



Tarea #1. Sintonización de controladores PI y PID

Control II

Christian Camilo Ellis Jiménez

2192274

En la presente actividad se nos pide diseñar diferentes controladores PI y PID utilizando el método de Ziegler-Nichols y los criterios óptimos ISE, ITSE e IT²SE con el fin de comparar el desempeño de estos en el sistema propuesto, en el mismo encontramos la planta $G(s)$ que está determinada por la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1.25e^{-0.3s}}{(10s + 1)(8s + 1)(6s + 1)(4s + 1)}$$

Ecuación 1. Función de transferencia de la planta.

En primer lugar, es necesario desarrollar la *Ecuación 1*, a partir de lo cual se obtiene la siguiente expresión:

$$G(s) = \frac{1.25e^{-0.3s}}{1920s^4 + 1232s^3 + 284s^2 + 28s + 1}$$

Ecuación 2. Función de transferencia de la planta desarrollada.

Posteriormente, se procede a efectuar el análisis del sistema en lazo abierto con el propósito de determinar los parámetros t_1 y t_2 , empleando para ello el método de Dos Puntos de Smith.

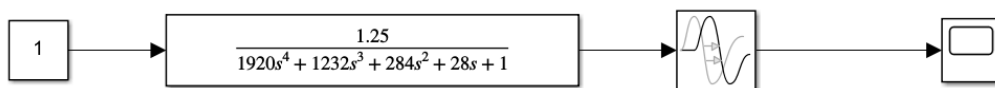


Figura 1. Esquema del sistema en configuración de lazo abierto.

$$k = 1.25$$

$$y(t_1) = 0.283 * k = 0.3537$$

$$y(t_2) = 0.632 * k = 0.7900$$

Ecuación 3. Parámetros encontrados mediante el método de dos puntos de Smith.

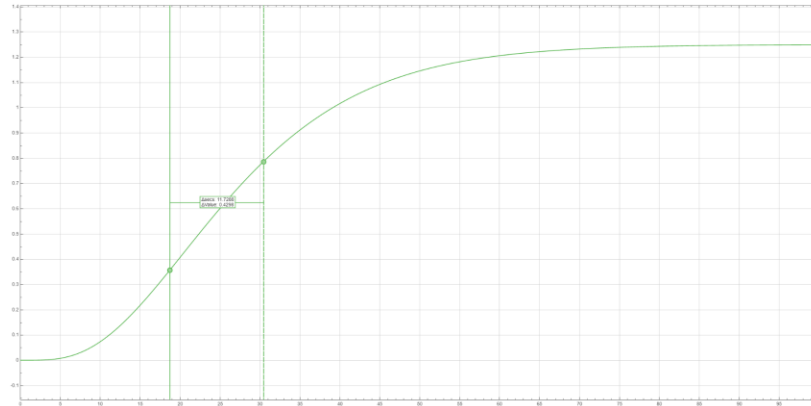


Figura 2. Comportamiento del sistema en configuración de lazo abierto.

De la Figura 2 podemos extraer los datos referentes a los tiempos 1 y 2 requeridos, obteniendo los parámetros L y T :

$$t_1 = 18.7339 \text{ s}$$

$$t_2 = 30.4627 \text{ s}$$

$$T = \frac{3}{2} (t_2 - t_1) = 17.5932 \text{ s}$$

$$L = t_2 - T = 12.8695$$

Ecuación 4. Parámetros encontrados mediante el método de dos puntos de Smith.

Diseño de controladores:

1. Controladores PI :

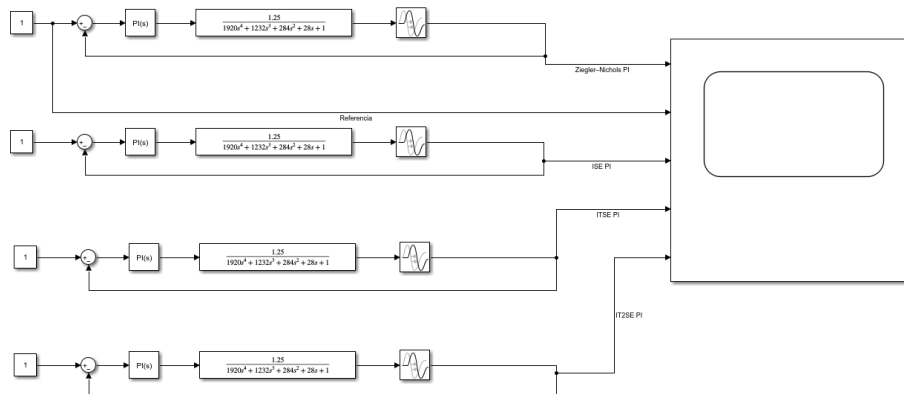


Figura 3. Esquema general de los sistemas diseñados con controladores PI.



