

Εργασία 2

Όνοματεπώνυμο: Γεώργιος Δάγκαλης
ΑΕΜ: 3164

17 Ιανουαρίου 2021

1 Γενικά

Ο κώδικας της εργασίας υλοποιήθηκε στην γλώσσα προγραμματισμού python. Μέσα στο αρχείο main.py υπάρχει ο κώδικας για την Άσκηση 5(1 και 3 υποερωτήματα) και για την άσκηση 7. Το παρόν παραδοτέο χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος επεξηγείται η λειτουργία του κώδικα και στο δεύτερο μέρος περιγράφονται οι λύσεις των ασκήσεων και τα αποτελέσματα τους.

2 Υλοποίηση

2.1 Main

Από εδώ ξεκινάει η εκτέλεση του κώδικα. Ο κώδικας συνολικά έχει φτιαχτεί έτσι ώστε να μπορούμε με το κάλεσμα μιας συνάρτησης να μπορούμε να πάρουμε το αποτέλεσμα ενός ερωτήματος μέσα στην εργασία. Μέσα στην main υπάρχουν οι συναρτήσεις που λύνουν κάθε ερώτημα μέσα σε comment έτσι ώστε να μην μπερδεύονται τα αποτελέσματα μεταξύ του και να μην μπλοκάρει το ένα plot το άλλο. **Προσοχή:** Κατά την διάρκεια ενός plot η εκτέλεση του κώδικα σταματάει σε εκείνο το σημείο μέχρι να κλείσει το παράθυρο του plot. Μέσα στην main υπάρχουν οι παρακάτω συναρτήσεις:

1. solveSinWithLagrange: Λύνει την πολυωνυμική προσέγγιση για την άσκηση 5
2. solveSinWithLeastSquares: Λύνει την προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων για την άσκηση 5
3. solveKarel: Λύνει το πρώτο μέρος της άσκησης 7 για την μετοχή με σύμβολο KAPEL
4. solveEydap: Λύνει το δεύτερο μέρος της άσκησης 7 για την μετοχή με σύμβολο ΕΥΔΑΠ

2.2 plotLeastSquares

Χρησιμοποιείται για να κάνουμε plot τα αποτελέσματα της LeastSquares (μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων). Δέχεται σαν παράμετρους:

1. dic: ένα dictionary με τα σημεία και τις τιμές της συνάρτησης που έχει επιλεχθεί στα σημεία αυτά ($x: f(x)$) που θα χρησιμοποιήσει η LeastSquares.
2. degree: Τον βαθμό πολυωνύμου που θα παράξει η LeastSquares
3. x1, x2: Το διάστημα που θα γίνει το plot

Κάνει plot την LeastSquares και επίσης, για σημείο αναφοράς φτιάχνει τα σημεία του dictionary. Μέσα σε comment είναι η επιλογή plot που φτιαχτεί γραμμές από το ένα σημείο του dictionary στο επόμενο.

2.3 plotLagrange

Χρησιμοποιείται για να κάνουμε plot τα αποτελέσματα της Lagrange (πολυωνυμικής προσέγγισης). Δέχεται σαν παράμετρους:

1. array: ένα list με τα σημεία με βάση τα οποία η Lagrange θα φτιάξει την προσέγγιση.
2. x1, x2:: Το διάστημα που θα γίνει το plot

Κάνει plot την Lagrange για το ημίτονο και επίσης, για σημείο αναφοράς κάνει scatter τις πραγματικές τιμές του ημίτονου.

2.4 transp

Δέχεται έναν πίνακα και εφόσον ελέγξει πως δεν είναι μια κενή μεταβλητή τότε παράγει τον αντίστροφο του και τον επιστρέφει.

2.5 Lagrange

Υλοποιεί την πολυωνυμική προσέγγιση με πολυώνυμο Lagrange για ορισμένο σημείο. Χρησιμοποιείται στην 5η άσκηση. Δέχεται σαν παράμετρους:

1. x: το σημείο στο οποίο ζητάται η προσέγγιση
2. points: τα σημεία τα οποία ο αλγόριθμος έχει στην διάθεση του για να παράξει την προσέγγιση
3. function: Την συνάρτηση που ζητάται να προσεγγίσει ο αλγόριθμος

2.6 LeastSquares

Υλοποιεί την προσέγγιση ελάχιστων τετραγώνων. Χρησιμοποιείται στην 5η και 7η Άσκηση. Δέχεται σαν παράμετρους:

1. dic: ένα dictionary με τα σημεία και τις τιμές της συνάρτησης που έχει επιλεγθεί σε αυτά τα σημεία ($x: f(x)$)).
2. degree: Τον βαθμό πολυωνύμου που θα παραχτεί.
3. x: Το σημείο στο οποίο θα γίνει η προσέγγιση. Η LeastSquares θα γυρίσει την τιμή της προσεγγιστικής συνάρτησης σε αυτό το σημείο.

Στην αρχή φτιάχνεται ο πίνακας A ο οποίος έχει γραμμές ίσες με το άθροισμα των σημείων του dic και στήλες ίσες με $\text{degree} + 1$. Επίσης φτιάχνεται ένα list b που αντιπροσωπεύει το ζητούμενο διάνυσμα. Για να γίνει αυτό εκτελούνται δύο λούπες (η μία μέσα στην άλλη) που η πρώτη διανύει τα κλειδιά του dic και η άλλη το range από 0 - ($\text{degree}+1$). Εφόσον παραχθεί ο πίνακας A και το b διάνυσμα τότε παράγουμε έναν καινούριο πίνακα (`matrixToCalculateWith`) που είναι ίσος με

$$A^T A$$

και ένα διάνυσμα (`vectorToCalculateWith`) ίσο με

$$A^T b$$

Έπειτα καλείται η `performGaussJordan` που εκτελεί τον αλγόριθμο gauss-jordan για `matrixToCalculateWith` και `vectorToCalculateWith` και γυρνάει μια λίστα (`resultList`) που είναι το αποτέλεσμα της gauss-jordan. Το `resultList` μαζί με την παράμετρο x δίνεται στην `mkFun` που γυρνάει το τελικό αποτέλεσμα.

