Modelos de Computación

Máquinas de Turing

Actividad 3

Dagoberto Quevedo

12 de febrero de 2020

Resumen

Una máquina de Turing puede simular cualquier algoritmo a través de una sola estructura de datos: sucesión de símbolos escrita en una cinta infinita, con operaciones de escritura y eliminación de símbolos.

Formalmente una máquina de Turing se describe como sigue $M = (Q, s, r, \Sigma, \delta)$, donde Q es un conjunto finito de estados, s un estado de aceptación, r un estado de rechazo, Σ es un conjunto finito de símbolos, llamado el alfabeto de M, que contiene dos símbolos especiales $\triangleright$ y $\sqcup$, D conjunto de direcciones $\leftarrow$ (izquierda), $\rightarrow$ (derecha), – (sin mover), la función,

$$\delta(q, \sigma) = (p, \rho, d), \tag{1}$$

es una función de transición de M, donde $q \in Q \cup \{s, r\}$ es el estado actual y $\sigma \in \Sigma$ es el símbolo actual en el puntero, $p \in Q \cup \{s, r\}$ es el nuevo estado, ρ el nuevo símbolo que es escrito en reemplazo de σ en la posición actual y $d \in D$ es la dirección hacia donde se mueve el puntero [1].

En esta actividad se proporcionan las funciones de transición δ para dos máquinas de Turing de reconocimiento de lenguaje.

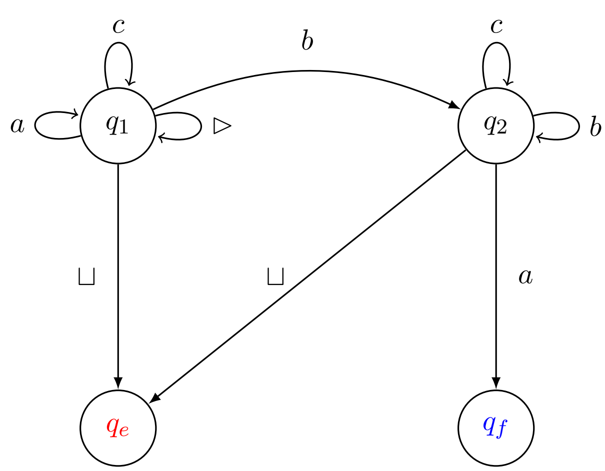
1. Máquina de Turing A

Proporcione una función de transición δ para una máquina de Turing que determina si su entrada x contiene una a después de una b, tal que $q_1 \in Q$ es el estado inicial, q_f un estado de aceptación, q_e un estado de rechazo y $\Sigma = \{\triangleright, a, b, c, \sqcup\}$ el alfabeto.

1.1. Función de transición δ

1. $(q_1, \triangleright) = (q_1, \triangleright, \rightarrow)$
2. $(q_1, a) = (q_1, a, \rightarrow)$
3. $(q_1, c) = (q_1, c, \rightarrow)$
4. $(q_1, b) = (q_2, b, \rightarrow)$
5. $(q_2, a) = (q_f, a, -)$
6. $(q_2, b) = (q_2, b, \rightarrow)$
7. $(q_2, c) = (q_2, c, \rightarrow)$
8. $(q_1, \sqcup) = (q_e, \sqcup, -)$
9. $(q_2, \sqcup) = (q_e, \sqcup, -)$

1.1.1. Representación gráfica



1.2. Casos de prueba

x	q	p	ρ	d
$\underline{\triangleright}\text{acbbac}\sqcup$	q_1	q_1	$\triangleright$	$\rightarrow$
$\triangleright\underline{\text{a}}\text{cbbac}\sqcup$	q_1	q_1	a	$\rightarrow$
$\triangleright\text{a}\underline{\text{c}}\text{bbac}\sqcup$	q_1	q_1	c	$\rightarrow$
$\triangleright\text{ac}\underline{\text{b}}\text{bac}\sqcup$	q_1	q_1	b	$\rightarrow$
$\triangleright\text{acb}\underline{\text{b}}\text{ac}\sqcup$	q_1	q_2	b	$\rightarrow$
$\triangleright\text{acbb}\underline{\text{a}}\text{c}\sqcup$	q_2	q_f	a	$-$

Cuadro 1: Caso con estado final aceptable q_f, donde $x = acbbac$

x	q	p	ρ	d
$\underline{\triangleright}$acbbcc$\sqcup$	q_1	q_1	$\triangleright$	$\rightarrow$
$\triangleright$<u>a</u>cbbcc$\sqcup$	q_1	q_1	a	$\rightarrow$
$\triangleright$a<u>c</u>bbcc$\sqcup$	q_1	q_1	c	$\rightarrow$
$\triangleright$ac<u>b</u>bcc$\sqcup$	q_1	q_1	b	$\rightarrow$
$\triangleright$acb<u>b</u>cc$\sqcup$	q_1	q_2	b	$\rightarrow$
$\triangleright$acbb<u>c</u>c$\sqcup$	q_2	q_2	c	$\rightarrow$
$\triangleright$acbbc<u>c</u>$\sqcup$	q_2	q_2	c	$\rightarrow$
$\triangleright$acbbcc$\underline{\sqcup}$	q_2	q_e	$\sqcup$	$-$