PROGRAMA INGENIERÍA ELECTRÓNICA

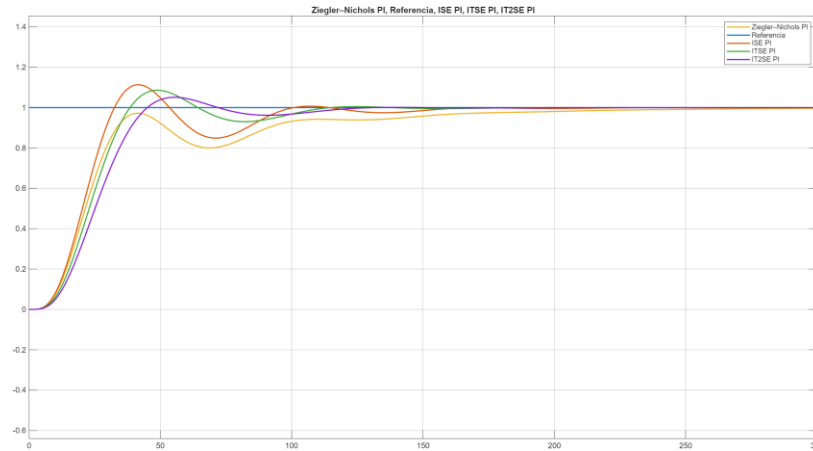


Figura 4. Gráfica general de comportamiento de los sistemas con cada controlador PI.

1.1. Método de Ziegler-Nichols :

Para llevar a cabo el diseño de los controladores PI y PID mediante el método de Ziegler-Nichols, es necesario emplear la tabla de parámetros suministrada en clase:

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{kL}$	∞	0
PI	$\frac{0.9T}{kL}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$\frac{1.2T}{kL}$	$2L$	$0.5L$

Tabla 1. Ecuaciones necesarias para el diseño de controladores usando el método de Ziegler-Nichols.

El desarrollo de las ecuaciones presentadas se realizó empleando la herramienta Matlab, de la siguiente manera:

```
% Criterio de Ziegler-Nichols
kp_ZN = (0.9*T)/(k*L)
Ti_ZN = L/0.3
Td_ZN = 0
ki_ZN = kp_ZN/Ti_ZN
```

Figura 4. Ecuaciones evaluadas en el software MATLAB.

Obteniendo los siguiente resultados :

$$K_p = 0.9843$$

$$T_i = 42.8983$$



$$K_i = 0.0229$$

Ecuación 5. Parámetros encontrados usando el software MATLAB.

Con los valores de K_p y K_i previamente determinados, se procede al diseño del controlador correspondiente.

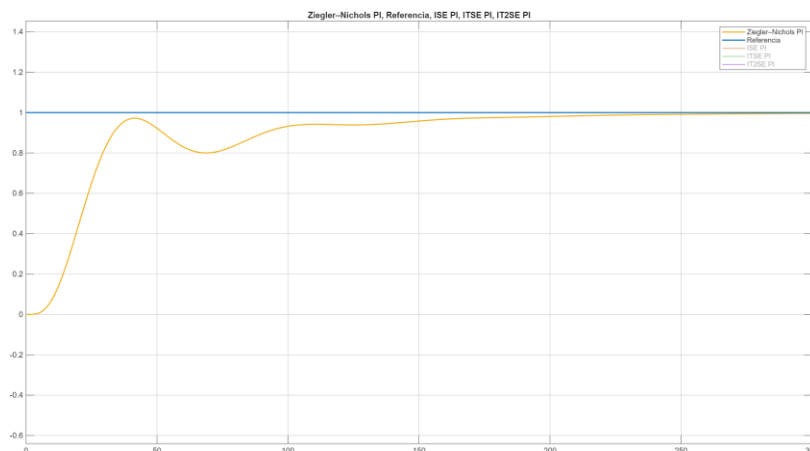


Figura 5. Gráfica de comportamiento del sistema con el controlador Ziegler-Nichols.

En la **Figura 4** se observa el comportamiento del sistema en comparación con la señal de referencia, la cual corresponde a un escalón unitario aplicado a la entrada. A partir de dicha respuesta, se identifica que el overshoot es del 0 %, dado que la salida alcanza el estado estable en un tiempo aproximado de 280 segundos sin sobrepasar el valor de referencia.

1.2. Criterio óptimo ISE:

Para llevar a cabo el desarrollo de un controlador usando los criterios óptimos ISE, ITSE e IT^2SE es necesario revisar la siguiente tabla proporcionada en clase:

Criterio	ISE	ITSE	IT^2SE	ISE	ITSE	IT^2SE
L/T	0.1 – 1.0	0.1 – 1.0	0.1 – 1.0	1.1 – 2.0	1.1 – 2.0	1.1 – 2.0
a_1	0.980	0.712	0.569	1.072	0.786	0.628
b_1	-0.892	-0.921	-0.951	-0.560	-0.559	-0.583
a_2	0.690	0.968	1.023	0.648	0.883	1.007
b_2	-0.155	-0.247	-0.179	-0.114	-0.158	-0.167

Tabla 2. Ecuaciones necesarias para el diseño de controladores PI usando los criterios ISE, ITSE e IT^2SE .

