

Modelos de Computación

Máquinas de Turing

Actividad 3

Dagoberto Quevedo

12 de febrero de 2020

Resumen

Una máquina de Turing puede simular cualquier algoritmo a través de una sola estructura de datos: sucesión de símbolos escrita en una cinta infinita, con operaciones de escritura y eliminación de símbolos.

Formalmente una máquina de Turing se describe como sigue $M = (Q, s, r, \Sigma, \delta)$, donde Q es un conjunto finito de estados, s un estado de aceptación, r un estado de rechazo, Σ es un conjunto finito de símbolos, llamado el alfabeto de M , que contiene dos símbolos especiales \triangleright y \sqcup , D conjunto de direcciones \leftarrow (izquierda), \rightarrow (derecha), $-$ (sin mover), la función,

$$\delta(q, \sigma) = (p, \rho, d), \quad (1)$$

es una función de transición de M , donde $q \in Q \cup \{s, r\}$ es el estado actual y $\sigma \in \Sigma$ es el símbolo actual en el puntero, $p \in Q \cup \{s, r\}$ es el nuevo estado, ρ el nuevo símbolo que es escrito en reemplazo de σ en la posición actual y $d \in D$ es la dirección hacia donde se mueve el puntero [1].

En esta actividad se proporcionan las funciones de transición δ para dos máquinas de Turing de reconocimiento de lenguaje.

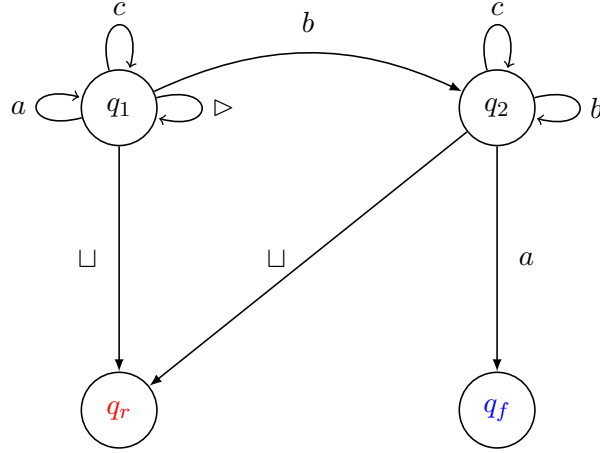
1. Máquina de Turing A

Proporcione una función de transición δ para una máquina de Turing que determina si su entrada x contiene una a después de una b , tal que $q_1 \in Q$ es el estado inicial, q_f un estado de aceptación, q_r un estado de rechazo y $\Sigma = \{\triangleright, a, b, c, \sqcup\}$ el alfabeto.

1.1. Función de transición δ

1. $(q_1, \triangleright) = (q_1, \triangleright, \rightarrow)$
2. $(q_1, a) = (q_1, a, \rightarrow)$
3. $(q_1, c) = (q_1, c, \rightarrow)$
4. $(q_1, b) = (q_2, b, \rightarrow)$
5. $(q_2, a) = (q_f, a, -)$
6. $(q_2, b) = (q_2, b, \rightarrow)$
7. $(q_2, c) = (q_2, c, \rightarrow)$
8. $(q_1, \sqcup) = (q_r, \sqcup, -)$
9. $(q_2, \sqcup) = (q_r, \sqcup, -)$

1.1.1. Representación gráfica



1.2. Casos de prueba

x	q	p	ρ	d
$\triangleright \text{acbbac} \sqcup$	q_1	q_1	\triangleright	\rightarrow
$\triangleright \text{a} \text{cbbac} \sqcup$	q_1	q_1	a	\rightarrow
$\triangleright \text{ac} \text{bbac} \sqcup$	q_1	q_1	c	\rightarrow
$\triangleright \text{ac} \text{b} \text{bac} \sqcup$	q_1	q_2	b	\rightarrow
$\triangleright \text{ac} \text{bb} \text{ac} \sqcup$	q_2	q_2	b	\rightarrow
$\triangleright \text{ac} \text{bb} \text{a} \text{c} \sqcup$	q_2	q_f	a	$-$

