



Power System Operation : Load Flow calculation

01/10/2025

Auteurs : Anthony PEUJIO
Sidi DAGNON
Mireille NGUEPTCHOUANG

Superviseur : Monsieur Raphael CAIRE

Table des matières

Introduction	3
Lab n°2 : Contexte et objectifs de l'étude.....	3
PART I – Définition d'un plan de production minimisant les coûts.....	3
PART II – Définition d'un plan de production minimisant les pertes	8
PART III : Définition d'un plan de production maximisant le coefficient de lestage (taux de clients alimentés)	10
Lab n°3 : Contexte et objectifs de l'étude.....	12
Partie 1 : minimisation des pertes par méthode de recherche exhaustive.....	12
Partie 2 : Minimisation des pertes avec fmincon	14
Partie 3 : Minimisation des coûts avec fmincon.....	16
Conclusion	17
Executive summary.....	18
Annexe 1 : Labn°2 – PART III – scénarios 3.2 et 3.3.....	19
Annexe 2 : Simulations des contraintes de tension et de puissance	20

Introduction

Un réseau électrique doit garantir en permanence l'équilibre entre l'offre et la demande afin d'assurer une alimentation continue des charges. Or cet équilibre est soumis à de fortes contraintes : variabilité de la consommation, coûts de production, limites de tension et de puissance des lignes, ainsi que les indisponibilités liées à la maintenance ou aux défaillances de certaines lignes ou équipements. Pour faire face à ces défis constants et éviter toute coupure de charge, il est essentiel de définir des plans de production optimaux tenant compte des contraintes du réseau. Cette optimisation repose sur le calcul de répartition des charges (Load Flow), qui permet à travers un calcul des différents paramètres sur un réseau de trouver une répartition de production la plus adaptée à un instant donné. Le présent rapport rend compte des travaux réalisés sur différents scénarios d'étude. Ces analyses mettent en évidence l'apport des méthodes de calcul et d'optimisation pour réduire les coûts, limiter les pertes et renforcer la fiabilité du réseau électrique.

Lab n°2 : Contexte et objectifs de l'étude

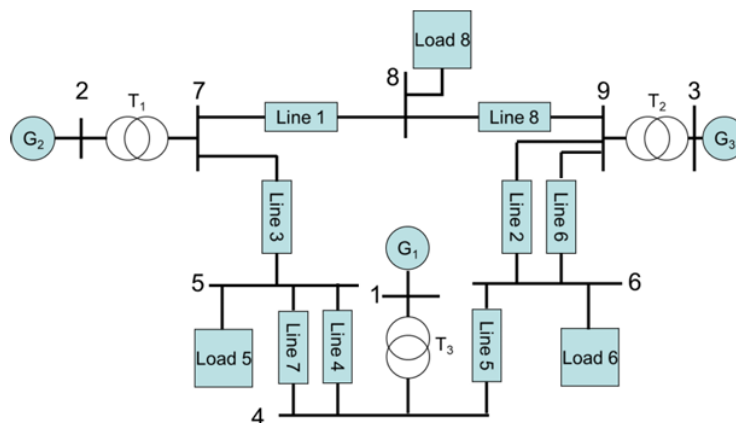
Cette étude vise à identifier, selon les différents scénarios rencontrés, le plan de production optimal permettant d'améliorer la performance globale du réseau. L'objectif est triple :

- **Réduction des coûts de production** : en appliquant l'ordre de mérite et en limitant les pertes sur le réseau, il devient possible d'éviter le surdimensionnement des installations, ce qui se traduit par une baisse significative des coûts.
- **Amélioration de la fiabilité et de la rentabilité** : la réduction des pertes permet d'améliorer le rendement des installations et donc la rentabilité.
- **Garantir la disponibilité optimale de l'énergie en cas d'incident** : en cas de perte de lignes, le plan optimal doit permettre de garantir l'approvisionnement du plus grand nombre de clients tout en assurant la stabilité du réseau.

PART I – Définition d'un plan de production minimisant les coûts

Dans cette partie, il était question de déterminer un plan de production optimal du réseau visant à répondre à la demande tout en minimisant les coûts et en résolvant les problèmes de congestion de lignes.

Le réseau étudié alimente trois charges réparties sur les nœuds 5, 6 et 8, avec une demande totale de 475 MW et 175 MVar.



Les prix d'appel et les puissances apparentes des 3 moyens de production sont différents. Ils sont définis dans le tableau ci-dessous :

Numéro de nœud	Prix (€)	Puissance apparente (Sn)
Bus 1/G1	25€/MWh	Max 3 pu
Bus 2 /G2	75€/MWh	Max 3 pu
Bus 3 / G3	50€/MWh	Max 2 pu

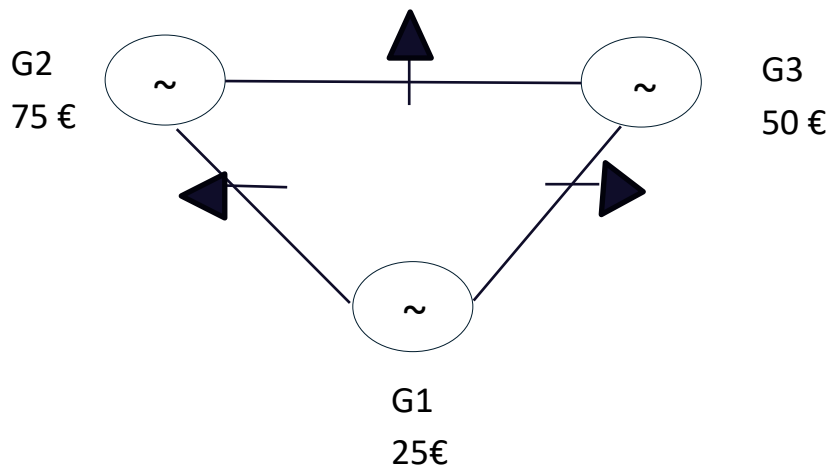
Les limites réglementaires des tensions sont de $\pm 10\%$ selon l'EN-EC 50-160.

Scénario I.1 : Puissances maximales admissibles ($S_n \max$) importantes et égales sur l'ensemble des lignes

Contexte :

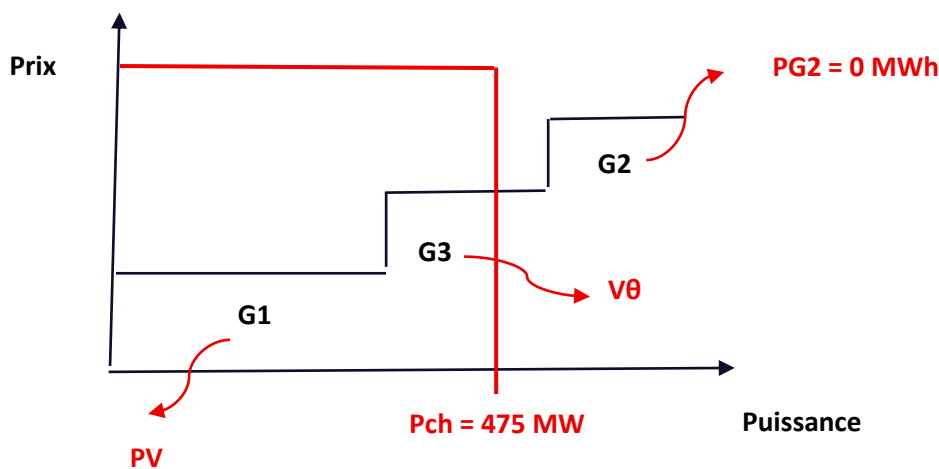
Nous considérons les paramètres du réseau ci-dessus. Dans un premier temps, $S_n \max$ est fixé à 9.9 sur toutes les lignes. Nous souhaitons un plan de production répondant à la demande au moindre coût en s'assurant de maintenir le réseau dans les limites de fonctionnement acceptables.

