$G_P(s) = \frac{0.1144}{158.7423 \cdot s + 1} \cdot e^{-31.7485 \cdot s}$$

$$t_1 = L + \frac{1}{3} \cdot T = 84.6626\,[s];\; t_2 = L + T = 190.4908\,[s]\;;$$

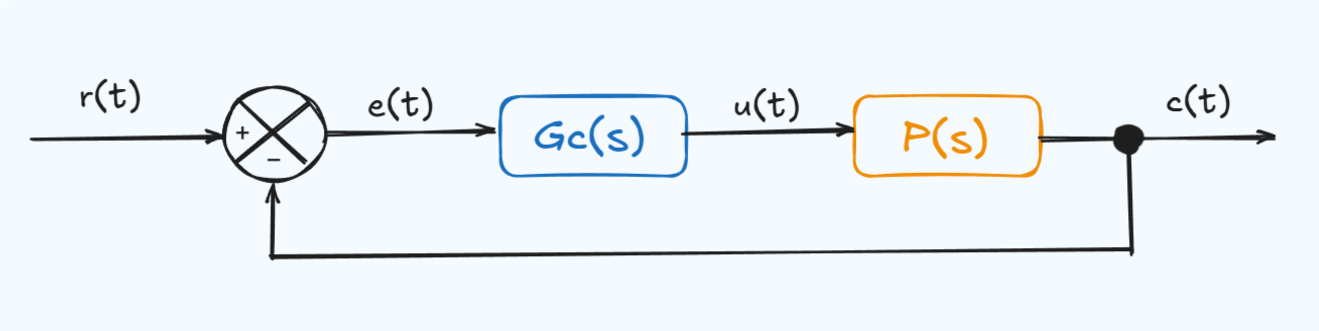
$$\text{Ganancia} \;\rightarrow\; K = \frac{\Delta Y\ (\text{salida})}{\Delta U\ (\text{entrada})} = 0.1144;$$

$$\text{Constante de tiempo} \;\rightarrow\; T = \frac{3}{2}(t_2 - t_1) = 158.7423\,[s];$$

$$\text{Retardo} \;\rightarrow\; L = t_2 - T = 31.7485\,[s]$$

<u>A continuación se presenta el desarrollo para el respectivo deseño de los controladores P, PI, PD y PID:</u>

$$P(s) = \frac{0.11864}{170.65 \cdot s + 1} \cdot e^{-30 \cdot s}$$



El siguiente procedimiento corresponde al cálculo del **controlador proporcional (P)**:

$$G_{\mathrm{LC}}(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_C(s) \cdot P(s)}{1 + G_C(s) \cdot P(s)} \approx \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

$$G_C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K \frac{(s + z_1) \cdot (s + z_2) \ldots (s + z_m)}{(s + p_1) \cdot (s + p_2) \ldots (s + p_n)} \quad \rightarrow \quad \text{Función de Transferencia del Controlador Generalizada}$$

$$P(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad \rightarrow \quad \text{Función de Transferencia del Sistema } o \text{ Planta}$$

$$G_{\mathrm{LC}}(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K \frac{(s + z_1) \cdot (s + z_2) \ldots (s + z_m)}{(s + p_1) \cdot (s + p_2) \ldots (s + p_n)} \cdot \frac{N(s)}{D(s)}}{1 + K \frac{(s + z_1) \cdot (s + z_2) \ldots (s + z_m)}{(s + p_1) \cdot (s + p_2) \ldots (s + p_n)} \cdot \frac{N(s)}{D(s)}}$$

$$G_{\mathrm{LC}}(s) = \frac{K \cdot (s + z_1) \cdot (s + z_2) \ldots (s + z_m) \cdot N(s)}{(s + p_1) \cdot (s + p_2) \ldots (s + p_n) \cdot D(s) + K \cdot (s + z_1) \cdot (s + z_2) \ldots (s + z_m) \cdot N(s)}$$

$$\frac{K \cdot (s + z_1) \cdot (s + z_2) \ldots (s + z_m) \cdot N(s)}{(s + p_1) \cdot (s + p_2) \ldots (s + p_n) \cdot D(s) + K \cdot (s + z_1) \cdot (s + z_2) \ldots (s + z_m) \cdot N(s)} \approx \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

$$(s + p_1) \cdot (s + p_2) \ldots (s + p_n) \cdot D(s) + K \cdot (s + z_1) \cdot (s + z_2) \ldots (s + z_m) \cdot N(s) \approx s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2$$

$$(170.65 \cdot s + 1) + K_P \cdot (0.11864 \cdot e^{-30 \cdot s}) = s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2$$

El término $e^{-30 \cdot s}$ no se puede igualar directamente con los coeficientes, ya que la parte izquierda de la igualación, en su forma actual, tiene un "orden infinito" debido a la exponencial. Una solución a este inconveniente es **aproximar el retardo** con una **"aproximación racional"**, es decir, una fraccción de dos polinomios. La más común y utilizada es la **APROXIMACIÓN DE PADÉ** de primer orden.

Cabe resaltar que si se usa un orden mayor en la aproximación de Padé, también aumenta el orden del polinomio resultante para hacer la respectiva igualación.

$$e^{-\theta \cdot s} \approx \frac{1 - \frac{\theta}{2} \cdot s}{1 + \frac{\theta}{2} \cdot s} \quad \rightarrow \quad e^{-30 \cdot s} = \frac{1 - \frac{30}{2} \cdot s}{1 + \frac{30}{2} \cdot s} = \frac{1 - 15 \cdot s}{1 + 15 \cdot s}$$

Entonces se obtiene lo siguiente:

$$(170.65 \cdot s + 1) + K_P \cdot \left(0.11864 \cdot \left(\frac{1 - 15 \cdot s}{1 + 15 \cdot s}\right)\right) = s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2$$

Operando la parte izquierda se obtiene lo siguiente:

$$s^2 + (0.07253 - 0.00069 \cdot K_P) \cdot s + (0.0003907 + 0.0000463 \cdot K_P) = s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2$$