2.7 performGaussJordan

Υλοποιεί τον αλγόριθμο gauss-jordan. Δέχεται σαν παράμετρους:

1. array: τον πίνακα που θα χρησιμοποιήσει ο gauss-jordan.
2. vector: το διάνυσμα που θα χρησιμοποιήσει ο gauss-jordan

Τρέχει τριπλή λούπα η μία μέσα στην άλλη. Στην πρώτη περνάει όλες τις γραμμές. Στην δεύτερη περνάει όλες τις γραμμές εκτός από αυτή που περνάει η πρώτη λούπα. Εκεί παράγεται και ο συντελεστής με τον οποίο θα γίνουν οι πράξεις. Επίσης εκεί γίνονται οι πράξεις για τον vector. Η τρίτη λούπα περνάει από κάθε στήλη για την γραμμή που δείχνει η δεύτερη λούπα και κάνει της πράξεις.

Όταν τελειώσει η τριπλή λούπα παράγεται μια λίστα που παίρνει τιμές όσες και το πλήθος των γραμμών του πίνακα (και του διανύσματος). Κάθε i τιμή της λίστας είναι ίση με την διαίρεση της τιμής του διανύσματος στην i γραμμή με την τιμή του πίνακα στην i γραμμή. Έπειτα γυρνάει την λίστα.

2.8 mkfun

Συνθέτει το τελικό πολυώνυμο στην προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων και γυρνάει το αποτέλεσμα του x για αυτό το πολυώνυμο. Δέχεται σαν παράμετρος:

1. vector: μια λίστα που χρησιμοποιείται για την σύνθεση του πολυωνύμου.
2. x: χρησιμοποιείται σαν είσοδο στο πολυώνυμο και έτσι παράγεται το τελικό αποτέλεσμα.

2.9 DayForecast

Αντικείμενο που χρησιμοποιείται στην 7η άσκηση. Περιέχει όλες τις τιμές που ενδιαφέρει την 7η άσκηση για μια μέρα κλεισίματος. Έχει σαν πεδία:

1. dayNum: Τον αριθμό της ημέρα. Χρησιμοποιείται εσωτερικά στον κώδικα για να καταλαβαίνουν οι αλγόριθμοι ποια μέρα χειρίζονται.
2. date: String με την ημερομηνία. Χρησιμοποιείται στην εκτύπωση των αποτελεσμάτων για να καταλαβαίνει ο χρήστης σε ποια μέρα αναφέρονται τα δεδομένα.
3. original: Η πραγματική τιμή κλεισίματος για εκείνη την μέρα
4. approximation: Η προσέγγιση που έγινε για την τιμή κλεισίματος.

2.9.1 Συναρτήσεις:

diff: υπολογίζει την απόλυτη τιμή της διαφοράς μεταξύ original και approximation.

__str__: χρησιμοποιείται από την print για να εκτυπώσει όλα τα πεδία του αντικείμενου και επίσης την διαφορά μεταξύ original και approximation αν αυτή υπάρχει.

2.10 solveEydap

Χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό τιμών κλεισίματος και την παρουσίαση των αποτελεσμάτων της μετοχής με σύμβολο ΕΥΔΑΠ στην άσκηση 7. Δέχεται σαν παράμετρο:

1. degree: θέτει τον βαθμό του προσεγγιστικού πολυωνύμου που παράγεται

Αρχικά φτιάχνεται μια λίστα (dates) που αποτελείται από 15 αντικείμενα DayForecast. Το καθένα αντιπροσωπεύει μια μέρα. Με βάση την αρίθμηση, dayNum, τα πρώτα 10 είναι αυτά που χρησιμοποιούμε για την παράγωγή του πολυωνύμου. Τα υπόλοιπα 5 είναι μόνο για την πρόβλεψη. Έπειτα φτιάχνεται ένα dictionary (pointDic) χρησιμοποιώντας τις 10 πρώτες ημέρες του dates και αυτό θα τροφοδοτηθεί στην LeastSquares. Έπειτα χρησιμοποιώντας το pointDic, degree και την εκάστοτε μέρα θα βρούμε όλες τις προσεγγίσεις και για τις 15 μέρες. Μετά τον υπολογισμό των προσεγγίσεων εκτυπώνονται τα αποτελέσματα στην κονσόλα και επίσης φτιάχνεται μια οπτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιώντας την συνάρτηση plotLeastSquares.

2.11 solvekarel

Χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό τιμών κλεισίματος και την παρουσίαση των αποτελεσμάτων της μετοχής με σύμβολο KAPEL στην άσκηση 7. Δέχεται σαν παράμετρο:

1. degree: θέτει τον βαθμό του προσεγγιστικού πολυωνύμου που παράγεται

Αρχικά φτιάχνεται μια λίστα (dates) που αποτελείται από 15 αντικείμενα DayForecast. Το καθένα αντιπροσωπεύει μια μέρα. Με βάση την αρίθμηση, dayNum, τα πρώτα 10 είναι αυτά που χρησιμοποιούμε για την παράγωγή του πολυωνύμου. Τα υπόλοιπα 5 είναι μόνο για την πρόβλεψη. Έπειτα φτιάχνεται ένα dictionary (pointDic) χρησιμοποιώντας τις 10 πρώτες ημέρες του dates και αυτό θα τροφοδοτηθεί στην LeastSquares. Έπειτα χρησιμοποιώντας το pointDic, degree και την εκάστοτε μέρα θα βρούμε όλες τις προσεγγίσεις και για τις 15 μέρες. Μετά τον υπολογισμό των προσεγγίσεων εκτυπώνονται τα αποτελέσματα στην κονσόλα και επίσης φτιάχνεται μια οπτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιώντας την συνάρτηση plotLeastSquares.

2.12 plotForDiffLagrange

Χρησιμοποιείται για να παρουσιαστούν οπτικά η διαφορά μεταξύ του ημίτονου και της Lagrange-προσέγγισης του ημιτόνου για 200 ισαπέχων σημεία. Δέχεται σαν παράμετρο:

1. points: μια λίστα με όλες τις τιμές που θα χρησιμοποιηθούν από την lagrange για να γίνει η προσέγγιση.

Αρχικά παράγεται ένα dictionary (pointsToTest) που περιέχει σαν κλειδιά τα 200 σημεία και σαν τιμές την διαφορά μεταξύ ημιτόνου και προσέγγισης του ημιτόνου. Έπειτα τα δεδομένα παρουσιάζονται με πολλαπλά plots που για κάθε x από τα 200 φτιάχνει ένα plot από το 0 - τιμή. Τέλος τυπώνεται στην κονσόλα η μέγιστη και η ελάχιστη διαφορά μέσα από το pointsToTest.

