

Symulacja ewakuacji w czasie powodzi w 2010 roku

Dagmara Krenich, Kinga Kowal, Natalia Kuchta

October 2025

1 Wprowadzenie

Celem modelu teoretycznego jest uproszczone odwzorowanie rozlewania się wody o powierzchni terenu, bazujące na zasadzie zachowania masy i różnic wysokości między sąsiednimi komórkami siatki. Model jest inspirowany podejściem stosowanym w LISFLOOD-FP, jednak w celu ograniczenia złożoności obliczeń pomija pełne równania fal płytowych (Shallow Water Equations).

2 Opis modelu

Środowisko jest reprezentowane jako siatka o wymiarach $N \times M$, gdzie każda komórka (i, j) opisuje fragment terenu o zadanej wysokości $h_{i,j}$ oraz aktualnej wysokości słupa wody $w_{i,j}$.

Poziom zwierciadła wody w komórce opisuje zależność:

$$z_{i,j} = h_{i,j} + w_{i,j} \quad (1)$$

Przepływ wody pomiędzy komórkami zależy od różnicy poziomów:

$$Q_{i,j \rightarrow m,n} = k \cdot \max(0, z_{i,j} - z_{m,n}) \quad (2)$$

gdzie k jest współczynnikiem przepływu ($0 < k < 1$).

3 Powiązanie z równaniami fal płytowych (Shallow Water Equations)

Pełne modele hydrodynamiczne, takie jak LISFLOOD-FP, HEC-RAS czy Delft3D, opierają się na rozwiązyaniu układu równań fal płytowych (ang. *Shallow Water Equations, SWE*). Równania te stanowią uproszczenie równań Naviera–Stokesa i opisują zachowanie cieczy, dla której głębokość jest znacznie mniejsza od

charakterystycznego wymiaru poziomego. W dwuwymiarowej postaci równania SWE zapisuje się następująco:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = R, \\ [8pt] \frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(hu^2 + \frac{1}{2}gh^2) + \frac{\partial(huv)}{\partial y} = -gh\frac{\partial z}{\partial x} - \tau_x, \\ [8pt] \frac{\partial(hv)}{\partial t} + \frac{\partial(huv)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(hv^2 + \frac{1}{2}gh^2) = -gh\frac{\partial z}{\partial y} - \tau_y. \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

- $h(x, y, t)$ – głębokość wody [m],
- u, v – składowe prędkości przepływu w kierunkach x i y ,
- $z(x, y)$ – wysokość powierzchni terenu,
- g – przyspieszenie ziemskie,
- R – dopływ zewnętrzny (np. opad),
- τ_x, τ_y – straty energii (tarcie, opory).

3.1 Uproszczenie zastosowane w naszym modelu

Z uwagi na złożoność obliczeniową pełnych równań SWE, w projekcie zastosowano ich uproszczoną wersję, odpowiadającą tzw. *diffusive wave approximation*. Uproszczenie to polega na:

- pominięciu członów pędu ($\partial(hu)/\partial t, \partial(hv)/\partial t$),
- nieuwzględnianiu bezpośrednio prędkości przepływu (u, v),
- zachowaniu jedynie bilansu masy i kierunku przepływu wyznaczanego przez gradient wysokości.

Po uproszczeniu równanie ciągłości przyjmuje postać:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \nabla \cdot (k\nabla z) + R \quad (4)$$

gdzie $z = h + w$ jest poziomem zwierciadła wody, a współczynnik k pełni funkcję empirycznego współczynnika przepływu zastępującego złożone efekty prędkości i tarcia.

Model stosuje dyskretną, iteracyjną formę tego równania na siatce komórek, przy założeniu, że woda spływa wyłącznie do sąsiadów o niższym poziomie $z_{m,n}$, z zachowaniem całkowitej masy wody w systemie.

$$Q_{i,j \rightarrow m,n} = k \cdot \max(0, z_{i,j} - z_{m,n}) \quad (5)$$

Powyższe podejście zachowuje kluczowe własności fizyczne przepływu powierzchniowego, przy znacznie niższym koszcie obliczeniowym w porównaniu z pełnym rozwiązaniem równań fal płytowych.