Se hacen las respectivas igualaciones:

$$2 \cdot \zeta \cdot \omega_n = 0.07253 - 0.00069 \cdot K_P$$

$$\zeta \cdot \omega_n = 0.03627 - 0.00035 \cdot K_P$$

Se definen y calculan parámetros para el diseño del controlador y poder despejar la primera igualación:

$$P\text{arámetro que se asume para el diseño del controlador} \quad \rightarrow \quad \text{OV (Overshoot)} \leq 20\,\%$$

$$\zeta \quad \rightarrow \quad \text{Factor de Amortiguamiento}$$

$$\zeta \geq \sqrt{\frac{\ln(\text{OV})^2}{\pi^2 + \ln(\text{OV})^2}} \quad \rightarrow \quad \zeta = 0.456$$

$$\zeta < 1 \quad \rightarrow \quad \text{Subamortiguado}$$

$$t_{s(2\%)} = \frac{4}{\zeta \cdot \omega_n} \quad \rightarrow \quad \text{Tiempo de Establecimiento}$$

Cabe resaltar que también se puede asumir un t_s para poder despejar ω_n, lo que de cierto modo reduce un poco los demás cálculos del método analítio

Para el diseño de los controladores usando el método analítico, también se asumió un $t_s \leq 200\,[s]$, obteniendo lo siguiente:

$$\omega_n = \frac{4}{\zeta \cdot t_s} = \frac{4}{(0.456) \cdot (200)} = 0.0438\,\left[\frac{\text{rad}}{s}\right]$$

Ahora, se puede despejar ω_n y obtener una `Ecuación #1`:

$$\zeta \cdot \omega_n = 0.03627 - 0.00035 \cdot K_P$$

$$(0.456) \cdot \omega_n = 0.03627 - 0.00035 \cdot K_P$$

$$\omega_n = 0.03627 - 0.00035 \cdot K_P \quad \rightarrow \quad \text{Ecuación \#1}$$

Finalmente, se hace la última igualación y obtener una `Ecuación #2`:

$$\omega_n^2 = 0.0003907 - 0.0000463 \cdot K_P \quad \rightarrow \quad \text{Ecuación \#2}$$

El siguiente paso es **reemplazar** la **`Ecuación #1`** en la **`Ecuación #2`**, agrupar términos semejantes y **despejar** la respectiva constante **(**K_P**)** del controlador, haciendo las respectivas operaciones se obtiene lo siguiente:

$$(0.07954 - 0.00077 \cdot K_P)^2 = 0.0003907 + 0.0000463 \cdot K_P$$

$$K_{P_1} = 243.5872$$

$$K_{P_2} = 41.1009$$

Se usa la **`Ecuación #2`** para obtener ω_n:

$$\omega_{n_1} = 0.10802 \ \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\omega_{n_2} = 0.04789 \ \frac{\text{rad}}{s}$$

Por último, se puede calcular el **Tiempo de Establecimiento**:

$$t_{s(2\%)_1} = 81.20653 \ [s]$$

$$t_{s(2\%)_2} = 183.1683 \ [s]$$

El siguiente paso a realizar corresponde a la validación en SIMULINK, la sintonización del controlador usandola teoría de Ziegler-Nichols y el uso de una herramienta para sintonizar el controlador de forma más "automática" y realizar las respectivas comparaciones. Finalmente, se recalca que este sería el mismo procedimiento a realizar para el diseño de otro controlador de forma <u>analítica</u>.

<u>**`El siguiente código se usa para el diseño y comparación de los diferentes controladores diseñados:`**</u>

```
% Hecho por: Diego Andrés García Díaz.
% Código: 2195533.
% Fecha: 24/09/2025.
% Asignatura: Control II (Adelanto de Nota).
```

```
%
% ----------------------------------------------------------------------------
% -------------- Diseño Controladores para Control de Temperatura --------------
% ----------------------------------------------------------------------------

% Esta sección borra la ventana de comandos, el espacio de trabajo y cierra
% cualquier figura abierta. También define s como una variable de función de
% transferencia para su uso posterior.
clc; clear; close all;
s = tf('s');

% Definición de parámetros del sistema (Planta) identificada
Kp = 0.11864;    % Ganancia del sistema
Tp1 = 170.65;  % Tiempo de establecimiento
L = 30;     % Tiempo muerto o Delay

% Función de Transferencia del modelo identificado (Actuador + Plata + Sensor)
P_s = ( (Kp * exp(-L*s) ) / ((Tp1*s) + 1) )
```

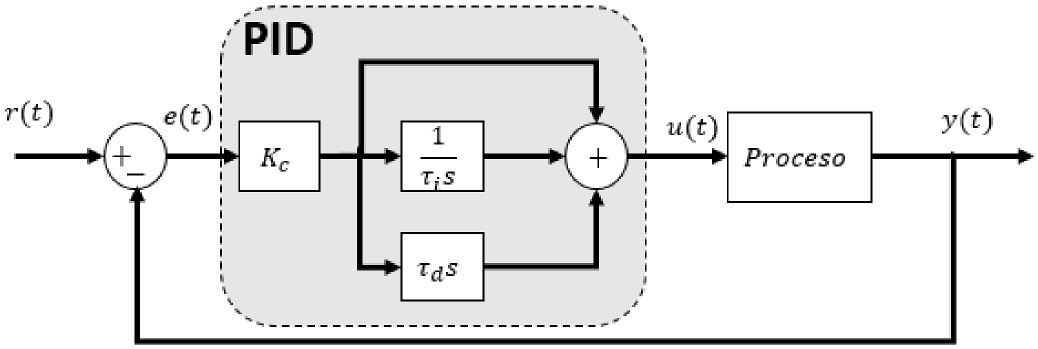
```
P_s =

                 0.1186
  exp(-30*s) * -----------
               170.7 s + 1

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
% Función de Transferencia factorizada
P_s_fact = zpk(P_s)
```

```
P_s_fact =

               0.00069522
  exp(-30*s) * -----------
               (s+0.00586)

Continuous-time zero/pole/gain model.
Model Properties
```

```

% Abrir 'sisotool' para el diseño y análisis de los controladores
sisotool(P_s)
```

Usando el método de Ziegler-Nichols:



$$G_{C_{\text{PID}}}(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s\right)$$