Además, precisamos de las siguientes ecuaciones :

$$K_p = \frac{a_1}{k} \left(\frac{L}{T} \right)^{b_1} ; T_i = \frac{T}{a_2 + b_2(L/T)}$$

Ecuación 6. Ecuaciones necesarias para diseño de controladores PI ISE, ITSE e IT^2SE .



Al evaluar el criterio $\frac{L}{T}$ hallamos un valor de 0.7315 por lo cual trabajaremos con los valores del rango de 0.1 – 1.0.

Para esto nuevamente usamos el software MATLAB para facilitar los cálculos:

```
% Criterio ISE
LT = L/T

a1_ISE = 0.980
b1_ISE = -0.892
a2_ISE = 0.690
b2_ISE = -0.155

kp_ISE = (a1_ISE/k)*(LT)^b1_ISE
Ti_ISE = (T)/(a2_ISE + b2_ISE*(LT))
ki_ISE = kp_ISE / Ti_ISE
```

Figura 6. Desarrollo de ecuaciones usando el software MATLAB.

Obteniendo los siguiente resultados :

$$Kp = 1.0362$$

$$Ti = 30.5111$$

$$Ki = 0.0340$$

Ecuación 7. Parámetros encontrados usando el software MATLAB.

Con los valores de Kp y Ki previamente determinados, se procede al diseño del controlador correspondiente.

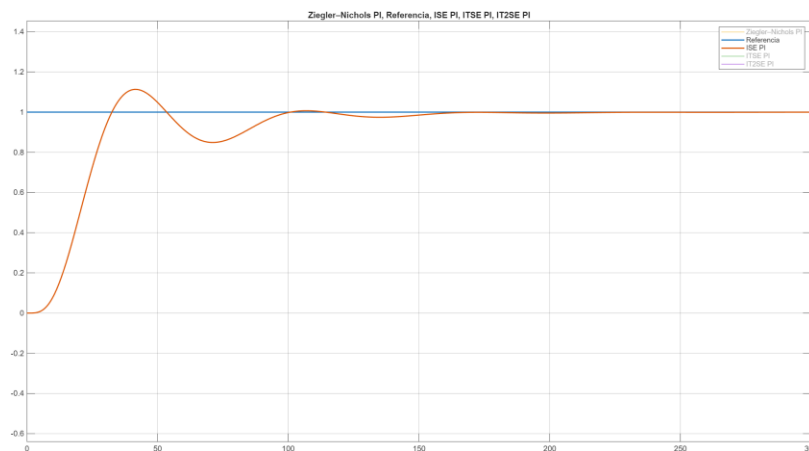


Figura 7. Gráfica de comportamiento del sistema con el controlador ISE.



En la **Figura 7** se observa el comportamiento del sistema comparado con la señal de referencia, evidenciando un tiempo de establecimiento aproximado de 170 segundos y un overshoot que calcularemos mediante la siguiente ecuación :

$$Overshoot = \frac{Valor\ máximo - y_{ss}}{y_{ss}} * 100$$

Ecuación 8. Ecuación de Overshoot porcentual.

Encontrando un valor máximo de salida de 1.1133 y siendo y_{ss} el valor máximo de nuestra señal de referencia (escalón unitario), evaluamos la **Ecuación 7** y encontramos un valor de Overshoot de 11.33%.

1.3. Criterio óptimo ITSE :

Para desarrollar nuestro controlador con el criterio ITSE usaremos los parámetros definidos en la **Tabla 2** y las ecuaciones de **Ecuación 6**. Seguido de esto usamos el software MATLAB :

```
% Criterio ITSE
a1_ITSE = 0.712
b1_ITSE = -0.921
a2_ITSE = 0.968
b2_ITSE = -0.247

kp_ITSE = (a1_ITSE/k)*(LT)^b1_ITSE
Ti_ITSE = (T)/(a2_ITSE + b2_ITSE*(LT))
ki_ITSE = kp_ITSE / Ti_ITSE
```

Figura 8. Desarrollo de ecuaciones usando el software MATLAB.

Obteniendo los siguiente resultados :

$$Kp = 0.7597$$

$$Ti = 22.3457$$

$$Ki = 0.0340$$

Ecuación 9. Parámetros encontrados usando el software MATLAB.

Con los valores de Kp y Ki previamente determinados, se procede al diseño del controlador correspondiente.



PROGRAMA INGENIERÍA ELECTRÓNICA

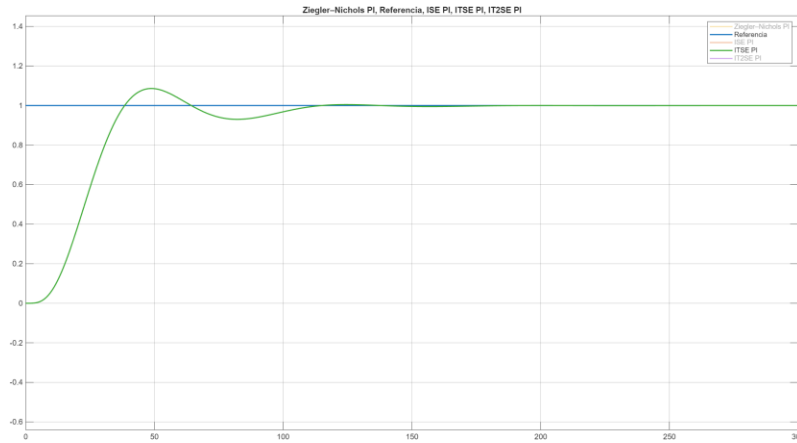


Figura 9. Gráfica de comportamiento del sistema con el controlador ITSE.