Schéma représentatif :



Méthode :

Nous utilisons l'ordre de mérite pour déterminer l'ordre d'appel des moyens de production. Nous appelons en priorité les centrales les moins coûteuses, puis celles dont le coût est le plus élevé. Dans notre cas, nous obtenons :



D'après notre analyse, nous obtenons le plan de production suivant :

- Le générateur 1 sera réglé à pleine puissance soit $PG1 = 300 \text{ MWh} = 3 \text{ pu}$, il sera donc défini comme un nœud PV de type 2

- Le générateur 3 permettra de compléter la demande (175 MW) plus les pertes que nous ne pouvons évaluer pour l'instant. Ainsi, il sera un nœud V θ de type 1. Sa puissance sera calculée par le script de Load Flow.
- Le générateur 2 ne sera pas sollicité, soit PG2 = 0 MWh. Il sera donc un nœud PV.

Nous pouvons donc compléter les informations dans le script de Load Flow pour calculer les paramètres restants à savoir QG1, θ G1, QG2, θ G2, PG3, QG3

```
% Nœud 1 : Générateur de type nucléaire (25 €/MWh) + centrale éolienne 0.7 pu non dispatchable
P1=3.00;V1=1.05;T1=2;
% Nœud 2 : Générateur de type nucléaire TAG (75 €/MWh)
P2=0;V2=1.07;T2=2;
% Nœud 3 : Générateur de type nucléaire thermique à charbon (50 €/MWh)
P3=0;V3=1.03;T3=1;
```

Résultats et analyse :

L'exécution du script général nous permet d'obtenir les résultats suivants :

LOAD-FLOW STUDY REPORT OF POWER FLOW COMPUTATIONS						
IFPSchool Rueil Malmaison the 30-Sep-2025						
Iteration NR : 4 itérations						
Active Losses : 0.116333 pu						
Computation time: 0.017 sec						
NOEUD	TENSION	ANGLE	GENERATION		CHARGE	
			ACTIF	REACTIF	ACTIF	REACTIF
1.0000	1.0500	4.5077	3.0000	0.8419	0	0
2.0000	1.0700	-11.4525	0.0000	0.3330	0	0
3.0000	1.0300	0	1.8663	0.0345	0	0
4.0000	1.0172	-4.8029	0	0	0.0000	-0.0000
5.0000	1.0078	-10.9723	0	0	1.2500	0.5000
6.0000	0.9484	-13.6695	0	0	2.5000	0.9000
7.0000	1.0506	-11.4525	0	0	-0.0000	-0.0000
8.0000	1.0302	-11.3596	0	0	1.0000	0.3500
9.0000	1.0335	-5.8969	0	0	0.0000	-0.0000
TRANSITS DE PUISSANCE						
LIGNE	DU NOEUD	AU NOEUD	ACTIF	REACTIF	APPARENT	DEF
1.0000	7.0000	8.0000	0.0106	0.2142	0.3698	0
2.0000	9.0000	6.0000	0.4325	-0.0052	0.4998	0
3.0000	7.0000	5.0000	-0.0106	0.1127	0.4256	0
4.0000	5.0000	4.0000	-0.6315	-0.0373	0.6439	0
5.0000	6.0000	4.0000	-1.6673	-0.3472	1.7887	0
6.0000	9.0000	6.0000	0.4325	-0.0052	0.4998	0
7.0000	5.0000	4.0000	-0.6315	-0.0373	0.6439	0
8.0000	8.0000	9.0000	-0.9901	0.0197	1.0121	0
9.0000	1.0000	4.0000	3.0000	0.8419	3.1159	0
10.0000	2.0000	7.0000	0.0000	0.3330	0.3330	0
11.0000	3.0000	9.0000	1.8663	0.0345	1.8730	0

Nous pouvons conclure que le plan de production choisi permet de répondre à la demande au moindre coût (**coût total = 16 831 €**) dans le respect des limites de tension de $\pm 10\%$ et sans dépassement par rapport à la puissance maximale sur les lignes fixée à 9.9 pu. Le réseau reste stable et conforme aux normes

Scénario I.2 : Réduction des puissances maximales admissibles sur certaines lignes

Contexte :

Les puissances maximales transmissibles sur les lignes 4, 5 et 7 sont fortement réduites : $S_{nmax}(L4) = 0.5$ pu ; $S_{nmax}(L5) = 0.9$ pu ; $S_{nmax}(L7) = 0.5$ pu. Le plan de production doit donc répondre à la demande au moindre coût dans un contexte où les puissances maximales admissibles des lignes 4,5 et 7 sont réduites.

Méthode :

Etape 1 : Modification des S_{max} (L4, L5, L7)

Le plan de production du scénario précédent est conservé comme base puisqu'il répond à une partie de notre objectif à savoir la minimisation des coûts. Nous modifions donc le script afin d'intégrer les nouvelles contraintes S_n max des lignes 4,5,7 comme suit :

```
% Puissances maximales déclarées pour les différentes lignes
%          L1      L2      L3      L4      L5      L6      L7      L8      T1      T2      T3
Smax_pu = [ 9.9    9.9    9.9    0.5    0.9    9.9    0.5    9.9    9.9    9.9    9.9];
[nline,toto]=size(Smax_pu);
```

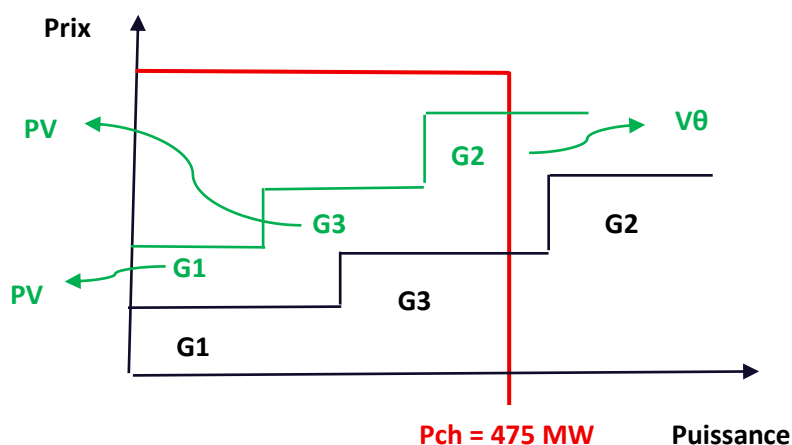
Après avoir exécuté la nouvelle script, nous remarquons des dépassements sur les lignes 4,5 et 7 comme vous pouvez le voir sur l'image ci-dessous :

NOEUD	TENSION	ANGLE	GENERATION		CHARGE	
			ACTIF	REACTIF	ACTIF	REACTIF
1.0000	1.0500	4.5077	3.0000	0.8419	0	0
2.0000	1.0700	-11.4525	0.0000	0.3330	0	0
3.0000	1.0300	0	1.8663	0.0345	0	0
4.0000	1.0172	-4.8029	0	0	0.0000	-0.0000
5.0000	1.0078	-10.8723	0	0	1.2500	0.5000
6.0000	0.9484	-13.6695	0	0	2.5000	0.9000
7.0000	1.0506	-11.4525	0	0	-0.0000	-0.0000
8.0000	1.0302	-11.3596	0	0	1.0000	0.3500
9.0000	1.0335	-5.8969	0	0	0.0000	-0.0000

LIGNE	TRANSITS DE PUISSANCE					
	DU NOEUD	AU NOEUD	ACTIF	REACTIF	APPARENT	DEP
1.0000	7.0000	8.0000	0.0106	0.2142	0.3698	0
2.0000	9.0000	6.0000	0.4325	-0.0052	0.4998	0
3.0000	7.0000	5.0000	-0.0106	0.1127	0.4256	0
4.0000	5.0000	4.0000	-0.6315	-0.0373	0.6439	1.0000
5.0000	6.0000	4.0000	-1.6673	-0.3472	1.7887	1.0000
6.0000	9.0000	6.0000	0.4325	-0.0052	0.4998	0
7.0000	5.0000	4.0000	-0.6315	-0.0373	0.6439	1.0000
8.0000	8.0000	9.0000	0.0001	0.0107	1.0121	0
9.0000	1.0000	4.0000	3.0000	0.8419	3.1159	0
10.0000	2.0000	7.0000	0.0000	0.3330	0.3330	0
11.0000	3.0000	9.0000	1.8663	0.0345	1.8730	0

Nous remarquons qu'en restant sur le même plan de production que le précédent scénario tout en modifiant les S_{max} des lignes 4,5 et 7, il apparaît des dépassements sur ces dernières car elles sont sollicitées au-delà de leurs limites admissibles c'est-à-dire que le courant envoyé sur ces lignes est trop important. Nous décidons donc de revoir le plan de production du réseau.