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad ; \quad K_d = K_p \cdot T_d$$

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{kL}$	∞	0
PI	$\frac{0.9T}{kL}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$\frac{1.2T}{kL}$	$2L$	$0.5L$

Tabla 1. *Ecuaciones necesarias para el diseño de controladores usando el método de Ziegler-Nichols.*

Controlador Proporcional (P)

$$G_{C_P}(s) = K_p$$

```
clc; clear; close all;
s = tf('s');

Kp = 0.11864;  % Ganancia del sistema
Tp1 = 170.65;  % Tiempo de establecimiento
L = 30;        % Tiempo muerto o Delay

% P_s = ( (Kp * exp(-L*s) ) / ((Tp1*s) + 1) )

% ----- Aproximación de Padé del retardo -----
[num, den] = pade(L, 1);   % 1er orden (> 2 si desea más precisión)
Delay = tf(num, den)
```

```
Delay =

  -s + 0.06667
  ------------
  s + 0.06667

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
% ----- Planta aproximada -----
P_s = Kp * Delay / (Tp1*s + 1)
```

```
P_s =

      -0.1186 s + 0.007909
  -----------------------------
  170.7 s^2 + 12.38 s + 0.06667

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
% Parámetros del Criterio de Ziegler-Nichols para controlador P
kp_ZN = (Tp1)/(Kp*L); % Cálculo de la ganancia proporcional del controlador P
Ti_ZN = inf;
Td_ZN = 0;

% Función de transferencia controlador P
Gc_P1 = 10 % Ganancia proporcional del controlador P, aleatoria
```

```
Gc_P1 =
10
```

```
Gc_P2 = kp_ZN % Ganancia proporcional del controlador P, método Z-N
```

```
Gc_P2 =
47.9462
```

```
Gc_P3 = 41.1009 % Ganancia proporcional del controlador P, método analítico
```

```
Gc_P3 =
41.1009
```

```
Gc_P4 = 68 % Ganancia proporcional del controlador P, aleatoria
```

```
Gc_P4 =
68
```

```
Gc_Pmax = 104.3 % Ganancia proporcional del controlador P, método "prueba y error"
```

```
Gc_Pmax =
104.3000
```

```
% Se cierra el lazo
T_cl1 = feedback((Gc_P1*P_s), 1);     % SISTEMA ESTABLE
T_cl2 = feedback((Gc_P2*P_s), 1);     % SISTEMA ESTABLE
```

```
T_cl3 = feedback((Gc_P3*P_s), 1);      % SISTEMA ESTABLE
T_cl4 = feedback((Gc_P4*P_s), 1);      % SISTEMA ESTABLE
T_clmax = feedback((Gc_Pmax*P_s), 1); % SISTEMA CRÍTICAMENTE ESTABLE

% Se grafica la respuesta
t = 0:1:600;
isstable(T_cl1)     % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
isstable(T_cl2)     % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
isstable(T_cl3)     % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

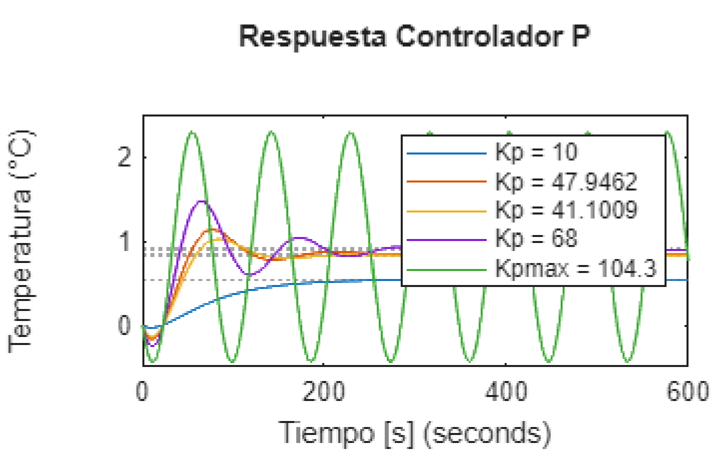
```
isstable(T_cl4)     % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
isstable(T_clmax)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```

figure(1);
step(T_cl1, T_cl2, T_cl3, T_cl4, T_clmax, t);
legend('Kp = 10','Kp = 47.9462','Kp = 41.1009','Kp = 68','Kpmax = 104.3');
title('Respuesta Controlador P');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Temperatura (°C)');
```



Controlador Proporcional-Integral (PI)

$$G_{C_{\mathrm{PI}}}(s) = K_p \cdot \left(\frac{s + z_1}{s}\right) \quad \rightarrow \quad G_{C_{\mathrm{PI}}}(s) = K_p \cdot \left(\frac{1}{T_i \cdot s}\right)$$

```
clc; clear; close all;
s = tf('s');

Kp = 0.11864;  % Ganancia del sistema
Tp1 = 170.65;  % Tiempo de establecimiento
L = 30;        % Tiempo muerto o Delay

% ----- Aproximación de Padé del retardo -----
[num, den] = pade(L, 1);   % 1er orden (> 2 si desea más precisión)
Delay = tf(num, den)
```

```
Delay =

  -s + 0.06667
  ------------
  s + 0.06667

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
% ----- Planta aproximada -----
P_s = Kp * Delay / (Tp1*s + 1)
```

```
P_s =

      -0.1186 s + 0.007909
  -----------------------------
  170.7 s^2 + 12.38 s + 0.06667

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
% Parámetros del Criterio de Ziegler-Nichols para controlador PI
kp_ZN = (0.9*Tp1)/(Kp*L) % Cálculo de la ganancia proporcional del controlador PI
```

```
kp_ZN =
43.1516
```

```
Ti_ZN = L/0.3
```

```
Ti_ZN =
100
```

```
Td_ZN = 0;

ki_ZN = kp_ZN / Ti_ZN % Cálculo de la ganancia integral del controlador PI
```

```
ki_ZN =
```

```
0.4315
```

```
% Función de transferencia controlador PI
% Gc_PI = kp_ZN * (1 + (1/(Ti_ZN * s)))   % Forma alternativa
Gc_PI2 = kp_ZN + (ki_ZN / s)    % Ganancias del controlador PI, método Z-
N
```