En la **Figura 9** se observa el comportamiento del sistema comparado con la señal de referencia, evidenciando un tiempo de establecimiento aproximado de 190 segundos y un overshoot porcentual de 8.61%.

1.4. Criterio óptimo IT²SE:

Nuevamente usaremos los parámetros definidos en la **Tabla 2** y las ecuaciones de **Ecuación 6** para el desarrollo de nuestro controlador y evaluaremos en el software MATLAB.

```
% Criterio IT2SE
a1_IT2SE = 0.569
b1_IT2SE = -0.951
a2_IT2SE = 1.023
b2_IT2SE = -0.179

kp_IT2SE = (a1_IT2SE/k)*(LT)^b1_IT2SE
Ti_IT2SE = (T)/(a2_IT2SE + b2_IT2SE*(LT))
ki_IT2SE = kp_IT2SE / Ti_IT2SE
```

Figura 10. Desarrollo de ecuaciones usando el software MATLAB.

Obteniendo los siguiente resultados :

$$Kp = 0.6128$$

$$Ti = 19.7220$$

$$Ki = 0.0311$$

Ecuación 10. Parámetros encontrados usando el software MATLAB.

Con los valores de Kp y Ki previamente determinados, se procede al diseño del controlador correspondiente.



PROGRAMA INGENIERÍA ELECTRÓNICA

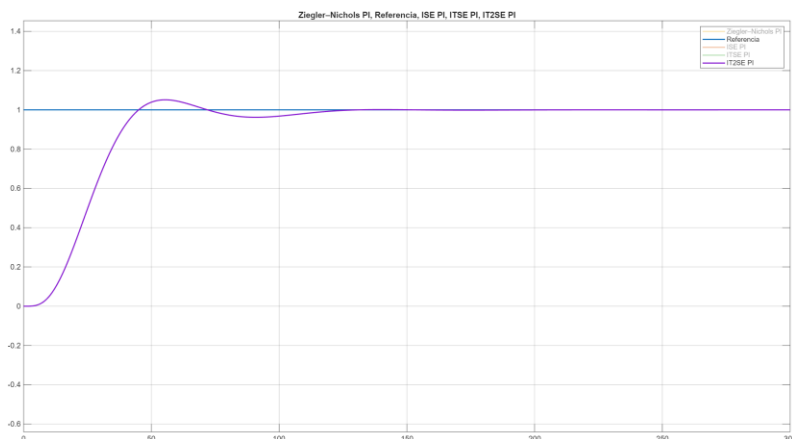


Figura 11. Gráfica de comportamiento del sistema con el controlador IT^2SE .

En la **Figura 11** se observa el comportamiento del sistema comparado con la señal de referencia, evidenciando un tiempo de establecimiento aproximado de 150 segundos y un overshoot porcentual de 5.08%.

Controlador PI	Tiempo de establecimiento	Overshoot %
Ziegler-Nichols	280 s	0 %
ISE	170 s	11.33 %
ITSE	190 s	8.61 %
IT^2SE	150 s	5.08 %

Tabla 3. Tabla comparativa de desempeño de los controladores PI.

2. Controladores PID:

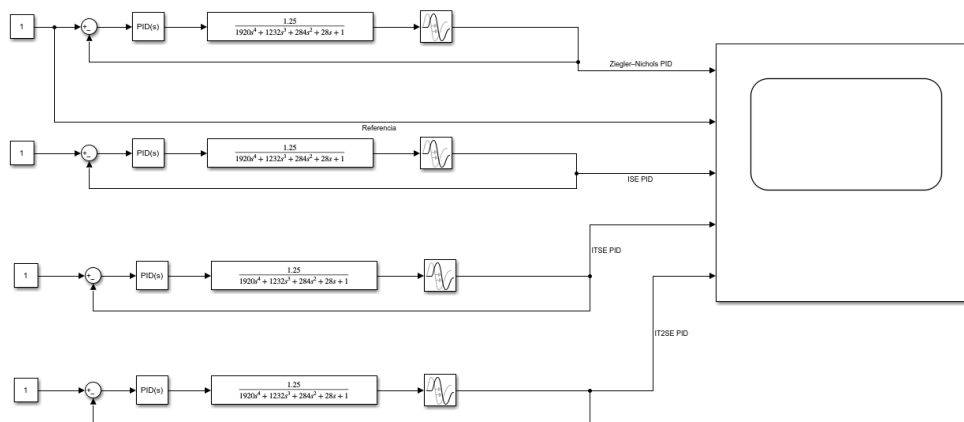


Figura 12. Esquema general de los sistemas diseñados con controladores PID.