Etape 2 : Nouveau plan de production



- G1 reste en nœud PV
- G3 passe en nœud PV car au scénario I.1, nous avons réussi à estimer les pertes et donc à évaluer la valeur exacte de la puissance du générateur 3.
- G2 passe en nœud V₀ pour servir de réserve.

En vert : nouveau plan de production

En noir : ancien plan de production

Etape 3 : Maximisation de PG1 et réglage des paramètres PG3, V1, V2 et V3

A cette étape, l'idée est de décongestionner les lignes 4,5 et 7 tout en gardant en tête la minimisation des coûts et le respect des limites de tension admissibles sur l'ensemble du réseau.

Pour se faire nous avons effectué plusieurs itérations afin de maximiser PG1 tout en agissant sur les paramètres PG3, V1, V2 et V3 jusqu'à ce qu'il n'y ait plus aucun dépassement.

Résultats et analyse :

Nous en sommes arrivés aux paramètres suivants :

PG1	PG3	PG2	V1	V2	V3	Dépassement
3	V0	0	1.1	1.1	1.1	OUI (L4, L5 & L7)
2	2	V0	1.1	1.1	1.1	OUI(L5), Aucun (L4 & L7)
1	2	V0	1.1	1.1	1.1	OUI (L5)
0.7	2	V0	1.1	1.1	1.1	OUI (L5)
0.7	2	V0	1	1.1	1.1	OUI (L5)
0.69	2	V0	0.97	1.1	1.1	OUI (L5)
0.68	2	V0	0.97	1.1	1.1	OUI (L5)
0.66	2	V0	0.96	1.1	1.1	Aucun

% Noeud 1 : Générateur de type nucléaire (25 €/MWh) + centrale éolienne 0.7 pu non dispatchable
P1=0.66;V1=0.96;T1=2;

% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire TAG (75 €/MWh)
P2=2;V2=1.1;T2=1;

% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire thermique à charbon (50 €/MWh)
P3= 2;V3=1.1;T3=2;

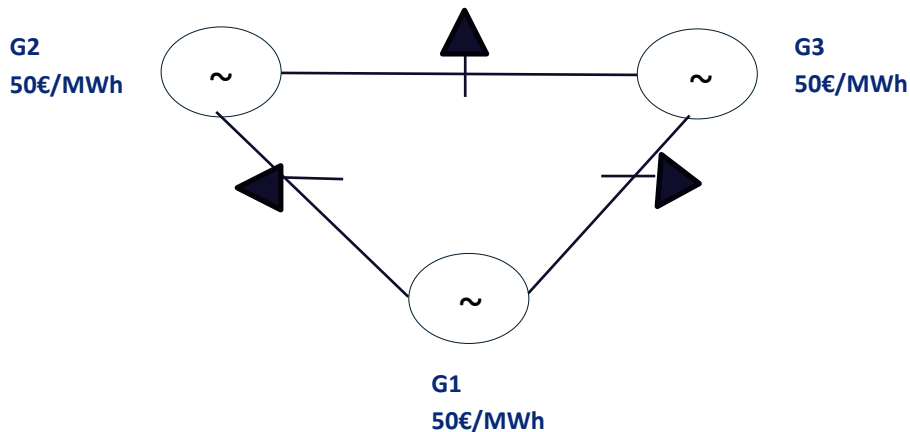
TRANSITS DE PUISSANCE						
LIGNE	DU NOEUD	AU NOEUD	ACTIF	REACTIF	APPARENT	DEP
1.0000	7.0000	8.0000	0.8120	-0.0063	0.8159	0
2.0000	9.0000	6.0000	0.9032	0.2235	0.9305	0
3.0000	7.0000	5.0000	1.5099	0.4189	1.5669	0
4.0000	5.0000	4.0000	0.0930	-0.0694	0.1287	0
5.0000	6.0000	4.0000	-0.8297	-0.3432	0.8978	0
6.0000	9.0000	6.0000	0.9032	0.2235	0.9305	0
7.0000	5.0000	4.0000	0.0930	-0.0694	0.1287	0
8.0000	8.0000	9.0000	-0.1930	-0.2302	0.3004	0
9.0000	1.0000	4.0000	0.6600	0.1430	0.6753	0
10.0000	2.0000	7.0000	2.3218	0.7177	2.4302	0
11.0000	3.0000	9.0000	2.0000	0.6601	2.1061	0

En conclusion, nous souhaitons répondre à la demande à moindre coût avec des contraintes de puissances maximales admissibles limitées sur certaines lignes. Il en ressort que des S_{max} limitées peuvent causer des congestions sur des lignes. Décongestionner une ligne revenant soit à réduire la puissance active du générateur alimentant cette ligne, soit à réduire la puissance réactive consommée par cette dernière. Dans notre cas, la réduction de PG1 n'a pas suffi à décongestionner l'ensemble des lignes. Nous avons donc également agi sur les tensions des générateurs en amont et en aval des lignes congestionnées à savoir G1 et G3 afin de réduire le transit de puissance réactive selon la fonction $\Delta \bar{v} = f(Q)$. Ainsi, en maximisant PG1 (en la réduisant) par itération et en réduisant V1 pour jouer sur la chute de tension, nous avons pu retrouver la stabilité du réseau tout en maintenant un coût de production minimal.

PART II – Définition d'un plan de production minimisant les pertes

Contexte :

Dans cette partie, l'objectif est d'identifier un plan de production qui permet de réduire au maximum les pertes énergétiques sur le réseau. Dans cette partie, l'objectif est d'identifier un plan de production qui permet de réduire au maximum les pertes énergétiques sur le réseau.



Les puissances actives maximales des générateurs restent limitées à G1 : 3 pu, G2 : 3 pu et G3 : 2 pu.

Méthode :

Etape 1 : Réduction du courant circulant sur les lignes.

Perte sur une ligne = $RI^2 \Rightarrow$ Pertes sur plusieurs lignes = $\sum_1^l R_l I_l^2$

Minimiser les pertes sur les lignes revient donc soit à minimiser I_l^2 ou R_l

Or R_l est fixe car lié à l'architecture de la ligne ; $R_l = \frac{l \times \rho}{S}$

Alors, diminuer les pertes revient essentiellement à diminuer I_l^2 et assurer le transit de puissance sur les lignes les moins résistives.

Or $I_l = f(I_g ; I_{ch})$ Ainsi, pour diminuer le courant I_l au niveau des lignes, il faut soit diminuer le courant I_g généré par le générateur ou réduire le courant I_{ch} appelé par la charge.

Or, $S_{ch} = V_{ch} \times I_{ch}^*$. A $S_{ch} = \text{cste}$, Réduire I_{ch}^* reviendrait à augmenter V_{ch}

Dans notre étude, les charges sont connectées aux nœuds 5, 6 et 8. Ainsi, augmenter la tension des charges revient à augmenter la tension au niveau de ces nœuds, soit augmenter V1, V2 et V3.