```
Gc_PI2 =

  43.15 s + 0.4315
  ----------------
         s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
Gc_PI3 = 41.1009 + (0.88 / s)   % Ganancias del controlador PI, se asumen
```

```
Gc_PI3 =

  41.1 s + 0.88
  -------------
        s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
Gc_PI4 = 13.3532 + (0.11534 / s)   % Ganancias del controlador PI, PID Tuner
```

```
Gc_PI4 =

  13.35 s + 0.1153
  ----------------
         s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
Gc_PI5 = 39.2173 + (0.18749 / s) % Ganancias del controlador PI, PID Tuner
```

```
Gc_PI5 =

  39.22 s + 0.1875
  ----------------
         s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
Gc_PI6 = -241.6 + (8.28 / s) % Ganancias del controlador PI, analíticamente
```

```
Gc_PI6 =

  -241.6 s + 8.28
  ---------------
         s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
Gc_PI7 = -239.24286 + (7.68 / s) % Ganancias del controlador PI, analíticamente
```

```
Gc_PI7 =

  -239.2 s + 7.68
  ---------------
         s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

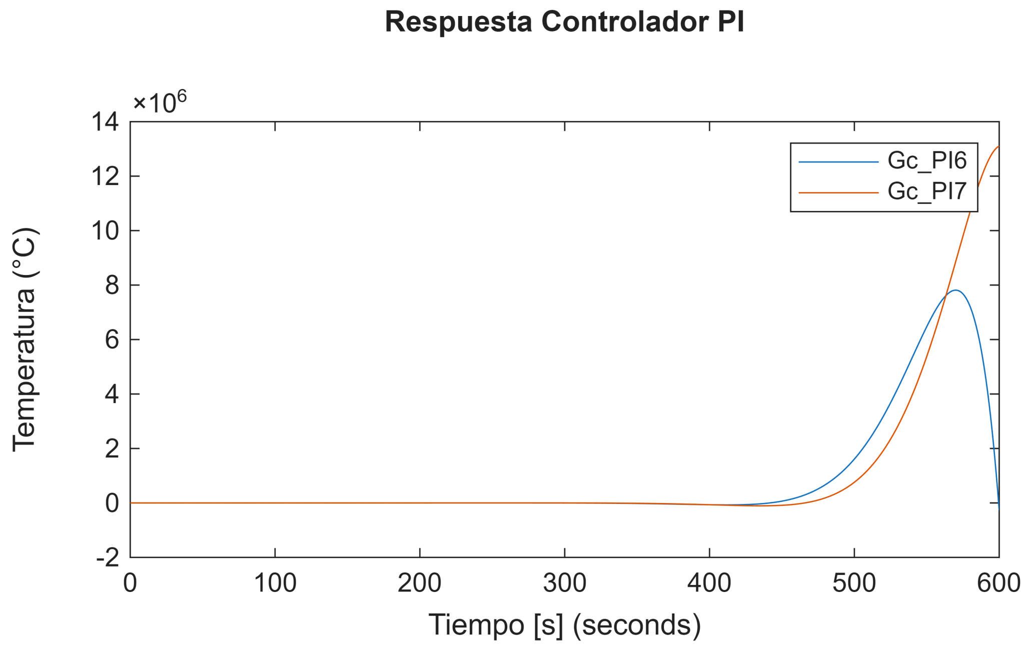
```
% Se cierra el lazo
T_cl1 = feedback((Gc_PI2*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl2 = feedback((Gc_PI3*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl3 = feedback((Gc_PI4*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl4 = feedback((Gc_PI5*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl5 = feedback((Gc_PI6*P_s), 1); % (SISTEMA INESTABLE)
T_cl6 = feedback((Gc_PI7*P_s), 1); % (SISTEMA INESTABLE)


% Se grafica la respuesta
t = 0:1:600;
isstable(T_cl5)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   0
```

```
isstable(T_cl6)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   0
```

```
figure(2);
step(T_cl5, T_cl6, t)
legend('Gc_PI6','Gc_PI7');
title('Respuesta Controlador PI');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Temperatura (°C)');
```




```
% Se grafica la respuesta
isstable(T_cl1)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
isstable(T_cl2)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

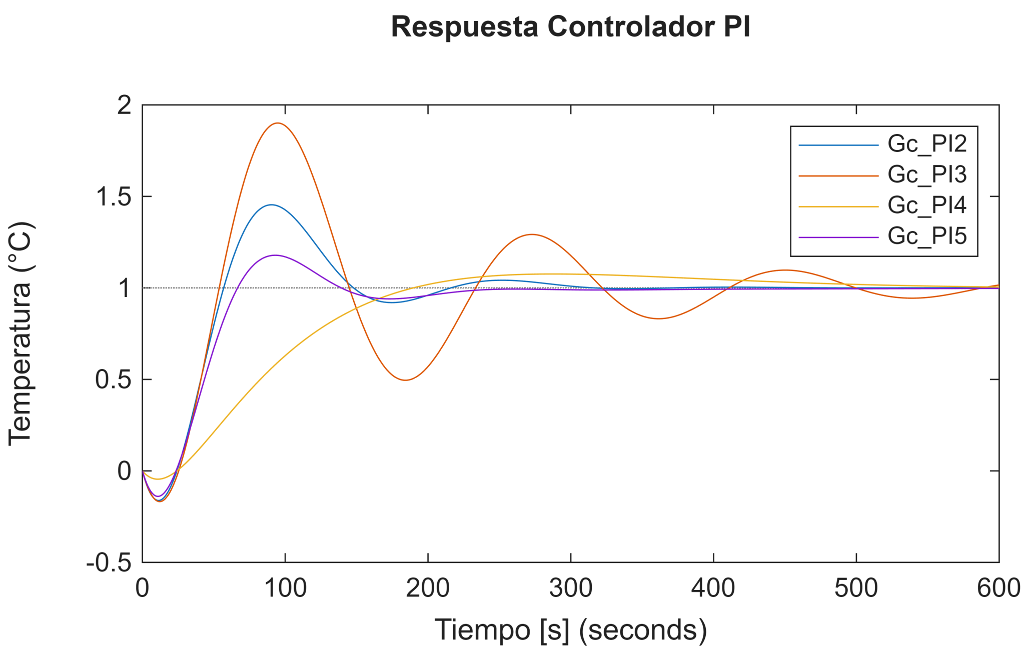
```
isstable(T_cl3)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
isstable(T_cl4)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
figure(3);
step(T_cl1, T_cl2, T_cl3, T_cl4, t)
legend('Gc_PI2','Gc_PI3','Gc_PI4','Gc_PI5');
title('Respuesta Controlador PI');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Temperatura (°C)');
```



Controlador Proporcional-Derivativo (PD)

$$G_{C_{\mathrm{PD}}}(s) = K_p \cdot (s + z_1) \quad \rightarrow \quad G_{C_{\mathrm{PD}}}(s) = K_p \cdot (T_d \cdot s)$$