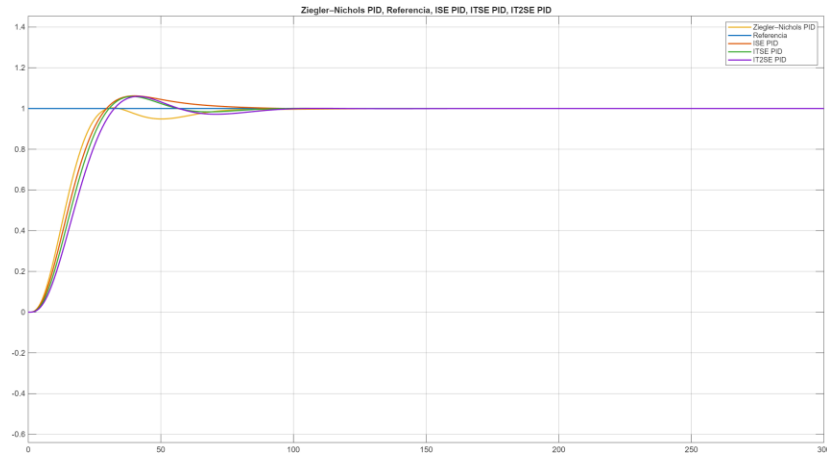


Figura 13. Gráfica general de comportamiento de los sistemas con cada controlador PID.

2.1. Método de Ziegler-Nichols :

Para el diseño del controlador PID mediante el método de Ziegler-Nichols, se repiten los procedimientos aplicados en el caso del controlador PI, utilizando las ecuaciones presentadas en la *Tabla 1*. La diferencia radica en que, en esta ocasión, se incorpora el valor de K_d , el cual se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$K_d = K_i * T_d$$

Ecuación 11. Ecuación para obtener K_d .

Apoyándonos nuevamente en el software MATLAB encontramos los siguientes valores :

$$K_p = 1.3124$$

$$T_i = 25.7390$$

$$T_d = 6.4347$$

$$K_i = 0.0510$$

$$K_d = 8.4447$$

Ecuación 12. Parámetros encontrados usando el software MATLAB.

Con los valores de K_p , K_i y K_d previamente determinados, se procede al diseño del controlador correspondiente

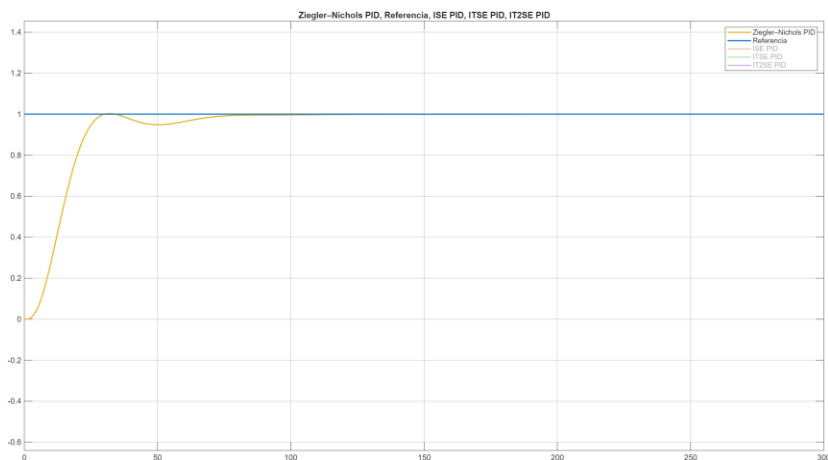


Figura 14. Gráfica de comportamiento del sistema con el controlador PID Ziegler-Nichols.

En la **Figura 14** se observa el comportamiento del sistema comparado con la señal de referencia, evidenciando un tiempo de establecimiento aproximado de 90 segundos y un overshoot porcentual leve de 0.32%.

2.2. Criterio óptimo ISE:

Para llevar a cabo el desarrollo de un controlador usando los criterios óptimos ISE, ITSE e IT²SE es necesario revisar la siguiente tabla proporcionada en clase:

Criterio	ISE	ITSE	IT ² SE	ISE	ITSE	IT ² SE
L/T	0.1 – 1.0	0.1 – 1.0	0.1 – 1.0	1.1 – 2.0	1.1 – 2.0	1.1 – 2.0
a_1	1.048	1.042	0.968	1.154	1.142	1.061
b_1	-0.897	-0.897	-0.904	-0.567	-0.579	-0.583
a_2	1.195	0.987	0.977	1.047	0.919	0.892
b_2	-0.368	-0.238	-0.253	-0.220	-0.172	-0.165
a_3	0.489	0.385	0.316	0.490	0.384	0.315
b_3	0.888	0.906	0.892	0.708	0.839	0.832

Tabla 4. Ecuaciones necesarias para el diseño de controladores PID usando los criterios ISE, ITSE e IT²SE.