4 Scenariusz hydrologiczny: powódź 2010 w Krakowie

Symulacja została zaprojektowana w oparciu o dane dotyczące przebiegu powodzi z maja 2010 roku w Krakowie. Model obejmuje obszar śródmieścia, przy czym w siatce numerycznej wyróżniono:

- kanały komunikacyjne (drogi) pobrane z serwisu OpenStreetMap,
- rzekę Wisłę (warstwa `waterway=river, name=Wisła/Vistula`),
- cyfrowy model wysokości terenu (DEM) połączony z kilku sąsiednich kafli w układzie ETRF2000-PL.

Każda komórka siatki odpowiada fragmentowi terenu o rozdzielczości $\approx 10\text{--}20$ metrów po przeskalowaniu. Wartości wysokości ($h_{i,j}$) i słupa wody ($w_{i,j}$) są wyrażone w **metrach**. Oznacza to, że np. $w_{i,j} = 0.3$ odpowiada 30 cm wody.

4.1 Scenariusz opadowy

Dla odwzorowania przebiegu powodzi przyjęto czterofazowy scenariusz opadu odzwierciedlający dane historyczne z maja 2010 roku (łączna suma ≈ 141 mm):

- 6 godzin opadu o natężeniu 6 mm/h (pierwszy front),
- 12 godzin o natężeniu 3 mm/h (utrzymujący się deszcz),
- 3 godziny o natężeniu 15 mm/h (szczyt opadu),
- 6 godzin o natężeniu 4 mm/h (zanik opadu).

Opad jest dodawany w przeliczeniu na przyrost słupa wody w metrach:

$$\Delta w = \frac{\text{mm}/\text{h}}{1000} \cdot \frac{\Delta t}{3600} \quad (6)$$

gdzie $\Delta t = 600$ s (10 minut) jest długością kroku czasowego symulacji.

4.2 Zjawisko przelania wałów wiślanych

W modelu zaimplementowano mechanizm „hydrologicznego wydarzenia krytycznego”, odwzorowujący realne przerwanie wałów w rejonie krakowskiego portu rzecznego w 2010 roku. Założono, że średni poziom wody w Wiśle przekraczający 1.5 m oznacza przelanie wałów:

$$\text{if } \overline{w_{\text{Wiśla}}} > 1.5 \text{ m} \Rightarrow \text{overflow event.} \quad (7)$$

Po aktywacji tego zdarzenia:

- współczynnik przepływu k zostaje zwiększyony ($k = 0.25$),
- do komórek przylegających do koryta Wisły dodawany jest nagły przyrost wody (+0.4 m),

- w konsoli symulacji generowany jest komunikat:

```
*** UWAGA: Wisła PRZELAŁA WAŁY! (krok = t, czas = t * 10 minut) ***
```

Zjawisko to skutkuje gwałtownym rozaniem wody poza maskę koryta rzeki, odwzorowując efekt lokalnego przerwania wałów i dynamicznego zalania terenów przyległych.

4.3 Wizualizacja wyników

Dla każdego kroku t (co 20 iteracji) wyświetlany jest stan symulacji obejmujący:

- mapę wysokości terenu (kolorystyka `terrain`),
- głębokość wody (kolorystyka `Blues`),
- maskę dróg (`binary`) oraz krawędzie dróg (kontury),
- dwie legendy z opisem wysokości terenu [m n.p.m.] i głębokości wody [m].

Taki sposób wizualizacji pozwala śledzić rozwój fali powodziowej, zobaczyć pierwsze podtopienia oraz moment przelania Wisły, po którym woda gwałtownie rozlewa się w kierunku centrum miasta.