2.13 plotForDiffLeastSquares

Χρησιμοποιείται για να παρουσιαστούν οπτικά η διαφορά μεταξύ του ημίτονου και της ελαχίστων-τετραγώνων-προσέγγισης του ημιτόνου για 200 ισαπέχων σημεία για δεδομένο βαθμό πολυωνύμου. Δέχεται σαν παράμετρο:

1. pointDic: dictionary που θα χρησιμοποιήσει η LeastSquares για την προσέγγιση.
2. degree: Τον βαθμό πολυωνύμου που θα παράζει η LeastSquares

Αρχικά παράγεται ένα dictionary (pointsToTest) που περιέχει σαν κλειδιά τα 200 σημεία και σαν τιμές την διαφορά μεταξύ ημιτόνου και προσέγγισης του ημιτόνου. Έπειτα τα δεδομένα παρουσιάζονται με πολλαπλά plots που για κάθε x από τα 200 φτιάχνει ένα plot από το 0 - τιμή. Τέλος τυπώνεται στην κονσόλα η μέγιστη και η ελάχιστη διαφορά μέσα από το pointsToTest.

2.14 solveSinWithLeastSquares

Φτιάχνει μια παρουσίαση του ζητούμενου της άσκησης 5 για την πολυωνυμική προσέγγιση. Δέχεται σαν παραμέτρους:

1. points: τα σημεία τα οποία ο αλγόριθμος έχει στην διάθεση του για να παράξει την προσέγγιση
2. degree: Ο βαθμός του πολυωνύμου που θα παραχτεί

Αρχικά φτιάχνει ένα dictionary (pointDic) με τα points που έχει για το ημίτονο. Έπειτα καλεί την plotForDiffLeastSquares για να παρουσιαστούν διαγραμματικά οι διαφορές μεταξύ ημιτόνου και της προσέγγισης του. Μέσα σε comment υπάρχει η plotLeastSquares που παρουσιάζει τα αποτελέσματα της LeastSquares για $[-\pi, \pi]$ μαζί με τα σημεία τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για να φτιαχτεί η προσέγγιση.

2.15 solveSinWithLagrange

Φτιάχνει μια παρουσίαση του ζητούμενου της άσκησης 5 για την προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων. Δέχεται σαν παραμέτρους:

1. points: τα σημεία τα οποία ο αλγόριθμος έχει στην διάθεση του για να παράξει την προσέγγιση

Καλεί την plotForDiffLagrange για να παρουσιαστούν διαγραμματικά οι διαφορές μεταξύ ημιτόνου και της προσέγγισης του. Μέσα σε comment υπάρχει η plotLagrange που παρουσιάζει τα αποτελέσματα της Lagrange για $[-\pi, \pi]$ μαζί με τα σημεία τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για να φτιαχτεί η προσέγγιση.