Además, precisamos de las siguientes ecuaciones :

$$K_p = \frac{a_1}{K} \left(\frac{L}{T} \right)^{b_1} ; T_i = \frac{T}{a_2 + b_2(L/T)} ; T_d = a_3 T \left(\frac{L}{T} \right)^{b_3}$$

Ecuación 13. Ecuaciones necesarias para diseño de controladores PID ISE, ITSE e IT²SE

Apoyándonos nuevamente en el software MATLAB encontramos los siguientes valores :

$$K_p = 1.1098$$

$$T_i = 19.0031$$



PROGRAMA INGENIERÍA ELECTRÓNICA

$$Td = 6.5175$$

$$Ki = 0.0584$$

$$Kd = 7.2331$$

Ecuación 14. Parámetros encontrados usando el software MATLAB.

Con los valores de K_p , K_i y K_d previamente determinados, se procede al diseño del controlador correspondiente.

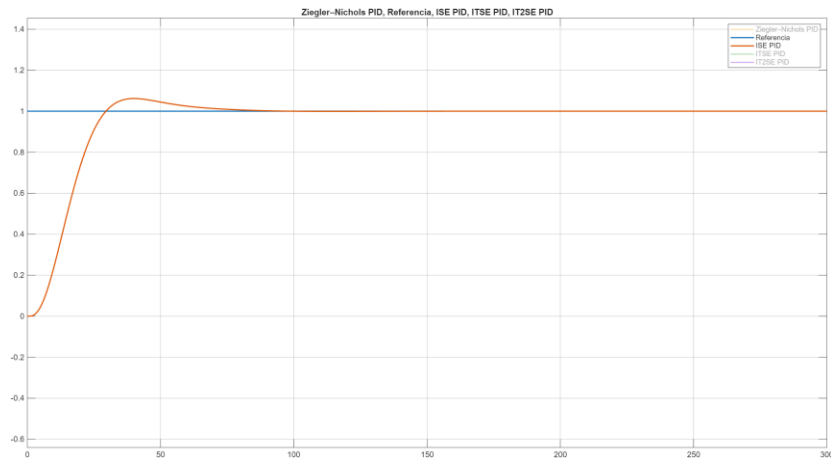


Figura 15. Gráfica de comportamiento del sistema con el controlador PID ISE.

En la **Figura 15** se observa el comportamiento del sistema comparado con la señal de referencia, evidenciando un tiempo de establecimiento aproximado de 100 segundos y un overshoot porcentual de 6.2%.

2.3. Criterio óptimo ITSE :

Para diseñar nuestro controlador PID con criterio óptimo ITSE seguimos los pasos que realizamos con el controlador ISE usando los parámetros correspondientes.

Apoyándonos nuevamente en el software MATLAB encontramos los siguientes valores :

$$Kp = 1.1035$$

$$Ti = 21.6425$$

$$Td = 5.1025$$

$$Ki = 0.0510$$

$$Kd = 5.6304$$

Ecuación 15. Parámetros encontrados usando el software MATLAB.



Con los valores de K_p , K_i y K_d previamente determinados, se procede al diseño del controlador correspondiente.

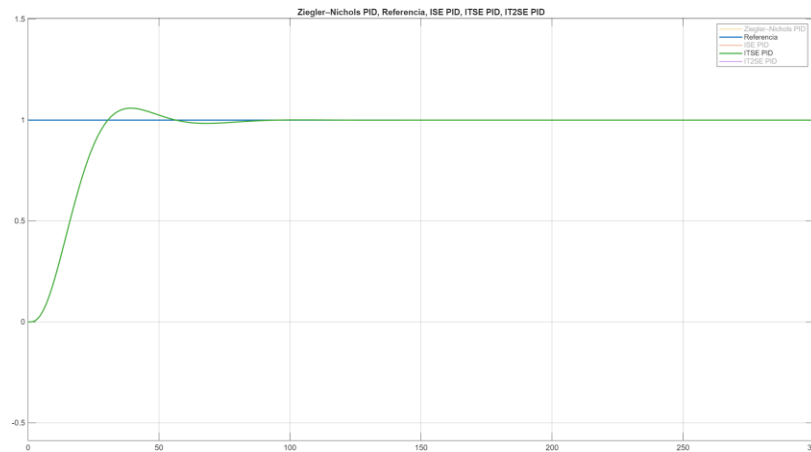


Figura 16. Gráfica de comportamiento del sistema con el controlador PID ITSE.

En la **Figura 16** se observa el comportamiento del sistema comparado con la señal de referencia, evidenciando un tiempo de establecimiento aproximado de 90 segundos y un overshoot porcentual de 5.92%.

2.4. Criterio óptimo IT^2SE :

Para diseñar nuestro controlador PID con criterio óptimo IT^2SE seguimos los pasos que realizamos con el controlador ISE usando los parámetros correspondientes.

Apoyándonos nuevamente en el software MATLAB encontramos los siguientes valores :

$$K_p = 1.0273$$

$$T_i = 22.2156$$

$$T_d = 4.2064$$

$$K_i = 0.0462$$

$$K_d = 4.3214$$

Ecuación 16. Parámetros encontrados usando el software MATLAB.