```
clc; clear; close all;
s = tf('s');

Kp = 0.11864;  % Ganancia del sistema
Tp1 = 170.65;  % Tiempo de establecimiento
L = 30;        % Tiempo muerto o Delay

% ----- Aproximación de Padé del retardo -----
[num, den] = pade(L, 1);   % 1er orden (> 2 si desea más precisión)
Delay = tf(num, den)
```

```
Delay =

  -s + 0.06667
  ------------
  s + 0.06667

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```

% ----- Planta aproximada -----
P_s = Kp * Delay / (Tp1*s + 1)
```

```
P_s =

      -0.1186 s + 0.007909
  -----------------------------
```

```
  170.7 s^2 + 12.38 s + 0.06667

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```matlab
% Parámetros del Criterio de Ziegler-Nichols para controlador PD
kp_ZN = 57.5354
```

```
kp_ZN =
57.5354
```

```matlab
Ti_ZN = 0;
Td_ZN = 863.0310
```

```
Td_ZN =
863.0310
```

```matlab
kd_ZN = kp_ZN * Td_ZN % Cálculo de la ganancia derivativa del controlador PD
```

```
kd_ZN =
4.9655e+04
```

```matlab
% Función de transferencia controlador
% Gc_PD = kp_ZN * (1 + (Td_ZN * s)0   % Forma alternativa
Gc_PD2 = kp_ZN + (kd_ZN * s)      % Ganancias del controlador PD, método Z-N
```

```
Gc_PD2 =

  4.965e04 s + 57.54

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```matlab
Gc_PD3 = 47.5354 + (600 * s)      % Ganancias del controlador PD, se asumen
```

```
Gc_PD3 =

  600 s + 47.54

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```matlab
Gc_PD4 = 13.3532 + (92.3444 * s)  % Ganancias del controlador PD, PID Tuner
```

```
Gc_PD4 =

  92.34 s + 13.35

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```matlab
Gc_PD5 = 35.91 + (-102.8 * s)     % Ganancias del controlador PD, analíticamente
```

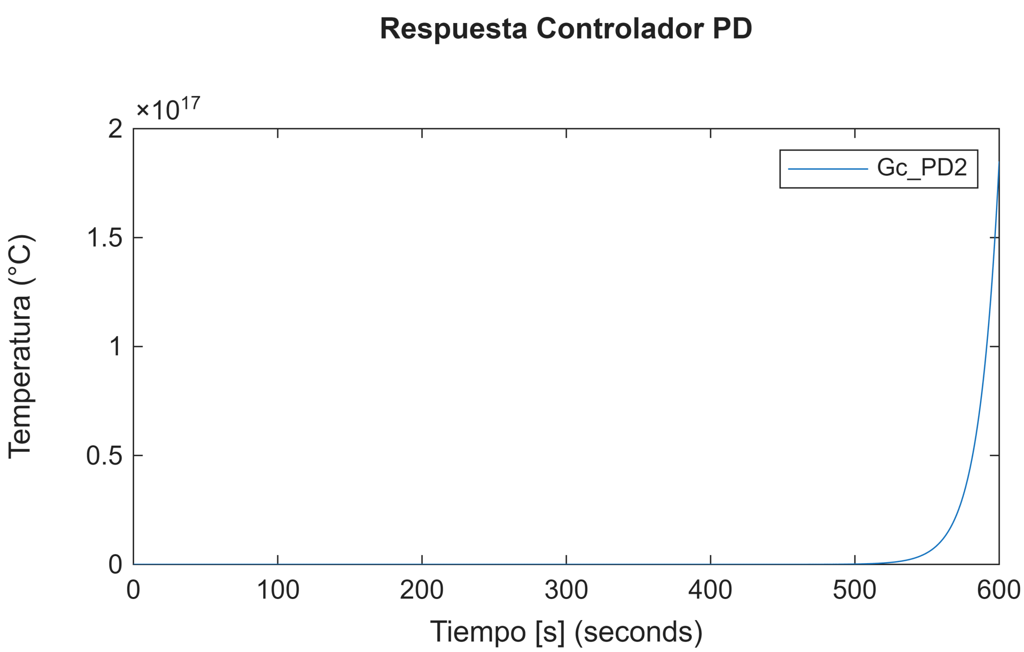
```
Gc_PD5 =

  -102.8 s + 35.91
```

```
Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
% Se cierra el lazo
T_cl1 = feedback((Gc_PD2*P_s), 1); % SISTEMA INESTABLE
T_cl2 = feedback((Gc_PD3*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl3 = feedback((Gc_PD4*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl4 = feedback((Gc_PD5*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE

% Se grafica la respuesta
t = 0:1:600;
isstable(T_cl1)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   0
```

```
figure(4);
step(T_cl1, t)
legend('Gc_PD2');
title('Respuesta Controlador PD');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Temperatura (°C)');
```




```
% Se grafica la respuesta
isstable(T_cl2)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