Etape 2 : Utilisation de la méthode des gradients pour calculer l'optimum minimal des pertes

La seconde approche consiste à minimiser les pertes à travers une méthode mathématique visant à effectuer une recherche itérative et progressive successivement dans deux directions. Vu que la fonction des pertes est un polynôme de second degré et donc une fonction quadratique, l'obtention de son optimum peut ainsi se faire grâce à la méthode des gradients. S'agissant du choix du plan de production pour cette étude, il a été fait aléatoirement vu que les trois centrales ont les mêmes coûts de production. Nous avons ainsi choisi G1 et G3 comme nœuds PV et G2 comme nœud V0. Pour rechercher la valeur des pertes minimums, nous avons donc procédé de la manière suivante :

- Choix d'une direction de recherche (horizontal) à l'occurrence PG1 dans notre cas. Nous avons progressivement augmenté la valeur de PG1 par pas fixe jusqu'à l'observation d'une réaugmentation des pertes.
- Puis, nous avons changé de direction de recherche (vertical) en réduisant la valeur de PG3

Résultats et analyse :

Dans un premier temps, nous avons fixé V1, V2, V3 à leurs valeurs maximums. Cela nous a permis de constater une diminution des pertes. Nous sommes ainsi passés d'une valeur de $P_{losses} = 0.23183 \text{ pu}$ dans la partie I à une valeur de $P_{losses} = 0.1908 \text{ pu}$. Dans un second temps, la méthode des gradients nous a permis d'obtenir les résultats suivants :

PG1	PG3	P_loss
0.66	2	0.190841
0.71	2	0.1855
0.76	2	0.1803
0.81	2	0.1753
0.86	2	0.1704
0.91	2	0.1658
0.96	2	0.16
1.1	2	0.1497
1.6	2	0.1181
2.1	2	0.1009
2.55	2	0.0967
2.6	2	0.0969
2.55	1.9	0.0947
2.55	1.7	0.0916
2.55	1.6	0.0905
2.55	1.4	0.0892
2.55	1.3	0.0891
2.55	1.22	0.0892
2.55	1.2	0.0892
2.55	1.1	0.0897

Finalement, nous avons fait le choix du plan de production suivant : **PG1 = 2.55 pu, PG3 = 1.3 pu.**

Ce qui nous a permis d'obtenir **P_loss = 0.0891 pu.**

```
% Noeud 1 : Générateur de type nucléaire (25 €/MWh) + centrale éolienne 0.7
P1=2.55;V1=1.1;T1=2;
% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire TAG (75 €/MWh)
P2=0.25*3;V2=1.1;T2=1;
% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire thermique à charbon (50 €/MWh)
P3=1.3;V3=1.1;T3=2;
```

Toutefois, nous avons constaté des surtensions au niveau des nœuds 7 et 9 connectés à G2 et G3.

NOEUD	TENSION	ANGLE	GENERATION		CHARGE	
			ACTIF	REACTIF	ACTIF	REACTIF
1.0000	1.1000	4.8684	2.5500	0.5322	0	0
2.0000	1.1000	0	0.9891	0.0021	0	0
3.0000	1.1000	0.6232	1.3000	-0.0330	0	0
4.0000	1.0804	-2.2309	0	0	-0.0000	-0.0000
5.0000	1.0700	-5.8328	0	0	1.2500	0.5000
6.0000	1.0247	-9.8989	0	0	2.5000	0.9000
7.0000	1.1013	-2.9249	0	0	0.0000	-0.0000
8.0000	1.0920	-4.9124	0	0	1.0000	0.3500
9.0000	1.1039	-2.9736	0	0	-0.0000	-0.0000

Nous avons donc réduit V3 au niveau de G3 afin d'agir sur ces surtensions. Ainsi, nous avons réduit progressivement V3 et effectué des tests jusqu'à arriver à la valeur $V3 = 1.092$.

```
% Noeud 1 : Générateur de type nucléaire (25 €/MWh) + centrale éolienne 0.7
P1=2.55;V1=1.1;T1=2;
% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire TAG (75 €/MWh)
P2=0.25*3;V2=1.1;T2=1;
% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire thermique à charbon (50 €/MWh)
P3=1.3;V3=1.092;T3=2;
```

NOEUD	TENSION	ANGLE	GENERATION		CHARGE	
			ACTIF	REACTIF	ACTIF	REACTIF
1.0000	1.1000	4.8527	2.5500	0.5594	0	0
2.0000	1.1000	0	0.9895	0.0308	0	0
3.0000	1.0920	0.7078	1.3000	-0.0704	0	0
4.0000	1.0790	-2.2559	0	0	-0.0000	-0.0000
5.0000	1.0684	-5.8604	0	0	1.2500	0.5000
6.0000	1.0213	-9.9470	0	0	2.5000	0.9000
7.0000	1.0997	-2.9305	0	0	0.0000	-0.0000
8.0000	1.0884	-4.9117	0	0	1.0000	0.3500
9.0000	1.0980	-2.9350	0	0	-0.0000	-0.0000

Nous avons donc réussi à éliminer les surtensions. Nouveau **P_loss** = **0.0895** pu dû à la réduction de la tension. En conclusion, la méthode des gradients nous permet d'adopter un plan de production optimal minimisant les pertes. Ce qui est intéressant car moins nous avons des pertes sur le réseau, plus le rendement η est amélioré et ainsi les coûts de production sont réduits. Nous gagnons donc en rentabilité.

$$\eta = \frac{\text{facturé (client)}}{\text{Ce que ça coûte (producteur)}} = \frac{3VI \cos\phi}{3VI \cos\phi + 3RI^2} \quad \text{Donc si } 3RI^2 \text{ diminue, alors } \eta \text{ augmente.}$$

PART III : Définition d'un plan de production maximisant le coefficient de lestage (taux de clients alimentés)

Contexte : La ligne 6 (L6) n'est plus opérationnelle. Le flux de puissance dans les deux lignes restantes alimentant la charge 6 n'est pas suffisant pour l'alimenter. L'objectif de cette partie est d'avoir le minimum de clients déconnectés au niveau de la charge 6, alors que les puissances apparentes sont limitées dans certaines lignes. Pour se faire, il faut maximiser le coefficient de lestage.

Line	Sn max (pu)
2	0.4
5	2
Other lines	Original settings

Résultats et analyse :

Nous avons opté pour le même plan de production que le scénario I.2 à savoir : G1 et G3 en nœud PV et G2 en nœud V0. Pour maximiser ce coefficient de lestage, il faut faire passer le transit de puissance sur les autres lignes (L2 et L5) alimentant la charge 6 Tout en respectant leurs puissances maximales admissibles.

Pour cela, nous avons passé L6 à 0, modifié les valeurs de Sn max et fixé le coefficient de lestage à 0.65 comme valeur de référence de l'analyse. Puis, nous avons lancé le calcul de load flow. Nous avons progressivement agi sur les paramètres P1, P3, V1, V2 afin de corriger les dépassements survenus lors de l'optimisation. Sur l'image ci-dessous, nous pouvons apercevoir les dépassements constatés quand le coefficient de lestage = 0.65.

```

% Noeud 1 : Générateur de type nucléaire (25 €/MWh) + centrale éolienne 0.7 pu non dispatchab
P1=2.7;V1=1.1;T1=2;
% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire TAG (75 €/MWh)
P2=3.00;V2=1.1;T2=1;
% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire thermique à charbon (50 €/MWh)
P3=1.2;V3=1.094;T3=2;
%COEFFICIENT DE LESTAGE
shedding=0.65;
% Définition des noeuds "charge"
Pqp5=1.25;Pqp5=0.50; % charge du noeud 5
Pqp6=2.5*shedding;Pqp6=0.90*shedding; % charge du noeud 6
Pqp8=1.00;Pqp8=0.35; % charge du noeud 8

```

NOEUD	TENSION	ANGLE	GENERATION		CHARGE	
			ACTIF	REACTIF	ACTIF	REACTIF
1.0000	1.1000	13.5721	2.7000	0.4796	0	0
2.0000	1.1000	0	0.0351	0.0560	0	0
3.0000	1.0940	7.4352	1.2000	-0.0647	0	0
4.0000	1.0841	6.0788	0	0	-0.0000	-0.0000
5.0000	1.0715	0.5835	0	0	1.2500	0.5000
6.0000	1.0386	-0.1033	0	0	1.6250	0.5850
7.0000	1.0968	-0.1042	0	0	0.0000	-0.0000
8.0000	1.0866	-0.3432	0	0	1.0000	0.3500
9.0000	1.0993	4.0833	0	0	-0.0000	-0.0000

LIGNE	TRANSITS DE PUISSANCE					
	DU NOEUD	AU NOEUD	ACTIF	REACTIF	APPARENT	DEP
1.0000	7.0000	8.0000	0.0863	0.0564	0.2477	0
2.0000	9.0000	6.0000	0.2776	-0.0748	0.4100	1.0000
3.0000	7.0000	5.0000	0.0512	0.0007	0.3580	0
4.0000	5.0000	4.0000	-0.6511	-0.0729	0.6620	0
5.0000	6.0000	4.0000	-1.3536	-0.2777	1.4071	0
6.0000	9.0000	6.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0
7.0000	5.0000	4.0000	-0.6511	-0.0729	0.6620	0
8.0000	8.0000	9.0000	-0.9139	-0.1178	0.9243	0
9.0000	1.0000	4.0000	2.7000	0.4796	2.7423	0
10.0000	2.0000	7.0000	0.0351	0.0560	0.0661	0
11.0000	3.0000	9.0000	1.2000	-0.0647	1.2076	0

Nous avons constaté qu'en augmentant le coefficient de lestage, de nouveaux dépassements sont apparus par la même occasion. Le défi était donc double, sauver le plus grand nombre de clients tout en s'assurant de la fiabilité de notre réseau. En définitive, nous avons réussi à obtenir un coefficient de lestage de 0.85. Nous avons donc pu sauver 85 % des clients tout en maintenant le réseau dans un état de bon fonctionnement.