Con los valores de K_p , K_i y K_d previamente determinados, se procede al diseño del controlador correspondiente.



PROGRAMA INGENIERÍA ELECTRÓNICA

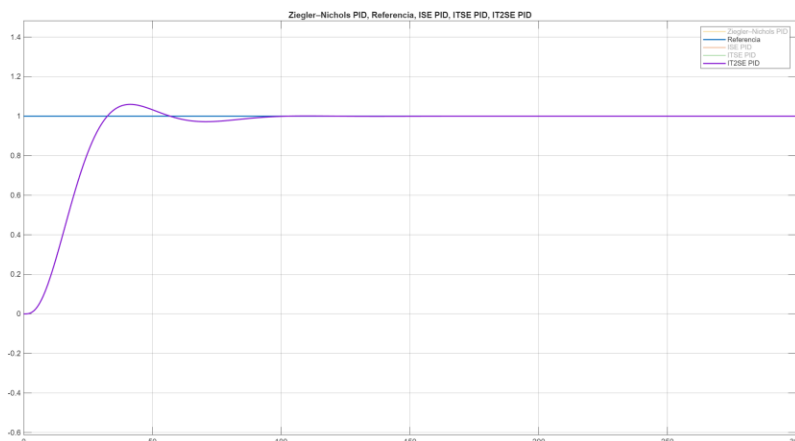


Figura 17. Gráfica de comportamiento del sistema con el controlador PID IT²SE.

En la **Figura 17** se observa el comportamiento del sistema comparado con la señal de referencia, evidenciando un tiempo de establecimiento aproximado de 120 segundos y un overshoot porcentual de 5.94%.

Controlador PID	Tiempo de establecimiento	Overshoot %
Ziegler-Nichols	90 s	0.32 %
ISE	100 s	6.2 %
ITSE	90 s	5.92 %
IT ² SE	120 s	5.94 %

Tabla 5. Tabla comparativa de desempeño de los controladores PID.

En general, el PID supera al PI al ofrecer menor tiempo de establecimiento y menor overshoot. En el PI destaca IT²SE por su rapidez y estabilidad, mientras que en el PID el mejor desempeño lo brinda Ziegler-Nichols, logrando rapidez con casi nulo overshoot.

Desempeño de controladores con una perturbación a la entrada del sistema:

Con el fin de evaluar el desempeño de los controladores, se introduce una perturbación consistente en un escalón de amplitud -1 , aplicado aproximadamente en el instante $t = 20$ s.

Controladores PI:



PROGRAMA INGENIERÍA ELECTRÓNICA

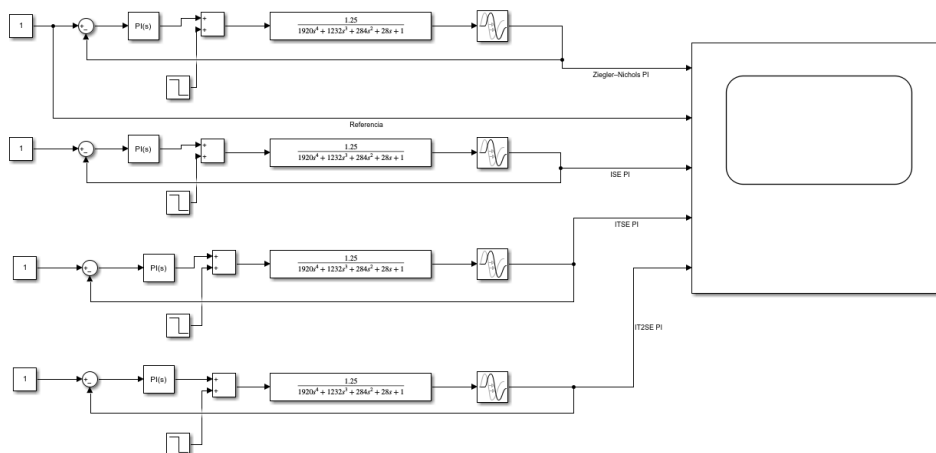


Figura 18. Esquema general del sistema con perturbación a la entrada y controladores PI.

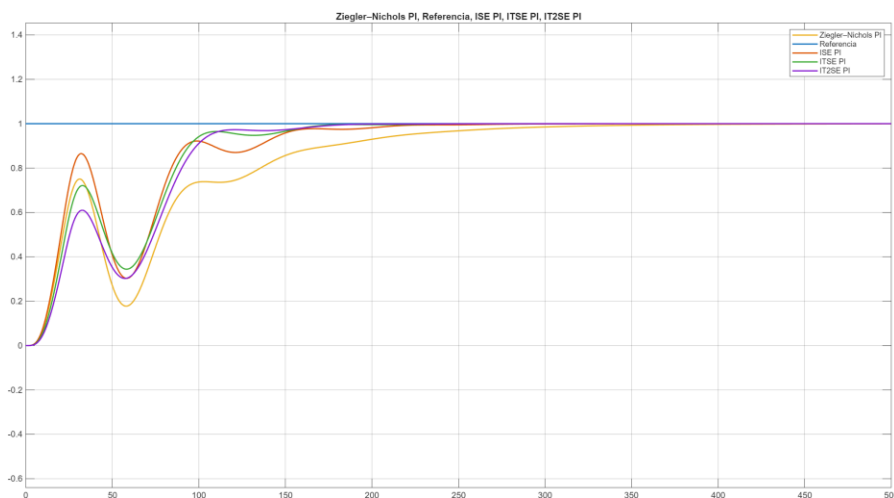


Figura 19. Comportamiento del sistema ante una perturbación a la entrada.