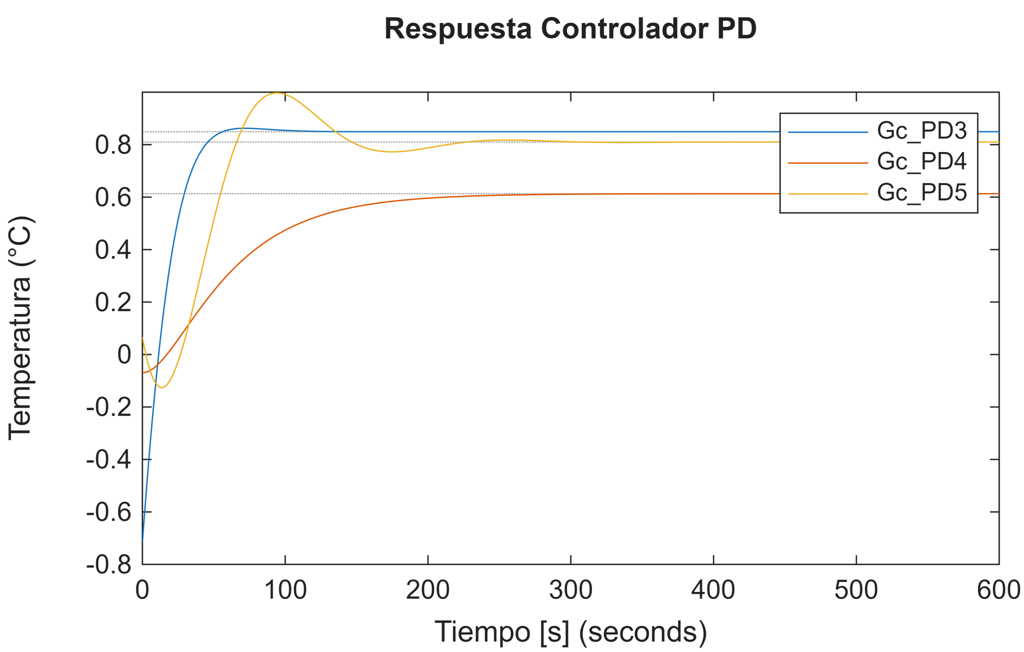
```
isstable(T_cl3)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
isstable(T_cl4)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```

figure(5);
step(T_cl2, T_cl3, T_cl4, t)
legend('Gc_PD3','Gc_PD4','Gc_PD5');
title('Respuesta Controlador PD');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Temperatura (°C)');
```



Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

$$G_{C_{\mathrm{PID}}}(s) = K_p \cdot \left(\frac{(s + z_1) \cdot (s + z_2)}{s} \right) \quad \rightarrow \quad G_{C_{\mathrm{PID}}}(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} + T_d \cdot s \right)$$

```
clc; clear; close all;
s = tf('s');

Kp = 0.11864;  % Ganancia del sistema
Tp1 = 170.65;  % Tiempo de establecimiento
L = 30;        % Tiempo muerto o Delay

% ----- Aproximación de Padé del retardo -----
```

```
[num, den] = pade(L, 1);   % 1er orden (> 2 si desea más precisión)
Delay = tf(num, den)
```

```
Delay =
 
  -s + 0.06667
  ------------
  s + 0.06667
 
Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
% ----- Planta aproximada -----
P_s = Kp * Delay / (Tp1*s + 1)
```

```
P_s =
 
      -0.1186 s + 0.007909
  -----------------------------
  170.7 s^2 + 12.38 s + 0.06667
 
Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
% Parámetros del Criterio de Ziegler-Nichols para controlador PID
kp_ZN = (1.2*Tp1)/(Kp*L)
```

```
kp_ZN = 
57.5354
```

```
Ti_ZN = 2*L
```

```
Ti_ZN = 
60
```

```
Td_ZN = 0.5*L
```

```
Td_ZN = 
15
```

```
ki_ZN = kp_ZN / Ti_ZN % Cálculo de la ganancia integral del controlador PID
```

```
ki_ZN = 
0.9589
```

```
kd_ZN = kp_ZN * Td_ZN % Cálculo de la ganancia derivativa del controlador PID
```

```
kd_ZN = 
863.0310
```

```
% Función de transferencia controlador PID
% Gc_PID = kp_ZN * ( 1 + (1/(Ti_ZN * s)) + (Td_ZN * s) )   % Forma alternativa
Gc_PID2 = kp_ZN + (ki_ZN / s) + (kd_ZN * s) % Ganancias del controlador PID, método 
Z-N
```

```
Gc_PID2 =

  863 s^2 + 57.54 s + 0.9589
  --------------------------
              s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
Gc_PID3 = 38.5 + (6.68 / s) + (150 * s) % Ganancias del controlador PID, se asumen
```

```
Gc_PID3 =

  150 s^2 + 38.5 s + 6.68
  -----------------------
             s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
Gc_PID4 = 41.1009 + (1.5 / s) + (620 * s) % Ganancias del controlador PID, se asumen
```

```
Gc_PID4 =

  620 s^2 + 41.1 s + 1.5
  ----------------------
            s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
Gc_PID5 = 13.3532 + (0.11534 / s) + (92.3444 * s) % Ganancias del controlador PID,
PID Tuner
```

```
Gc_PID5 =

  92.34 s^2 + 13.35 s + 0.1153
  ----------------------------
               s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
Gc_PID6 = 81.8 + (2.22 / s) + (1053 * s) % Ganancias del controlador PID,
analíticamente
```