Active Losses : 0.104224 pu
Computation time: 0.017 sec

```

% Noeud 1 : Générateur de type nucléaire (25 €/MWh) + centrale éolienne 0.7 pu non dispatchab
P1=2.4;V1=1.1;T1=2;
% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire TAG (75 €/MWh)
P2=3.00;V2=1.1;T2=1;
% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire thermique à charbon (50 €/MWh)
P3=0.1;V3=0.99;T3=2;
%COEFFICIENT DE LESTAGE
shedding=0.85;
% Définition des noeuds "charge"
Pqp5=1.25;Pqp5=0.50; % charge du noeud 5
Pqp6=2.5*shedding;Pqp6=0.90*shedding; % charge du noeud 6
Pqp8=1.00;Pqp8=0.35; % charge du noeud 8
% Définition des lignes non connectées (1 pour connectée, 0 pour déconnectée)
L6=0; % Ligne 6 connectée ou non
L7=1; % Ligne 7 connectée ou non

```

NOEUD	TENSION	ANGLE	GENERATION		CHARGE	
			ACTIF	REACTIF	ACTIF	REACTIF
1.0000	1.1000	-2.5551	2.4000	0.9858	0	0
2.0000	1.1000	0	1.9792	0.5468	0	0
3.0000	0.9900	-11.3577	0.1000	-0.3958	0	0
4.0000	1.0559	-9.3907	0	0	-0.0000	-0.0000
5.0000	1.0414	-11.7540	0	0	1.2500	0.5000
6.0000	0.9657	-18.2109	0	0	2.1250	0.7650
7.0000	1.0748	-6.0057	0	0	-0.0000	-0.0000
8.0000	1.0361	-10.4693	0	0	1.0000	0.3500
9.0000	1.0134	-11.6923	0	0	0.0000	-0.0000

LIGNE	TRANSITS DE PUISSANCE					
	DU NOEUD	AU NOEUD	ACTIF	REACTIF	APPARENT	DEP
1.0000	7.0000	8.0000	1.2600	0.3907	1.3232	0
2.0000	9.0000	6.0000	0.3455	-0.1023	0.3945	0
3.0000	7.0000	5.0000	0.7192	-0.0617	0.7343	0
4.0000	5.0000	4.0000	-0.2727	-0.1465	0.3096	0
5.0000	6.0000	4.0000	-1.7891	-0.5582	1.9924	0
6.0000	9.0000	6.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0
7.0000	5.0000	4.0000	-0.2727	-0.1465	0.3096	0
8.0000	8.0000	9.0000	0.2466	0.0936	0.3903	0
9.0000	1.0000	4.0000	2.4000	0.9858	2.5946	0
10.0000	2.0000	7.0000	1.9792	0.5468	2.0534	0
11.0000	3.0000	9.0000	0.1000	-0.3958	0.4179	0

Nous avons donc opté pour le plan de production **PG1 = 2.4 pu**, **PG2 = 1.9792 pu** et **PG3 = 0.1 pu**. En conclusion, nous avons privilégié ce plan de production dans le but principal de garantir l'alimentation du maximum de clients, en acceptant un coût de production légèrement supérieur afin de réduire le coût toute pénalité liée à une interruption de service.

En maintenant le load shedding à 0,65, les pénalités s'élèveraient à 875 000 €. En revanche, en l'augmentant à 0,85, celles-ci diminuent considérablement pour atteindre 375 000 €, permettant ainsi une réduction significative des coûts associés.

$$penalty = Pcharge - (Pcharge * Load shedding) \\ * non supplier energy cost$$

Les résultats des scénarios 3.2 et 3.2 sont présentés en [annexe 1](#).

Lab n°3 : Contexte et objectifs de l'étude

Cette étude vise à identifier la meilleure méthode entre la résolution par la recherche exhaustive (calcul manuel) et l'algorithme d'optimisation automatique sur Matlab afin de minimiser les coûts et les pertes sur le réseau. Les formules OPF (Optimum Power Flow) avec la fonction objective pour cette optimisation sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sum RI^2 \\ \text{équations Load Flow} \\ 0.9 < Vi < 1.1 ; S_L < S_{Lmax} ; P_{slackmin} < P_{slack} < P_{slackmax} \end{array} \right.$$

Partie 1 : minimisation des pertes par méthode de recherche exhaustive

Dans le scénario 2 du labn°2, nous avons pu obtenir une valeur minimale de Plosses = 0.0891 à travers la méthode des gradients. Pour cela, nous avons trouvé une valeur par tâtonnement en variant les paramètres. Dans cette étude, nous allons effectuer un balayage sur toutes les configurations possibles des valeurs de P2 et P3 qui constituent nos nœuds PV.

Méthode :

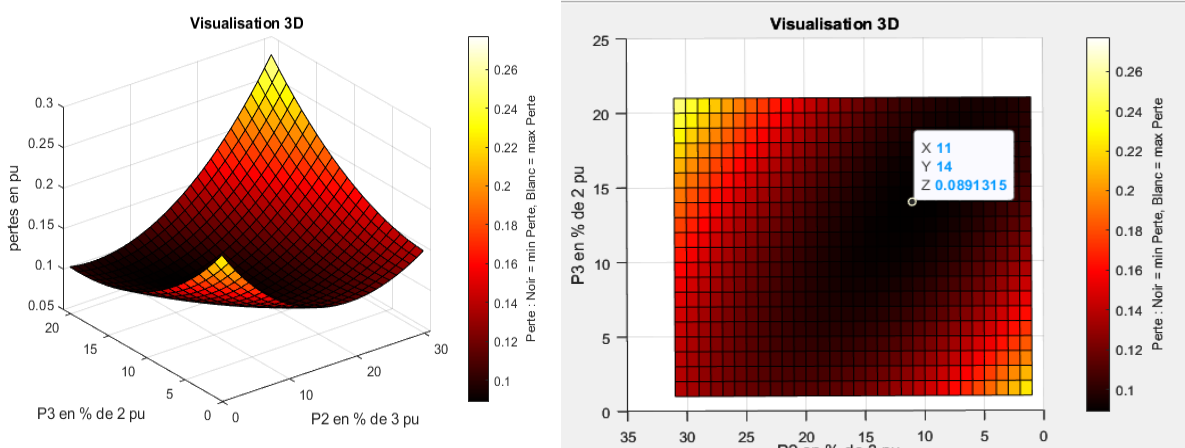
Pour cela, nous avons établi une matrice de pertes en fonction de P2 et P3. Cette matrice est obtenue en faisant varier P2 et P3 d'un pas de 0,1. Ainsi, la valeur minimale des pertes correspond à la valeur minimale de la matrice. Nous étudierons 2 cas de figures : dans un premier temps sans contraintes et dans un second temps avec contraintes

Résultats et analyse :

Cas 1 : Minimisation des pertes sans contraintes de tension +- 10% et de puissance Pslack