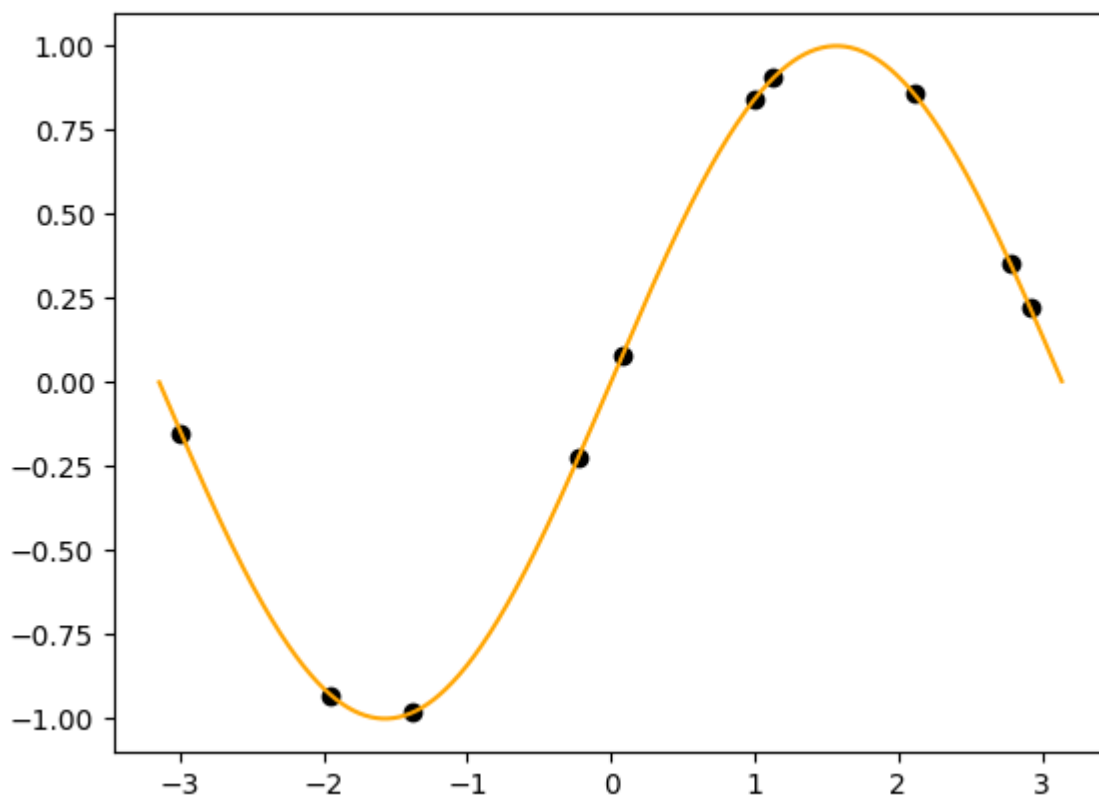
3 Περιγραφή λύσεων και αποτελεσμάτων

3.1 Άσκηση 5

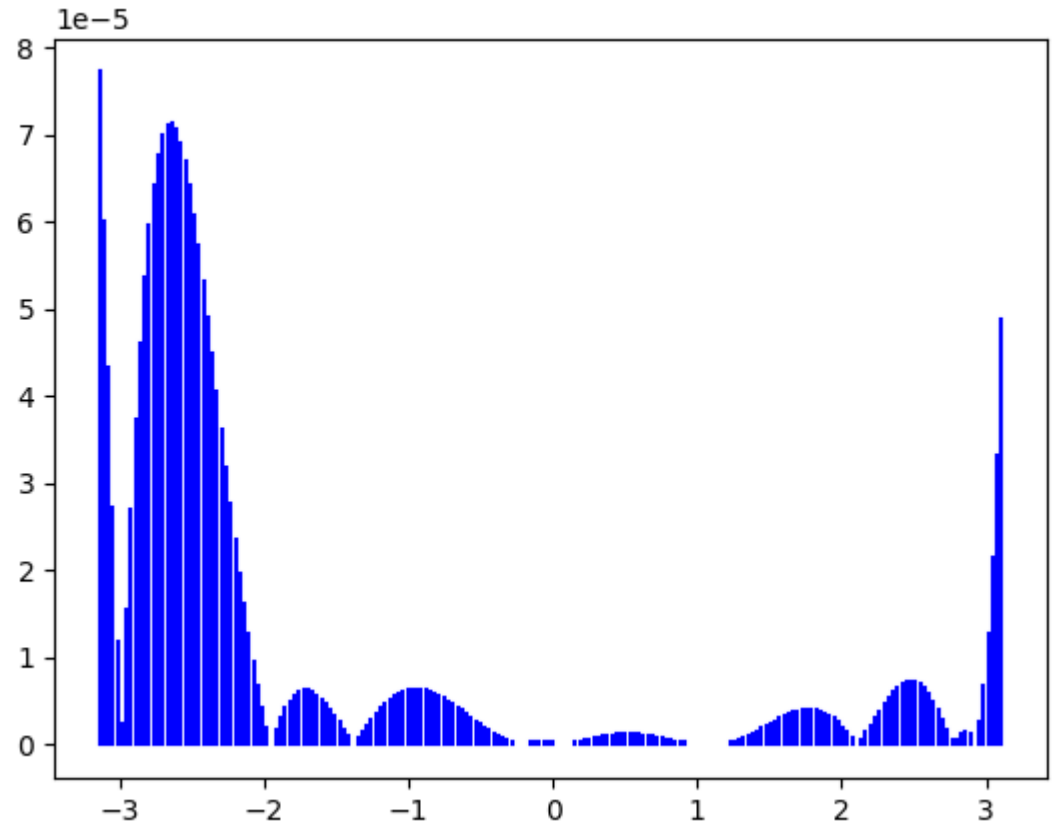
Τα σημεία που χρησιμοποιήθηκαν για την παραγωγή των προσεγγίσεων του ημιτόνου είναι τα (2.9193, -1.9475, -1.379, 2.1096, -0.2275, 0.0781, 1.1325, 2.7807, -2.99, 1.0045). Επιλέχθηκαν τυχαία από αλγόριθμο με εξαίρεση το -2.99.

3.1.1 Πολυωνυμική προσέγγιση

Για την πολυωνυμική προσέγγιση επιλέχθηκε ο αλγόριθμος Lagrange. Παρακάτω μια γραφική παράσταση της προσέγγισης Lagrange χρησιμοποιώντας την `plotLagrange`. Με πορτοκαλί είναι οι τιμές της προσέγγισης σε πολλά σημεία για να φαίνεται ομαλή και με μαύρο είναι τα σημεία που χρησιμοποιήθηκαν για να φτιαχτεί η προσέγγιση.



Παρακάτω το σφάλμα προσέγγισης για 200 σημεία στο $[-\pi, \pi]$ καλώντας την `plotForDiffLagrange`.