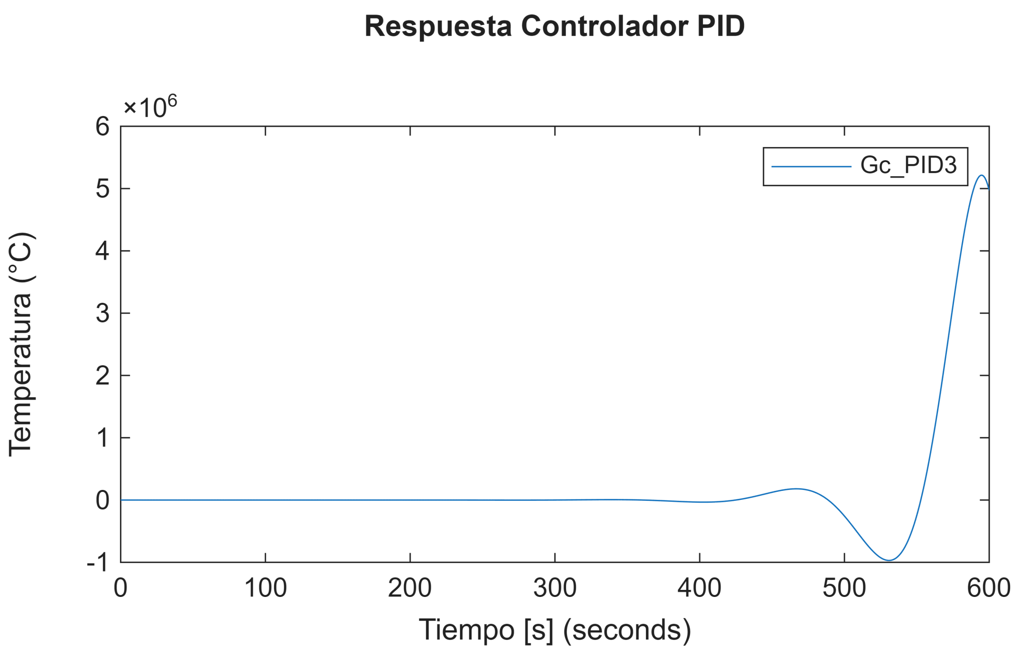
```
Gc_PID6 =

  1053 s^2 + 81.8 s + 2.22
  ------------------------
             s

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```

% Se cierra el lazo
T_cl1 = feedback((Gc_PID2*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl2 = feedback((Gc_PID3*P_s), 1); % SISTEMA INESTABLE
T_cl3 = feedback((Gc_PID4*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
```

```
T_cl4 = feedback((Gc_PID5*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl5 = feedback((Gc_PID6*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE

% Se grafica la respuesta
t = 0:1:600;
isstable(T_cl2)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   0
```

```
figure(6);
step(T_cl2, t)
legend('Gc_PID3');
title('Respuesta Controlador PID');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Temperatura (°C)');
```




```
% Se grafica la respuesta
isstable(T_cl1)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
isstable(T_cl3)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

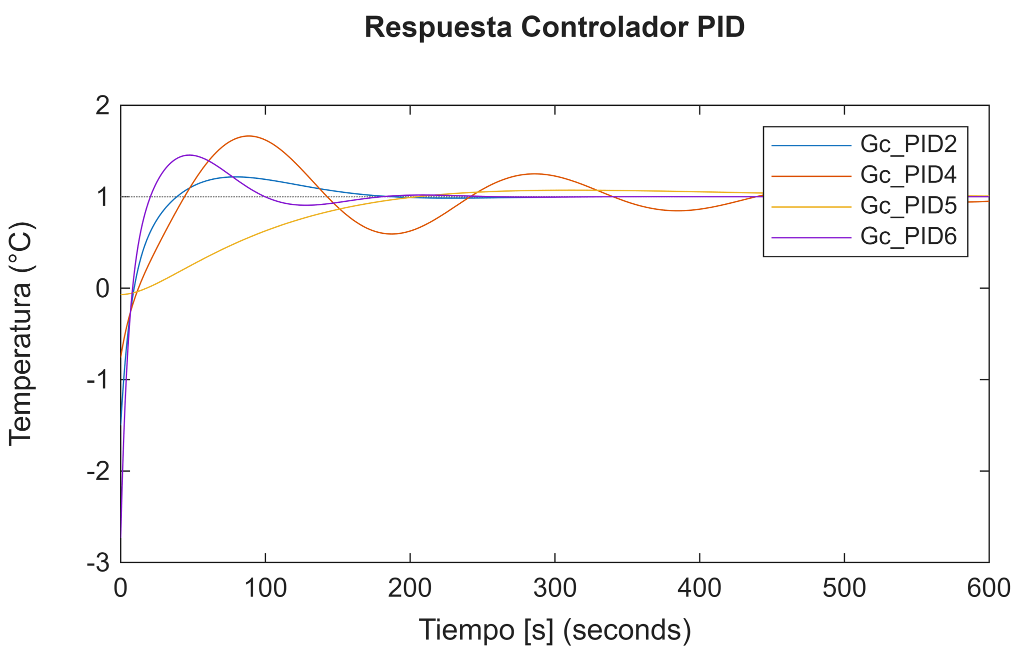
```
isstable(T_cl4)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
isstable(T_cl5)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
figure(7);
step(T_cl1, T_cl3, T_cl4, T_cl5, t)
legend('Gc_PID2','Gc_PID4','Gc_PID5','Gc_PID6');
title('Respuesta Controlador PID');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Temperatura (°C)');
```



Diseño de controladores con la función "pid(Kp,Ki,Kd)" y parámetros de Ziegler-Nichols

```
clc; clear; close all;
s = tf('s');

% Se diseñan diferentes tipos de controladores utilizando los parámetros
% calculados de Ziegler-Nichols. Además, se usa la función 'pid(Kp,Ki,Kd)'.
Kp = 0.11864;  % Ganancia del sistema
Tp1 = 170.65;  % Tiempo de establecimiento
L = 30;        % Tiempo muerto o Delay

% ----- Aproximación de Padé del retardo -----
[num, den] = pade(L, 1);   % 1er orden (> 2 si desea más precisión)
Delay = tf(num, den)
```

```
Delay =

  -s + 0.06667
  ------------
  s + 0.06667

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
% ----- Planta aproximada -----
P_s = Kp * Delay / (Tp1*s + 1)
```

```
P_s =

      -0.1186 s + 0.007909
  -----------------------------
  170.7 s^2 + 12.38 s + 0.06667

Continuous-time transfer function.
Model Properties
```

```
% Parámetros del Criterio de Ziegler-Nichols para controlador PID
kp_ZN = (1.2*Tp1)/(Kp*L)
```

```
kp_ZN =
57.5354
```

```
Ti_ZN = 2*L
```

```
Ti_ZN =
60
```

```
Td_ZN = 0.5*L
```

```
Td_ZN =
15
```

```
ki_ZN = kp_ZN / Ti_ZN % Cálculo de la ganancia integral del controlador PID
```

```
ki_ZN =
0.9589
```

```
kd_ZN = kp_ZN * Td_ZN % Cálculo de la ganancia derivativa del controlador PID
```

```
kd_ZN =
863.0310
```

```
% Se crea un controlador proporcional (C_p), un controlador PI (C_pi), un
% controlador PD (C_pd) y un controlador PID (C_pid).