Controlador PI	Tiempo de establecimiento	Overshoot %
Ziegler-Nichols	420 s	0 %
ISE	300 s	0 %
ITSE	200 s	0 %
IT ² SE	200 s	0 %

Tabla 6. Tabla comparativa de desempeño de los controladores PI ante una perturbación de entrada.

De lo anterior podemos concluir que el método de Ziegler-Nichols ofrece la respuesta más lenta sin overshoot, mientras que ISE e ITSE reducen significativamente el tiempo de establecimiento manteniendo estabilidad. De esto podemos evidenciar que los métodos basados en índices de error ofrecen un desempeño más rápido y estable frente a perturbaciones en comparación con Ziegler-Nichols.



Controladores PID:

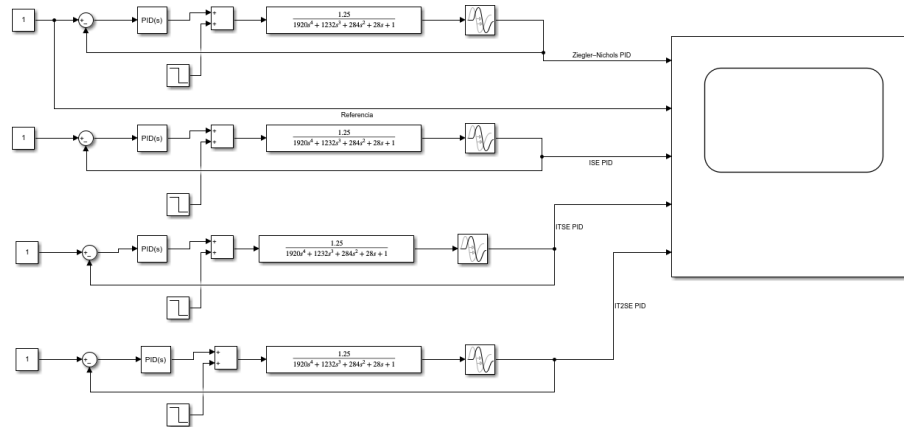


Figura 20. Esquema general del sistema con perturbación a la entrada y controladores PID.

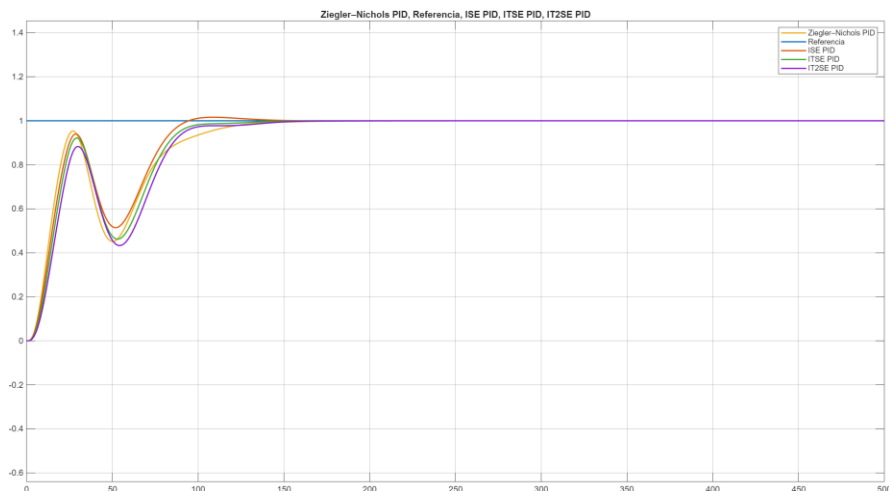


Figura 21. Comportamiento del sistema ante una perturbación a la entrada.

Controlador PID	Tiempo de establecimiento	Overshoot %
Ziegler-Nichols	170 s	0 %
ISE	160 s	1.59 %
ITSE	150 s	0 %
IT ² SE	160 s	0 %

Tabla 7. Tabla comparativa de desempeño de los controladores PID ante una perturbación de entrada.

De esto podemos concluir que el método ITSE obtiene el menor tiempo de establecimiento (150 s) sin overshoot, mientras que ISE logra un desempeño similar pero con un pequeño sobreimpulso del 1.59 %. Por su parte, Ziegler-Nichols y IT²SE presentan tiempos ligeramente mayores (170 s y 160 s) sin overshoot. En general, ITSE ofrece la respuesta más rápida y estable frente a perturbaciones.