Η χειρότερη προσέγγιση ήταν ίση με

$$7.72 * 10^{-5}$$

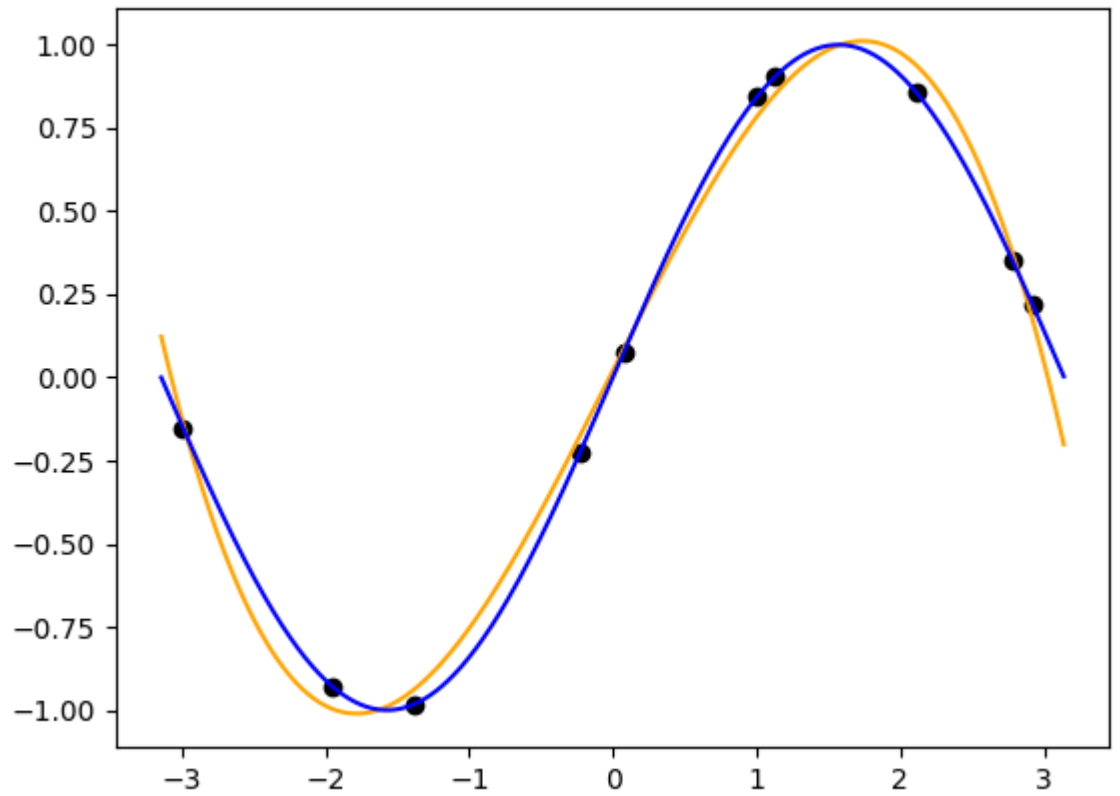
ενώ η καλύτερη

$$1.19 * 10^{-9}$$

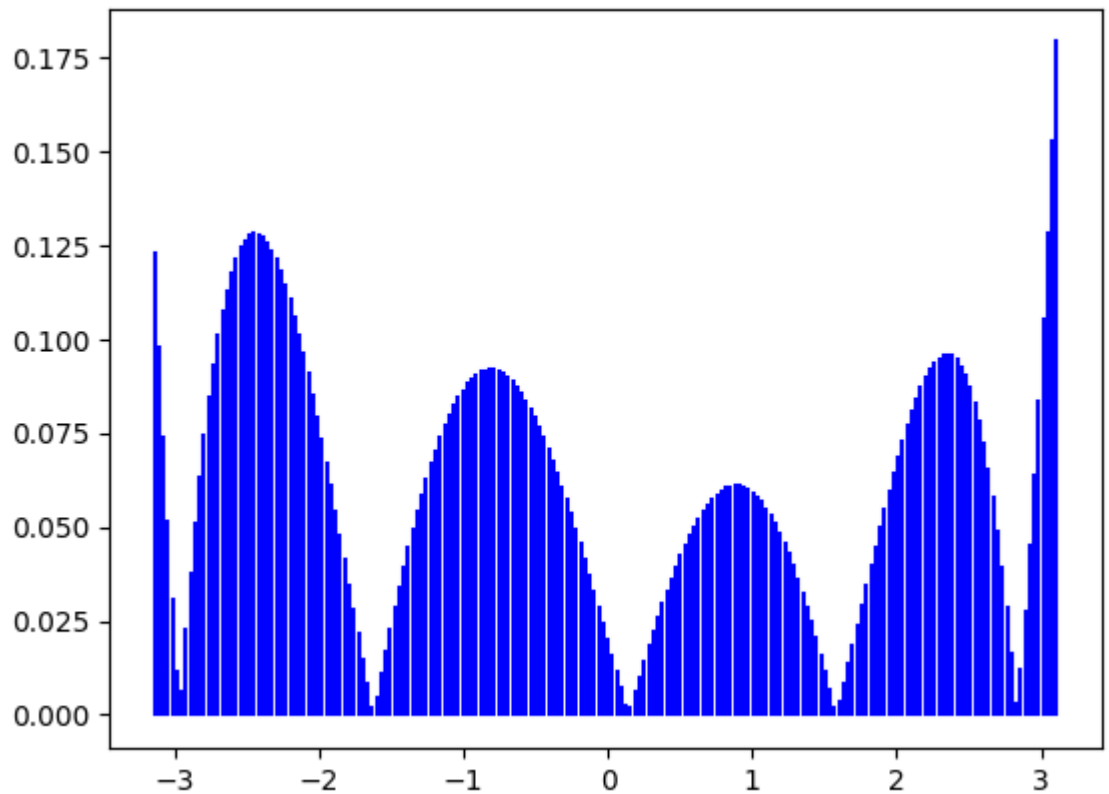
Επιτεύχθηκαν 4 ψηφία ακρίβειας αν πάρουμε την άπειρη νόρμα για αυτά τα 200 σημεία.

3.1.2 Προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων

Παρακάτω μια γραφική παράσταση της προσέγγισης ελαχίστων τετραγώνων χρησιμοποιώντας την `plotLeastSquares` για πολυώνυμο 3ου βαθμού. Με πορτοκαλί είναι οι τιμές της προσέγγισης σε διάφορα σημεία για να φαίνεται ομαλή και με μπλε είναι οι τιμές του ημίτονου για τα ίδια διάφορα σημεία. Με μάυρο είναι τα σημεία που χρησιμοποιήθηκαν για να φτιαχτεί η προσέγγιση.



Παρακάτω το σφάλμα προσέγγισης για 200 σημεία στο $[-\pi, \pi]$ καλώντας την `plotForDiffLeastSquares` για πολυώνυμο 3ου βαθμού.



Η χειρότερη προσέγγιση ήταν ίση με

0.179302

ενώ η καλύτερη

0.001703

Επιτεύχθηκε 1 ψηφίο ακρίβειας αν πάρουμε την άπειρη νόρμα για αυτά τα 200 σημεία.

3.2 Άσκηση 7

Οι μετοχές που επέλεξα έχουν τα σύμβολα ΕΥΔΑΠ και ΚΑΡΕΛ. Τα γενέθλια μου είναι στις 8/2. Επομένως οι 10 μέρες που επέλεχθηκαν είναι και για τις δύο μετοχές οι εξής: (07/2/2020, 06/2/2020, 05/2/2020, 04/2/2020, 03/2/2020, 30/1/2020, 29/1/2020, 28/1/2020, 27/1/2020, 24/1/2020) ενώ οι 5 μέρες μετά: (14/2/2020, 13/2/2020, 12/2/2020, 11/2/2020, 10/2/2020). Για κάθε μετοχή και βαθμό προσέγγισης θα δίνεται ένας πίνακας που για κάθε μέρα θα αναφέρει την ημερομηνία, την πραγματική τιμή κλεισίματος, την τιμή προσέγγισης από τον αλγόριθμο και την απόλυτη τιμή της διαφοράς των δύο τελευταίων

τιμών. Κάθε πίνακας θα συνοδεύεται με μια βοηθητική γραφική παράσταση όπου με πορτοκαλί χρώμα θα είναι η προσεγγιστική συνάρτηση ενώ με μαύρο θα είναι τα σημεία που χρησιμοποιήθηκαν από τον αλγόριθμο των ελάχιστων τετραγώνων. Ακόμη με μπλε χρώμα θα είναι οι πραγματικές τιμές των 5 σημείων για τα οποία έγινε η πρόβλεψη. Τέλος θα σχολιάζονται τα αποτελέσματα. **(Προσοχή:** Μέσα στον κώδικα δεν δίνεται άμεσα η επιλογή να παραχθεί η γραφική παράσταση με ακριβώς αυτό τον τρόπο)