La variation des valeurs de P2 et P3 nous a permis d'avoir une matrice de toutes les pertes possibles pour notre pas de 0.1. Toutes ces pertes peuvent être visualisées sur le graphe 3D ci-dessous. Les zones noires au niveau de creux du graphe convexe correspondent aux pertes minimales. En appliquant la **fonction min** de Matlab sur la matrice des pertes, nous sommes parvenus à une valeur optimale de pertes de l'ordre de 0.0888 pu avec P2 = 0.90 pu et P3 = 1.30 pu.

```
Minimum de P_lossess = 0.0888 pu  
Correspond à P2 = 0.90 pu, P3 = 1.30 pu  
>>
```

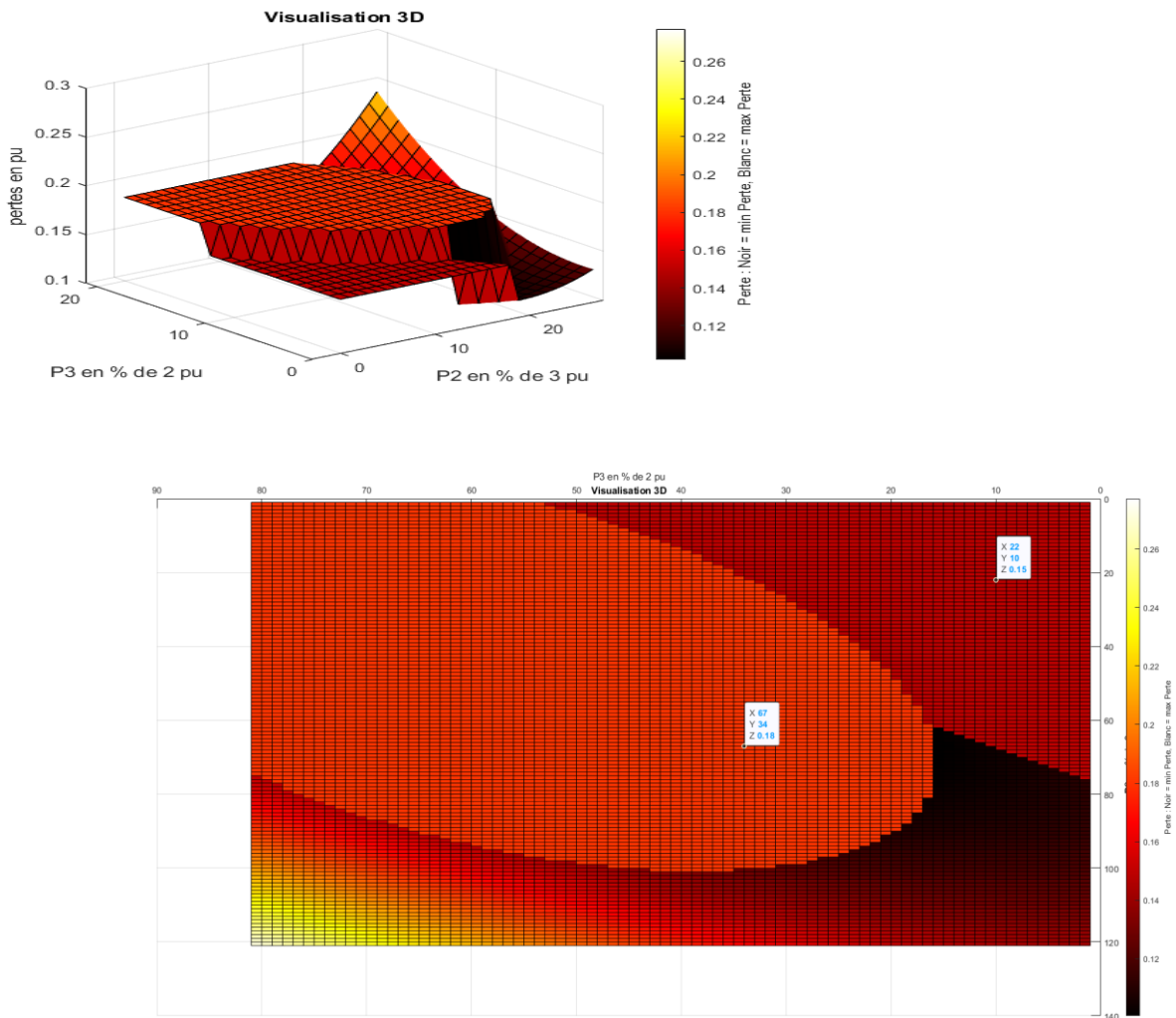


Cas 2 : Minimisation des pertes avec les contraintes de tension $\pm 10\%$ et de puissance Pslack

Dans ce cas, nous avons effectué une optimisation en considérant les contraintes de tension et de puissance. Pour cela, nous avons décidé de :

- Remplacer la valeur de P_{losses} à 0.18, lorsque les limites de tension de $\pm 10\%$ étaient dépassées.
- Remplacer la valeur de P_{losses} à 0.15, lorsque la condition $0 < P_{slack} < 3$ n'était pas respectée. Avec Pslack \rightarrow générateur 1.

Cela nous a permis d'avoir une visualisation claire des contraintes sur le graphe des pertes que nous apercevons ci-dessous :



Sur les graphes, les contraintes de tension sont visibles sur l'espace en forme d'œuf et les limites de Pslack sur la zone en forme de plateau. Sur la seconde image, la contrainte Pslack se trouve en haut, à droite et la contrainte de tension au milieu. Sur ce graphe, les pertes minimales se trouvent toujours dans la zone noire qui dans ce cas est égal à 0.1020 pu.

Minimum de P_{losses} = 0.1020 pu

Correspond à $P2 = 1.70$ pu, $P3 = 0.30$ pu

Nous remarquons donc que les pertes ont augmenté par rapport au cas précédent à cause des contraintes.

Remarque : Les simulations sur les contraintes de puissance et de tension individuellement se trouvent en [annexe 2](#).

Partie 2 : Minimisation des pertes avec fmincon

fmincon est une fonction d'optimisation de Matlab qui permet de trouver le minimum d'une fonction convexe non linéaire avec contraintes. Comme dans le cas précédent, nous souhaitons minimiser les pertes qui constituent une fonction non linéaire du courant. Dans cette partie, nous utiliserons donc la fonction fmincon pour résoudre ce problème. Une fois de plus, nous allons étudier 2 cas de figures. Le premier cas sans contraintes et le second cas avec contraintes.

Méthode :

Cette fois, le fmincon va optimiser un vecteur **X** qui contient V1, V2, V3, P2, P3. La valeur optimisée de ce vecteur permettra de trouver les pertes minimales. Les valeurs d'initialisation des arguments de fmincon sont définies ci-dessous :

```
% x = [V1;V2;V3;P2;P3];  
x0 = [1;1;1;3;2];  
lb = [0.9;0.9;0.9;0;0]; % lowerbound  
ub = [1.1;1.1;1.1;3;2]; % upper bound
```

Résultats et analyse :

Cas 1 : Sans contraintes

Après simulation, nous avons trouvé une perte de $P_{losses} = 0.0890$ pu pour le vecteur **%X** optimisé visible ci-dessous :

```
x_optim =  
  
    1.1000  
    1.1000  
    1.1000  
    0.9093  
    1.2570  
  
output =  
  
    0.0887
```

Cas 2 : Avec contraintes

Nous avons rajouté les contraintes de tension et de puissance au niveau du nœud slack.

```
86 Voltage_magnitude=bus_sol(:,2);  
87 P_Generators=bus_sol(1:3,4);  
88 c=[Voltage_magnitude-1.1;P_Generators(1)-3;-P_Generators(1)];%3-P_Generators(1);-P_Generators  
89 ceq=[];
```

Après simulation, nous avons trouvé une perte de $P_{losses} = 0$ pour le vecteur **%X** optimisé visible ci-dessous :

```

x_optim =

    1.1000
    1.1000
    1.0950
    0.9229
    1.2412

output =

    0.0889

```

Après ajout des contraintes, les pertes sont légèrement supérieures à ceux obtenus sans contraintes. Néanmoins, ils restent inférieurs aux pertes obtenues lors de l'étude avec la recherche exhaustive avec contraintes.