Cuadro 1: Caso con estado final aceptable q_f , donde $x = \text{acbbac}$

x	q	p	ρ	d
$\triangleright \textcolor{blue}{a} c b b c c \sqcup$	q_1	q_1	\triangleright	\rightarrow
$\triangleright a \textcolor{blue}{c} b b c c \sqcup$	q_1	q_1	a	\rightarrow
$\triangleright a c \textcolor{blue}{b} b c c \sqcup$	q_1	q_1	c	\rightarrow
$\triangleright a c b \textcolor{blue}{b} c c \sqcup$	q_1	q_2	b	\rightarrow
$\triangleright a c b b \textcolor{blue}{c} c \sqcup$	q_2	q_2	b	\rightarrow
$\triangleright a c b b c \textcolor{blue}{c} \sqcup$	q_2	q_2	c	\rightarrow
$\triangleright a c b b c c \textcolor{blue}{\sqcup}$	q_2	q_2	c	\rightarrow
$\triangleright a c b b c c \textcolor{blue}{\sqcup}$	q_2	$\textcolor{red}{q}_r$	\sqcup	$-$

Cuadro 2: Caso con estado final rechazado $\textcolor{red}{q}_r$, donde $x = acbbcc$

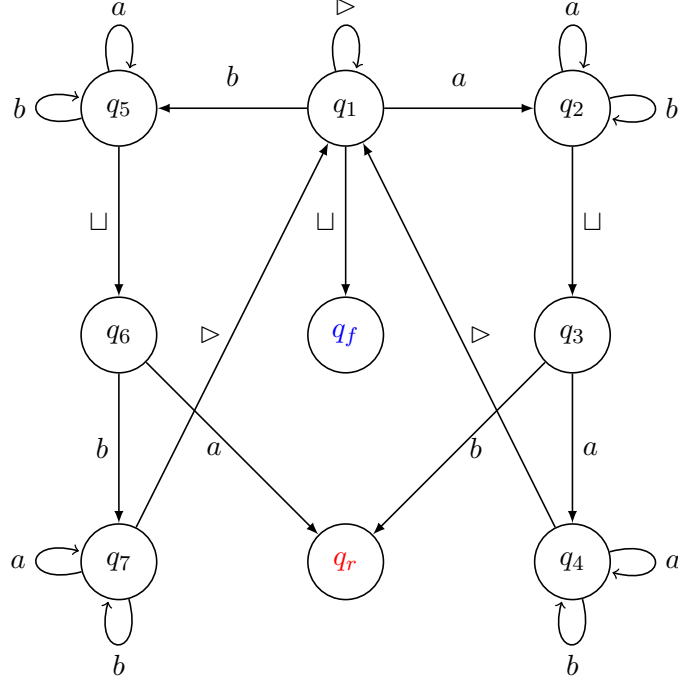
2. Máquina de Turing B

Proporcione una función de transición δ para una máquina de Turing que identifica si una cadena proveniente de un alfabeto Σ es o no un palíndromo, tal que $q_1 \in Q$ es el estado inicial, $\textcolor{blue}{q}_f$ un estado de aceptación, $\textcolor{red}{q}_r$ un estado de rechazo y $\Sigma = \{\triangleright, a, b, \sqcup\}$ el alfabeto.