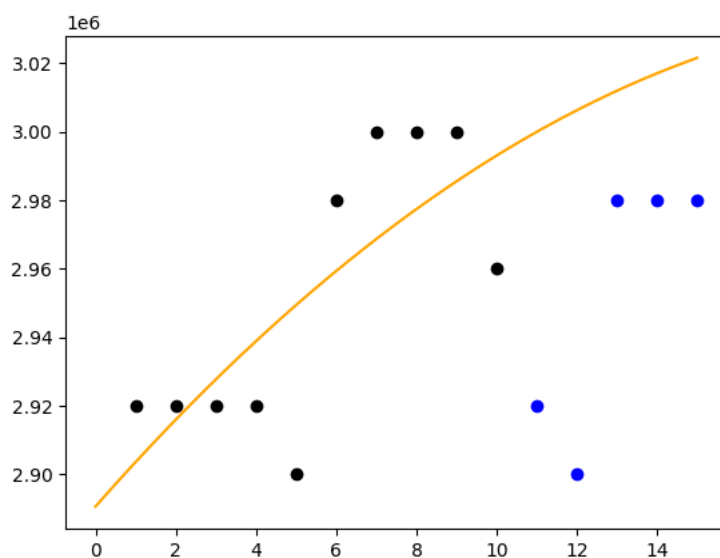
3.3 Πρώτη μετοχή: ΚΑΡΕΛ

3.3.1 Προσέγγιση 2ου βαθμού

Πίνακα αποτελεσμάτων:

Ημερομηνία	Πραγματική τιμή	Τιμή προσέγγισης	Διαφορά
14/2/2020	2980000	3021575.75758	41575.76
13/2/2020	2980000	3017090.90909	37090.91
12/2/2020	2980000	3012000.0	32000.0
11/2/2020	2900000	3006303.0303	106303.03
10/2/2020	2920000	3000000.0	80000.0
07/2/2020	2960000	2993090.90909	33090.91
06/2/2020	3000000	2985575.75758	14424.24
05/2/2020	3000000	2977454.54545	22545.45
04/2/2020	3000000	2968727.27273	31272.73
03/2/2020	2980000	2959393.93939	20606.06
30/1/2020	2900000	2949454.54545	49454.55
29/1/2020	2920000	2938909.09091	18909.09
28/1/2020	2920000	2927757.57576	7757.58
27/1/2020	2920000	2916000.0	4000.0
24/1/2020	2920000	2903636.36364	16363.64

Γραφική παράσταση:



Σχολιασμός:

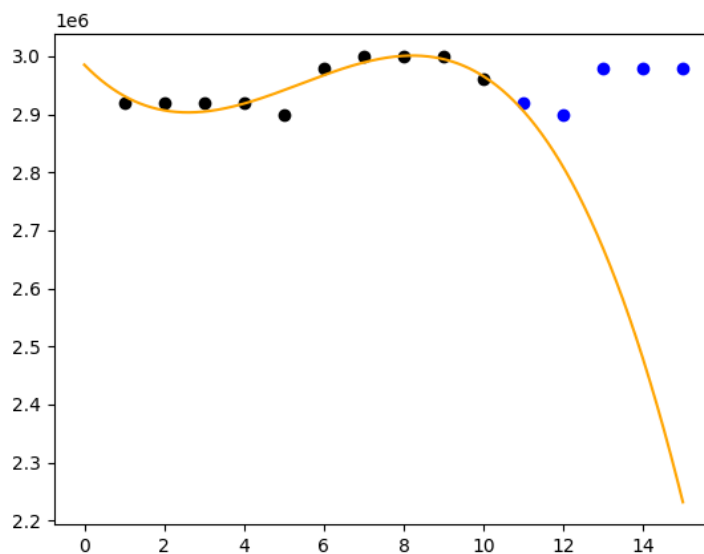
Στις 10/2 η προσεγγιστική τιμή είναι ίση με 3000000 που έχει απόκλιση 80000 από την πραγματική τιμή εκείνης της ημέρα. Για τις επόμενες προβλέψεις παρατηρούμε πως η ψαλίδα της διαφοράς δεν γίνεται απαγορευτικά μεγάλη με την μεγαλύτερη να είναι αυτή στις 11/2/2020 με τιμή περίπου ίση με 106303. Επίσης παρατηρούμε πως η διαφορά μεταξύ προσέγγισης και πραγματικών τιμών δεν αλλάζει πολύ μεταξύ των γνωστών 10 σημείων και των 5 σημείων για τα οποία έγινε μόνο πρόβλεψη.

3.3.2 Προσέγγιση 3ου βαθμού

Πίνακα αποτελεσμάτων:

Ημερομηνία	Πραγματική τιμή	Τιμή προσέγγισης	Διαφορά
14/2/2020	2980000	2229156.17716	750843.82
13/2/2020	2980000	2476895.1049	503104.9
12/2/2020	2980000	2667757.57576	312242.42
11/2/2020	2900000	2808363.63636	91636.36
10/2/2020	2920000	2905333.33333	14666.67
07/2/2020	2960000	2965286.71329	5286.71
06/2/2020	3000000	2994843.82284	5156.18
05/2/2020	3000000	3000624.70862	624.71
04/2/2020	3000000	2989249.41725	10750.58
03/2/2020	2980000	2967337.99534	12662.0
30/1/2020	2900000	2941510.48951	41510.49
29/1/2020	2920000	2918386.94639	1613.05
28/1/2020	2920000	2904587.41259	15412.59
27/1/2020	2920000	2906731.93473	13268.07
24/1/2020	2920000	2931440.55944	11440.56

Γραφική παράσταση:



Σχολιασμός:

Στις 10/2 η προσεγγιστική τιμή είναι περίπου ίση με 2905333.3 και έχει απόκλιση περίπου ίση με 14666.67 από την πραγματική τιμή εκείνης της ημέρας. Για τις επόμενες προβλέψεις παρατηρούμε πως η ψαλίδα της διαφοράς ανοίγει πολύ για τις 3 τελευταίες προβλέψεις με μεγαλύτερη απόκλιση να έχει η πρόβλεψη για τις 14/2/2020 περίπου ίση με 750843.82. Σε σχέση με την προσέγγιση 2ου βαθμού οι προσεγγίσεις για τιμές γνωστές στον αλγόριθμο είναι καλύτερες

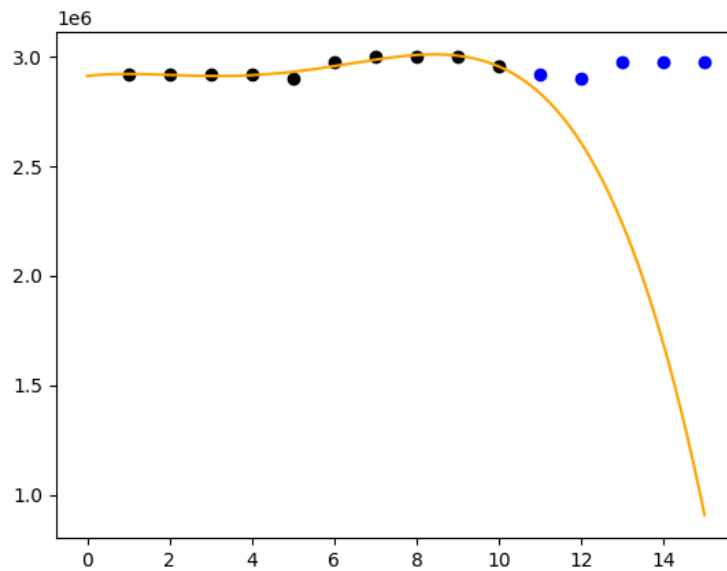
ενώ για τιμές άγνωστες είναι χειρότερες.