% Controlador P
C_p = pid(kp_ZN, 0, 0)
```

```
C_p =
 
  Kp = 57.5
 
P-only controller.
Model Properties
```

```
% Controlador PI
C_pi = pid(kp_ZN, ki_ZN, 0)
```

```
C_pi =
 
             1
  Kp + Ki * ---
             s

  with Kp = 57.5, Ki = 0.959
 
Continuous-time PI controller in parallel form.
Model Properties
```

```
% Controlador PD
C_pd = pid(kp_ZN, 0, kd_ZN)
```

```
C_pd =
 

  Kp + Kd * s


  with Kp = 57.5, Kd = 863
 
Continuous-time PD controller in parallel form.
Model Properties
```

```
% sirve = isproper(C_pd)

% Controlador PID
C_pid = pid(kp_ZN, ki_ZN, kd_ZN)
```

```
C_pid =
 
             1
  Kp + Ki * --- + Kd * s
             s

  with Kp = 57.5, Ki = 0.959, Kd = 863
 
Continuous-time PID controller in parallel form.
Model Properties
```

```
% Se cierra el lazo
T_cl1 = feedback((C_p*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl2 = feedback((C_pi*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl3 = feedback((C_pd*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
T_cl4 = feedback((C_pid*P_s), 1); % SISTEMA ESTABLE
```

```
% Se grafica la respuesta
t = 0:1:600;
isstable(T_cl1)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
isstable(T_cl2)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

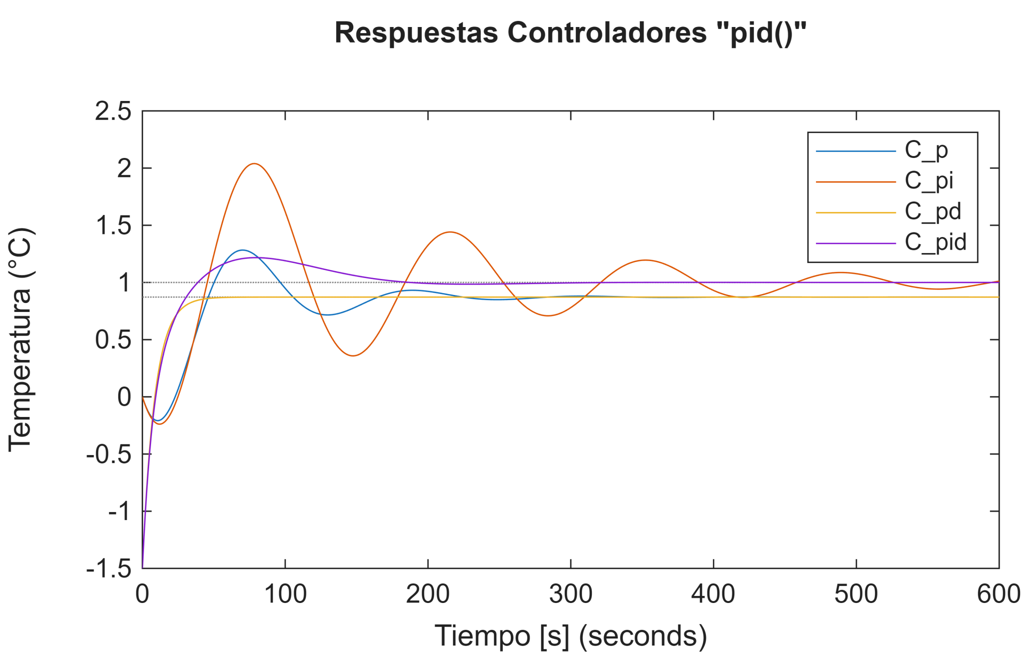
```
isstable(T_cl3)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
isstable(T_cl4)   % Se verifica la estabilidad del sistema
```

```
ans = logical
   1
```

```
figure(7);
step(T_cl1, T_cl2, T_cl3, T_cl4, t)
legend('C_p','C_pi','C_pd','C_pid');
title('Respuestas Controladores "pid()"');
xlabel('Tiempo [s]');
ylabel('Temperatura (°C)');
```




```
% Finalmente, los controladores continuos se convierten a sus formatos digitales
% utilizando un tiempo de muestreo (Ts) especificado.
```

```
% Para esta conversión se utiliza la función c2d con el método 'zoh' (retención
% de orden cero), lo que hace que los controladores sean adecuados para su
% implementación en sistemas de control digital.

% Controladores digitales (suponiendo un muestreo de Ts)
Ts = 1;   % Tiempo de muestreo

C_p_digital = c2d(C_p, Ts, 'zoh')      % P
```

```
C_p_digital =

  Kp = 57.5

P-only controller.
Model Properties
```

```
C_p_digitall = c2d(C_p, Ts, 'tustin')  % P
```

```
C_p_digitall =

  Kp = 57.5

P-only controller.
Model Properties
```

```
C_pi_digital = c2d(C_pi, Ts, 'zoh')    % PI
```

```
C_pi_digital =

              Ts
  Kp + Ki * ------
              z-1

  with Kp = 57.5, Ki = 0.959, Ts = 1

Sample time: 1 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
Model Properties
```

```
C_p_digitalll = c2d(C_pi, Ts, 'tustin')  % P
```

```
C_p_digitalll =

            Ts*(z+1)
  Kp + Ki * --------
            2*(z-1)

  with Kp = 57.5, Ki = 0.959, Ts = 1

Sample time: 1 seconds
Discrete-time PI controller in parallel form.
Model Properties
```

```
% C_pd_digital = c2d(C_pd, Ts, 'zoh')    % PD
% C_pid_digital = c2d(C_pid, Ts, 'zoh')  % PID


% Abrir 'sisotool' para el diseño y análisis de los controladores
% sisotool()
```