Plosses (fmincom avec contraintes) = 0.0889 < P_lossess (exhaustive research avec contraintes) = 0.1020 pu

Comparaison de l'optimisation par la méthode fmincon ou la recherche objective

Nous avons réalisé différentes simulations. D'abord, en faisant varier le pas dans le cas de la méthode Exhaustive Research avec contraintes. Dans un second temps, en faisant varier le vecteur d'initialisation de la fonction Fmincon avec contraintes. Les résultats associés sont résumés dans les tableaux ci-dessous :

- **Exhaustive Research avec contraintes**

PAS	Min Perte	Temps de simulation (s)
0.1	0.1020	3.835615
0.05	0.1006	6.851919
0.025	0.1006	17.630954

- **Fmincon avec contraintes**

Initialisation X0= [V1, V2,V3,P2,P3]	Min de Perte	Temps (s)	Tolérances (x et f(x))
[1,1,1,1,1]	0.0889495	0.822495	1e-5
[1,1,1,3,2]	0.0889457	0.736564	1e-5

- **La méthode exhaustive research** : C'est une bonne méthode manuelle qui permet de trouver une valeur de perte minimale sur le réseau. Cependant, cette méthode devient moins efficace si on advient à travailler sur un réseau plus grand, avec un nombre de générateurs plus important. Mais encore, pour arriver à une valeur très petite de perte, on se doit de diminuer beaucoup plus le pas. Ce qui comme on le voit dans le tableau ci-dessus, est coûteux en temps et nécessiterait un ordinateur plus puissant pour gérer le calcul numérique induit par les boucles for.
- **La méthode Fmincon** : Cette méthode est bien plus efficace que la méthode research exhaustive si on travaille sur un réseau beaucoup plus grand ou si on veut atteindre un minimum de pertes avec une petite tolérance.

Partie 3 : Minimisation des coûts avec fmincon

Tout comme dans la partie 1 du lab n°2, nous voulons minimiser les coûts mais désormais avec la fonction fmincon. Nous le ferons dans deux scénarios différents : avec et sans congestion.

Méthode :

Ici, la fonction objective utilisée dans le fmincon sera une fonction coût représentée par :

$$\begin{cases} \min(\text{coût total}) \\ \text{équations Load Flow} \\ 0.9 < V_i < 1.1; S_L < S_{Lmax}; P_{slackmin} < P_{slack} < P_{slackmax} \end{cases}$$

```
%% Question4.2
```

```
output=(P_Generators(1)*25+P_Generators(2)*75+P_Generators(3)*50);
```

Résultat:

Cas 1: sans congestion

```
c=[max(Voltage_magnitude)-1.1;0.9-min(Voltage_magnitude);P_Generators(1)-3;-P_Generators(1)];
```

```
Le cout totale en euro est:  
1.674666966515381e+04
```

Sans contraintes, on arrive à obtenir un coût optimal d'environ 16 746 € grâce à fmincon.

Cas 2: Avec congestion

```
c=[max(Voltage_magnitude)-1.1;0.9-min(Voltage_magnitude);P_Generators(1)-3;-P_Generators(1);SL_pu(4)-0.5;SL_pu(7)-0.5;SL_pu(5)-0.9];
```

```
Le Cout total est:  
2.8933e+04
```

Avec les limitations de puissances apparentes admissibles sur les lignes L5, L4 et L7, nous pouvons remarquer que les coûts ont augmenté par rapport au cas précédent.

Cas particulier : Analyse des prix de vente selon le prix as bid et le prix as cleared

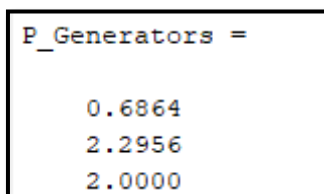
- **Prix as bid** : les coûts obtenus plus haut correspondent aux prix des ventes de l'énergie de ces centrales. Autrement, chaque centrale vend l'électricité avec son prix marginal de production.
- **Prix as cleared** : il s'agit du prix de marché correspondant au prix de la dernière centrale appelée.
 - **Cas sans congestion** : Lorsque nous avons fait la simulation sans congestion, seuls les générateurs 1 et 3 ont été appelés comme nous pouvons le voir sur l'image suivante :

```
P_Generators =  
  
3.0000  
0.0000  
1.8493
```

Dans ce cas, le prix du marché sera celui du générateur 3 qui est de 50 €. Dans ce cas, le générateur 1 va se faire une rente inframarginale de 25 €/Mwh (50€ - 25 €), soit au total 7500 €.

- **Cas avec congestion** :

Lorsque nous avons fait la simulation avec congestion, tous les générateurs ont été appelés comme nous pouvons le voir sur l'image suivante :



```
P_Generators =  
0.6864  
2.2956  
2.0000
```

Dans ce cas, le prix du marché sera celui du générateur 2 qui est de 75 €. Dans ce cas, le générateur 1 va se faire une rente inframarginale de 50 €/Mwh (75€ - 25 €), soit 3432 €. Le générateur 3, quant à lui, va se faire une rente inframarginale de 25 €/ Mwh (75 € - 50 €), soit 5000 €.

Conclusion

Les objectifs principaux de ces travaux étaient d'optimiser le dispatch d'un réseau électrique selon différents scénarios : minimisation des coûts de production, minimisation des pertes et réduction du délestage. Dans le Lab n°2, à l'aide de simulations de *load flow* et d'un tâtonnement (variations systématiques des paramètres), nous avons pu identifier des réglages opérationnels adaptés à chacun de ces objectifs et mettre en évidence les compromis entre coût, pertes et sécurité d'alimentation (notamment en scénario de contingence).

Le Lab n°3 visait à remplacer la démarche par tâtonnement par des méthodes d'optimisation automatique. Deux approches ont été comparées : une recherche exhaustive et l'optimiseur *fmincon*. Les résultats montrent que *fmincon* apporte une solution plus rapide et plus efficace pour minimiser les pertes tout en restant économiquement pertinente, ce qui en fait une approche mieux adaptée pour une utilisation opérationnelle sur des systèmes de taille réaliste.

En synthèse, les laboratoires ont confirmé que la combinaison d'outils de simulation (load flow) et d'algorithmes d'optimisation permet d'obtenir des dispatchs robustes et économiquement optimisés. Il est recommandé d'intégrer des méthodes d'optimisation automatique (comme *fmincon* ou équivalents) dans les procédures opérationnelles et d'accompagner leur déploiement par des campagnes régulières d'analyses de sensibilité et de contingence pour renforcer la résilience du réseau.

Executive summary

Objectif

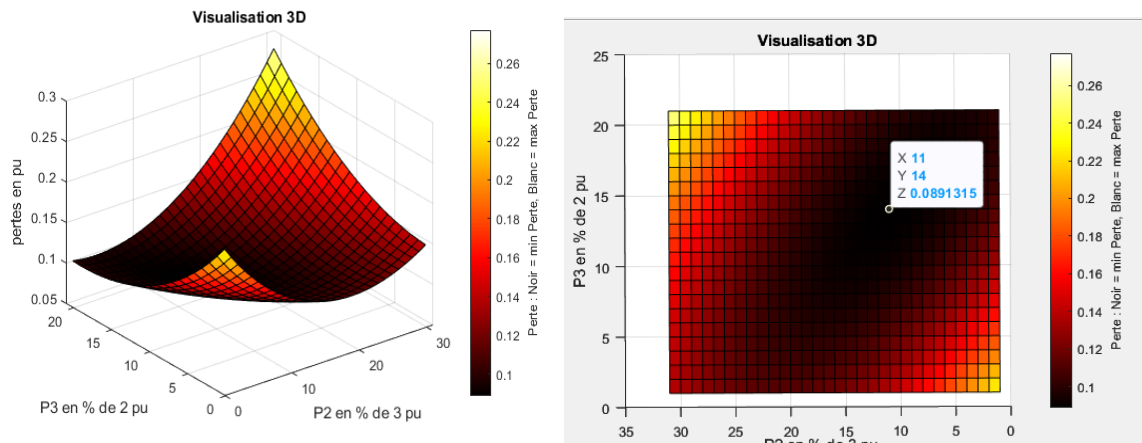
Ces travaux visaient à optimiser le dispatch d'un réseau électrique selon trois objectifs concurrents : minimiser le coût de production, réduire les pertes réseau et limiter le délestage en situation de défaut.