3.3.3 Προσέγγιση 4ου βαθμού

Πίνακα αποτελεσμάτων:

Ημερομηνία	Πραγματική τιμή	Τιμή προσέγγισης	Διαφορά
14/2/2020	2980000	898414.91841	2081585.08
13/2/2020	2980000	1682377.62238	1297622.38
12/2/2020	2980000	2235757.57576	744242.42
11/2/2020	2900000	2605454.54545	294545.45
10/2/2020	2920000	2833333.33333	86666.67
07/2/2020	2960000	2956223.77622	3776.22
06/2/2020	3000000	3005920.74592	5920.75
05/2/2020	3000000	3009184.14918	9184.15
04/2/2020	3000000	2987738.92774	12261.07
03/2/2020	2980000	2958275.05828	21724.94
30/1/2020	2900000	2932447.55245	32447.55
29/1/2020	2920000	2916876.45688	3123.54
28/1/2020	2920000	2913146.85315	6853.15
27/1/2020	2920000	2917808.85781	2191.14
24/1/2020	2920000	2922377.62238	2377.62

Γραφική παράσταση:



Σχολιασμός:

Στις 10/2 η προσεγγιστική τιμή είναι περίπου ίση με 2833333.3 και έχει

απόκλιση περίπου ίση με 86666.67 από την πραγματική τιμή εκείνης της ημέρας. Για τις επόμενες προβλέψεις παρατηρούμε πως η ψαλίδα της διαφοράς ανοίγει ακόμη περισσότερο από αυτή της προσέγγισης 3ου βαθμού για τις 3 τελευταίες προβλέψεις με μεγαλύτερη απόκλιση να έχει η πρόβλεψη για τις 14/2/2020 περίπου ίση με 2081585.08. Σε σχέση με την προσέγγιση 3ου βαθμού οι προσεγγίσεις για τιμές γνωστές στον αλγόριθμο είναι καλύτερες ενώ για τιμές άγνωστες είναι χειρότερες.

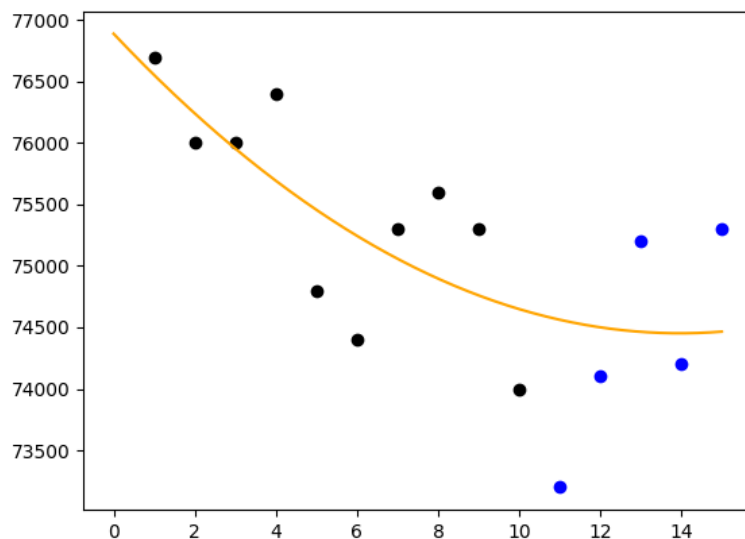
3.4 Δεύτερη μετοχή: ΕΥΔΑΠ

3.4.1 Προσέγγιση 2ου βαθμού

Πίνακα αποτελεσμάτων:

Ημερομηνία	Πραγματική τιμή	Τιμή προσέγγισης	Διαφορά
14/2/2020	75300	74465.60606	834.39
13/2/2020	74200	74452.12121	252.12
12/2/2020	75200	74463.63636	736.36
11/2/2020	74100	74500.15152	400.15
10/2/2020	73200	74561.66667	1361.67
07/2/2020	74000	74648.18182	648.18
06/2/2020	75300	74759.69697	540.3
05/2/2020	75600	74896.21212	703.79
04/2/2020	75300	75057.72727	242.27
03/2/2020	74400	75244.24242	844.24
30/1/2020	74800	75455.75758	655.76
29/1/2020	76400	75692.27273	707.73
28/1/2020	76000	75953.78788	46.21
27/1/2020	76000	76240.30303	240.3
24/1/2020	76700	76551.81818	148.18

Γραφική παράσταση:



Σχολιασμός:

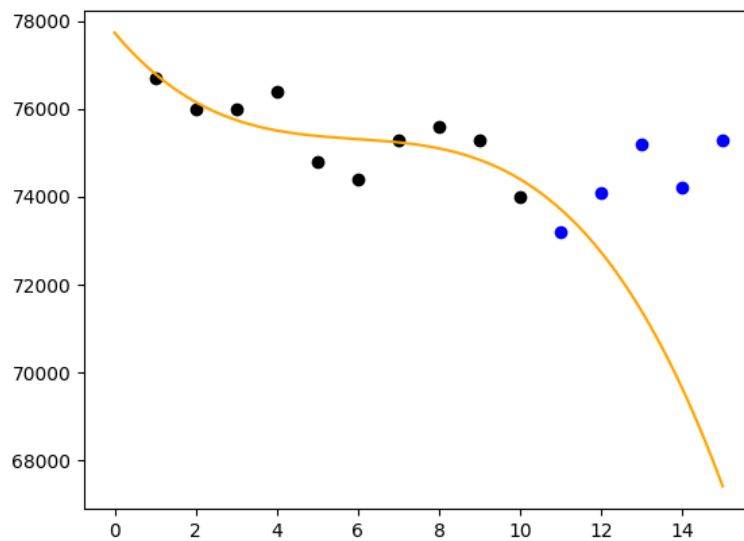
Στις 10/2 η προσεγγιστική τιμή είναι περίπου ίση με 74561.7 και έχει απόκλιση περίπου ίση με 1361.67 από την πραγματική τιμή εκείνης της ημέρας και είναι η μεγαλύτερη από όλες τις αποκλίσεις. Για τις επόμενες προβλέψεις παρατηρούμε πως η ψαλίδα της διαφοράς παραμένει σταθερή. Επίσης παρατηρούμε πως η διαφορά μεταξύ προσέγγισης και πραγματικών τιμών δεν αλλάζει πολύ μεταξύ των γνωστών 10 σημείων και των 5 σημείων για τα οποία έγινε μόνο πρόβλεψη.