2.1. Función de transición δ

1. $(q_1, \triangleright) = (q_1, \triangleright, \rightarrow)$
2. $(q_1, a) = (q_2, \triangleright, \rightarrow)$
3. $(q_2, a) = (q_2, a, \rightarrow)$
4. $(q_2, b) = (q_2, b, \rightarrow)$
5. $(q_2, \sqcup) = (q_3, \sqcup, \leftarrow)$
6. $(q_3, a) = (q_4, \sqcup, \leftarrow)$
7. $(q_3, b) = (\textcolor{red}{q}_r, b, -)$
8. $(q_4, a) = (q_4, a, \leftarrow)$
9. $(q_4, b) = (q_4, b, \leftarrow)$
10. $(q_4, \triangleright) = (q_1, \triangleright, \rightarrow)$
11. $(q_1, b) = (q_5, \triangleright, \rightarrow)$
12. $(q_5, a) = (q_5, a, \rightarrow)$
13. $(q_5, b) = (q_5, b, \rightarrow)$
14. $(q_5, \sqcup) = (q_6, \sqcup, \leftarrow)$
15. $(q_6, b) = (q_7, \sqcup, \leftarrow)$
16. $(q_6, a) = (\textcolor{red}{q}_r, a, -)$
17. $(q_7, a) = (q_7, a, \leftarrow)$
18. $(q_7, b) = (q_7, b, \leftarrow)$
19. $(q_7, \triangleright) = (q_1, \triangleright, \rightarrow)$
20. $(q_1, \sqcup) = (\textcolor{blue}{q}_f, \sqcup, -)$

2.1.1. Representación gráfica



2.2. Casos de prueba

x	q	p	ρ	d
$\triangleright abbb\sqcup$	q_1	q_1	\triangleright	\rightarrow
$\triangleright \underline{a} bbb\sqcup$	q_1	q_2	\triangleright	\rightarrow
$\triangleright \triangleright \underline{b} bb\sqcup$	q_2	q_2	b	\rightarrow
$\triangleright \triangleright b \underline{b} b\sqcup$	q_2	q_2	b	\rightarrow
$\triangleright \triangleright bb \underline{b} \sqcup$	q_2	q_2	a	\rightarrow
$\triangleright \triangleright bbb \underline{\quad} \sqcup$	q_2	q_3	\sqcup	\leftarrow
$\triangleright \triangleright bb \underline{b} \sqcup$	q_3	q_r	b	$-$

Cuadro 3: Caso con estado final rechazado q_r , donde $x = abbb$

x	q	p	ρ	d
$\triangleright abba \sqcup$	q_1	q_1	\triangleright	\rightarrow
$\triangleright \underline{a} bba \sqcup$	q_1	q_2	\triangleright	\rightarrow
$\triangleright \triangleright \underline{b} ba \sqcup$	q_2	q_2	b	\rightarrow
$\triangleright \triangleright b \underline{b} a \sqcup$	q_2	q_2	b	\rightarrow
$\triangleright \triangleright bba \underline{a} \sqcup$	q_2	q_2	a	\rightarrow
$\triangleright \triangleright bba \underline{\sqcup} \sqcup$	q_2	q_3	\sqcup	\leftarrow
$\triangleright \triangleright bba \underline{a} \sqcup$	q_3	q_4	\sqcup	\leftarrow
$\triangleright \triangleright b \underline{b} \sqcup \sqcup$	q_4	q_4	b	\leftarrow
$\triangleright \triangleright \underline{b} b \sqcup \sqcup$	q_4	q_4	b	\leftarrow
$\triangleright \underline{\triangleright} bb \sqcup \sqcup$	q_4	q_1	\triangleright	\leftarrow
$\triangleright \triangleright \underline{b} b \sqcup \sqcup$	q_1	q_5	\triangleright	\rightarrow
$\triangleright \triangleright \triangleright \underline{b} \sqcup \sqcup$	q_5	q_5	b	\rightarrow
$\triangleright \triangleright \triangleright b \underline{\sqcup} \sqcup$	q_5	q_6	\sqcup	\leftarrow
$\triangleright \triangleright \triangleright \underline{b} \sqcup \sqcup$	q_6	q_7	\sqcup	\leftarrow
$\triangleright \triangleright \underline{\triangleright} \sqcup \sqcup \sqcup$	q_7	q_1	\triangleright	\leftarrow
$\triangleright \triangleright \triangleright \underline{\sqcup} \sqcup \sqcup$	q_1	q_f	\sqcup	$-$

Cuadro 4: Caso con estado final aceptable q_f , donde $x = abba$

Referencias

- [1] Elisa Schaeffer, *Modelos computacionales*, Complejidad computacional de problemas y el análisis y diseño de algoritmos, notas de curso, 2020.