Méthode

- *Lab n°2* : simulations de *load flow* et tâtonnement (variations systématiques des paramètres) pour identifier des réglages opérationnels pour optimiser les coûts, les pertes et le délestage.
- *Lab n°3* : comparaison entre une recherche exhaustive et une optimisation numérique (*fmincon*) pour accélérer et fiabiliser la recherche du meilleur dispatch.

Résultats clés

- **Minimisation des coûts** : un ordre de mérite bien calibré conduit à des dispatchs économiquement efficaces (par exemple, nous avons pu obtenir un coût minimal de l'ordre de 16 000 €).
- **Minimisation des pertes** : Grâce aux différentes optimisations, nous avons pu atteindre des pertes minimales de l'ordre de 0.088.



- **Robustesse / délestage** : en cas de défaillance (mise hors service de L6), la réaffectation des flux a permis d'alimenter environ 85 % des clients, au prix d'une légère hausse du coût mais d'une forte réduction des pénalités liées aux coupures.

Conclusion opérationnelle & recommandations

Pour assurer une automatisation de l'optimisation du réseau géré par l'entreprise, nous suggérons :

1. Intégrer des procédures d'optimisation automatique (ex. *fmincon* ou équivalents) dans les outils de dispatch — méthode plus rapide et plus robuste que le tâtonnement.
2. Pour les grandes plateformes, privilégier des algorithmes d'optimisation convexe plutôt que des balayages exhaustifs pour des raisons de temps de calcul.

Annexe 1 : Labn°2 – PART III – scénarios 3.2 et 3.3

Scénario 3.2 :

```
% Noeud 1 : Générateur de type nucléaire (25 €/MWh) + centrale éolienne 0.7 pu non dispatchable
P1=0.9;V1=1.01;T1=2;
% Noeud 2 : Générateur de type nucléaire TAG (75 €/MWh)
P2=0.00;V2=0.1;T2=1;
% Noeud 3 : Générateur de type nucléaire thermique à charbon (50 €/MWh)
P3=1.1;V3=1.03;T3=2;
%lestage
l=0.91;
```

NOEUD	TENSION	ANGLE	ACTIF	REACTIF	ACTIF	REACTIF	Depas_Gen
1.0000	1.0100	-23.8779	0.9000	0.9314	0	0	0
2.0000	1.1000	0	2.7883	1.0483	0	0	0
3.0000	1.0300	-8.6703	1.1000	0.1658	0	0	0
4.0000	0.9583	-26.9483	0	0	0.0000	-0.0000	0
5.0000	0.9478	-24.4568	0	0	1.2500	0.5000	0
6.0000	0.8565	-34.5410	0	0	2.2750	0.8190	0
7.0000	1.0524	-8.6579	0	0	0.0000	-0.0000	0
8.0000	1.0273	-12.3117	0	0	1.0000	0.3500	0
9.0000	1.0225	-12.1794	0	0	0.0000	-0.0000	0

TRANSITS DE PUISSANCE						
LIGNE	DU NOEUD	AU NOEUD	ACTIF	REACTIF	APPARENT	DEP
1.0000	7.0000	8.0000	0.9901	0.1986	1.0241	0
2.0000	9.0000	6.0000	1.0819	0.2576	1.1122	0
3.0000	7.0000	5.0000	1.7982	0.3914	1.8403	0
4.0000	5.0000	4.0000	0.2229	-0.1587	0.2736	0
5.0000	6.0000	4.0000	-1.2951	-0.6880	1.5725	0
6.0000	9.0000	6.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0
7.0000	5.0000	4.0000	0.2229	-0.1587	0.2736	0
8.0000	8.0000	9.0000	-0.0180	-0.0591	0.1611	0
9.0000	1.0000	4.0000	0.9000	0.9314	1.2952	0
10.0000	2.0000	7.0000	2.7883	1.0483	2.9789	0
11.0000	3.0000	9.0000	1.1000	0.1658	1.1124	0
1.0000	8.0000	7.0000	-0.9820	-0.2909	1.0241	0
2.0000	6.0000	9.0000	-0.9799	-0.1310	1.1122	0
3.0000	5.0000	7.0000	-1.6957	-0.1825	1.8403	0
4.0000	4.0000	5.0000	-0.2216	0.0095	0.2736	0
5.0000	4.0000	6.0000	1.3432	0.8177	1.5725	0
6.0000	6.0000	9.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0
7.0000	4.0000	5.0000	-0.2216	0.0095	0.2736	0
8.0000	9.0000	8.0000	0.0181	-0.1601	0.1611	0
9.0000	4.0000	1.0000	-0.9000	-0.8366	1.2952	0
10.0000	7.0000	2.0000	-2.7883	-0.5900	2.9789	0
11.0000	9.0000	3.0000	-1.1000	-0.0975	1.1124	0

Scénario 3.3

```
%lestage
l=0.91;
```

```
% Définition des noeuds "charge"
Pqp5=1.25;Pq5=0.50; % charge du noeud 5
Pqp6=2.50*1;Pq6=0.90*1; % charge du noeud 6
Pqp8=1.00;Pq8=0.35; % charge du noeud 8
```

NOEUD	TENSION	ANGLE	GENERATION		CHARGE		
			ACTIF	REACTIF	ACTIF	REACTIF	Depas_Gen
1.0000	1.0100	-23.8779	0.9000	0.9314	0	0	0
2.0000	1.1000	0	2.7883	1.0483	0	0	0
3.0000	1.0300	-8.6703	1.1000	0.1658	0	0	0
4.0000	0.9583	-26.9483	0	0	0.0000	-0.0000	0
5.0000	0.9478	-24.4568	0	0	1.2500	0.5000	0
6.0000	0.8565	-34.5410	0	0	2.2750	0.8190	0
7.0000	1.0524	-8.6579	0	0	0.0000	-0.0000	0
8.0000	1.0273	-12.3117	0	0	1.0000	0.3500	0
9.0000	1.0225	-12.1794	0	0	0.0000	-0.0000	0

TRANSITS DE PUISSANCE						
LIGNE	DU NOEUD	AU NOEUD	ACTIF	REACTIF	APPARENT	DEP
1.0000	7.0000	8.0000	0.9901	0.1986	1.0241	0
2.0000	9.0000	6.0000	1.0819	0.2576	1.1122	0
3.0000	7.0000	5.0000	1.7982	0.3914	1.8403	0
4.0000	5.0000	4.0000	0.2229	-0.1587	0.2736	0
5.0000	6.0000	4.0000	-1.2951	-0.6880	1.5725	0
6.0000	9.0000	6.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0
7.0000	5.0000	4.0000	0.2229	-0.1587	0.2736	0
8.0000	8.0000	9.0000	-0.0180	-0.0591	0.1611	0
9.0000	1.0000	4.0000	0.9000	0.9314	1.2952	0
10.0000	2.0000	7.0000	2.7883	1.0483	2.9789	0
11.0000	3.0000	9.0000	1.1000	0.1658	1.1124	0
1.0000	8.0000	7.0000	-0.9820	-0.2909	1.0241	0
2.0000	6.0000	9.0000	-0.9799	-0.1310	1.1122	0
3.0000	5.0000	7.0000	-1.6957	-0.1825	1.8403	0
4.0000	4.0000	5.0000	-0.2216	0.0095	0.2736	0
5.0000	4.0000	6.0000	1.3432	0.8177	1.5725	0
6.0000	6.0000	9.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	0
7.0000	4.0000	5.0000	-0.2216	0.0095	0.2736	0
8.0000	9.0000	8.0000	0.0181	-0.1601	0.1611	0
9.0000	4.0000	1.0000	-0.9000	-0.8366	1.2952	0
10.0000	7.0000	2.0000	-2.7883	-0.5900	2.9789	0
11.0000	9.0000	3.0000	-1.1000	-0.0975	1.1124	0

Dans les deux cas, nous sommes parvenus à obtenir un coefficient de lestage de 0.91.

Annexe 2 : Simulations des contraintes de tension et de puissance