3.4.2 Προσέγγιση 3ου βαθμού

Πίνακα αποτελεσμάτων:

Ημερομηνία	Πραγματική τιμή	Τιμή προσέγγισης	Διαφορά
14/2/2020	75300	67392.42424	7907.58
13/2/2020	74200	69630.30303	4569.7
12/2/2020	75200	71390.90909	3809.09
11/2/2020	74100	72733.33333	1366.67
10/2/2020	73200	73716.66667	516.67
07/2/2020	74000	74400.0	400.0
06/2/2020	75300	74842.42424	457.58
05/2/2020	75600	75103.0303	496.97
04/2/2020	75300	75240.90909	59.09
03/2/2020	74400	75315.15152	915.15
30/1/2020	74800	75384.84848	584.85
29/1/2020	76400	75509.09091	890.91
28/1/2020	76000	75746.9697	253.03
27/1/2020	76000	76157.57576	157.58
24/1/2020	76700	76800.0	100.0

Γραφική παράσταση:



Σχολιασμός:

Στις 10/2 η προσεγγιστική τιμή είναι περίπου ίση με 73716.7 και έχει απόκλιση περίπου ίση με 516.67 από την πραγματική τιμή εκείνης της ημέρας. Για τις επόμενες προβλέψεις παρατηρούμε πως η ψαλίδα της διαφοράς ανοίγει πολύ για τις 3 τελευταίες προβλέψεις με μεγαλύτερη απόκλιση να έχει η πρόβλεψη για τις 14/2/2020 περίπου ίση με 7907.58. Σε σχέση με την προσέγγιση 2ου βαθμού οι προσεγγίσεις για τιμές γνωστές στον αλγόριθμο είναι καλύτερες ενώ

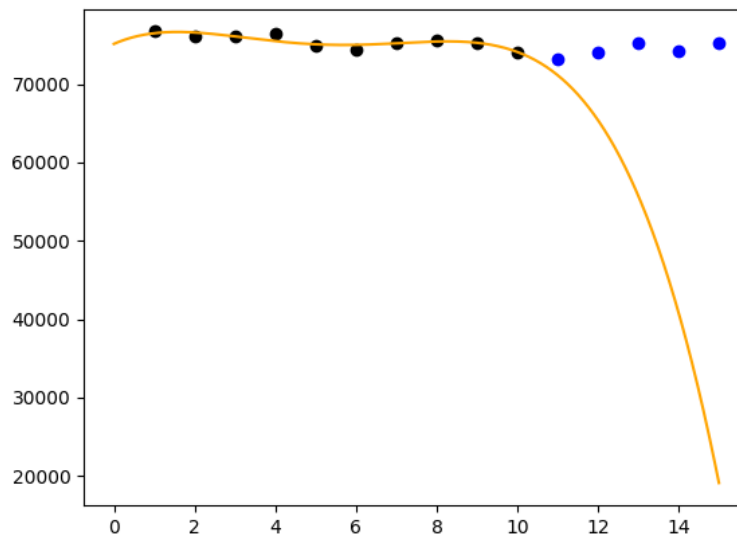
για τιμές άγνωστες είναι χειρότερες.

3.4.3 Προσέγγιση 4ου βαθμού

Πίνακα αποτελεσμάτων:

Ημερομηνία	Πραγματική τιμή	Τιμή προσέγγισης	Διαφορά
14/2/2020	75300	18875.81585	56424.18
13/2/2020	74200	40663.51981	33536.48
12/2/2020	75200	55640.90909	19559.09
11/2/2020	74100	65335.60606	8764.39
10/2/2020	73200	71091.66667	2108.33
07/2/2020	74000	74069.58042	69.58
06/2/2020	75300	75246.2704	53.73
05/2/2020	75600	75415.09324	184.91
04/2/2020	75300	75185.83916	114.16
03/2/2020	74400	74984.73193	584.73
30/1/2020	74800	75054.4289	254.43
29/1/2020	76400	75454.02098	945.98
28/1/2020	76000	76059.03263	59.03
27/1/2020	76000	76561.42191	561.42
24/1/2020	76700	76469.58042	230.42

Γραφική παράσταση:



Σχολιασμός:

Στις 10/2 η προσεγγιστική τιμή είναι περίπου ίση με 71091.7 και έχει α-

πόκλιση περίπου ίση με 2108.33 από την πραγματική τιμή εκείνης της ημέρας. Για τις επόμενες προβλέψεις παρατηρούμε πως η ψαλίδα της διαφοράς ανοίγει ακόμη περισσότερο από αυτή της προσέγγισης 3ου βαθμού για τις 4 τελευταίες προβλέψεις με μεγαλύτερη απόκλιση να έχει η πρόβλεψη για τις 14/2/2020 περίπου ίση με 56424.18. Σε σχέση με την προσέγγιση 3ου βαθμού οι προσέγγισεις για τιμές γνωστές στον αλγόριθμο είναι καλύτερες ενώ για τιμές άγνωστες είναι χειρότερες.

3.5 Σχολιασμός

Παρατηρώντας τις προσεγγίσεις και για τις δύο μετοχές καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως (για τουλάχιστον τα συγκεκριμένα παραδείγματα) όσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός του πολυωνύμου προσέγγισης τόσο μεγαλύτερη ακρίβεια υπάρχει για τις τιμές γνωστές στον αλγόριθμο ελαχίστων τετραγώνων και τόσο μικρότερη ακρίβεια για άγνωστες τιμές. Ίσως αυτό να είναι ένα φαινόμενο υπερεκπαίδευσης.