Cuadro 2: Caso con estado final rechazado q_e, donde $x = acbbcc$

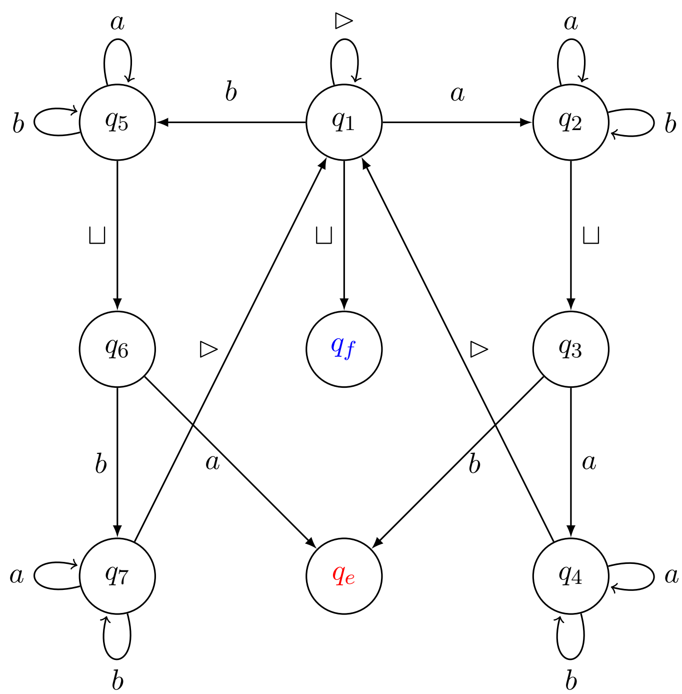
2. Máquina de Turing B

Proporcione una función de transición δ para una máquina de Turing que identifica si una cadena proveniente de un alfabeto Σ es o no un palíndromo, tal que $q_1 \in Q$ es el estado inicial, q_f un estado de aceptación, q_e un estado de rechazo y $\Sigma = \{\triangleright, a, b, \sqcup\}$ el alfabeto.

2.1. Función de transición δ

1. $(q_1, \triangleright) = (q_1, \triangleright, \rightarrow)$
2. $(q_1, a) = (q_2, \triangleright, \rightarrow)$
3. $(q_2, a) = (q_2, a, \rightarrow)$
4. $(q_2, b) = (q_2, b, \rightarrow)$
5. $(q_2, \sqcup) = (q_3, \sqcup, \leftarrow)$
6. $(q_3, a) = (q_4, \sqcup, \leftarrow)$
7. $(q_3, b) = (q_e, b, -)$
8. $(q_4, a) = (q_4, a, \leftarrow)$
9. $(q_4, b) = (q_4, b, \leftarrow)$
10. $(q_4, \triangleright) = (q_1, \triangleright, \rightarrow)$
11. $(q_1, b) = (q_5, \triangleright, \rightarrow)$
12. $(q_5, a) = (q_5, a, \rightarrow)$
13. $(q_5, b) = (q_5, b, \rightarrow)$
14. $(q_5, \sqcup) = (q_6, \sqcup, \leftarrow)$
15. $(q_6, b) = (q_7, \sqcup, \leftarrow)$
16. $(q_6, a) = (q_e, a, -)$
17. $(q_7, a) = (q_7, a, \leftarrow)$
18. $(q_7, b) = (q_7, b, \leftarrow)$
19. $(q_7, \triangleright) = (q_1, \triangleright, \rightarrow)$
20. $(q_1, \sqcup) = (q_f, \sqcup, -)$

2.1.1. Representación gráfica



2.2. Casos de prueba

x	q	p	ρ	d
$\underline{\triangleright}\mathrm{abbb}\sqcup$	q_1	q_1	$\triangleright$	$\rightarrow$
$\triangleright\underline{\mathrm{a}}\mathrm{bbb}\sqcup$	q_1	q_2	$\triangleright$	$\rightarrow$
$\triangleright\triangleright\underline{\mathrm{b}}\mathrm{bb}\sqcup$	q_2	q_2	b	$\rightarrow$
$\triangleright\triangleright\mathrm{b}\underline{\mathrm{b}}\mathrm{b}\sqcup$	q_2	q_2	b	$\rightarrow$
$\triangleright\triangleright\mathrm{bb}\underline{\mathrm{b}}\sqcup$	q_2	q_2	a	$\rightarrow$
$\triangleright\triangleright\mathrm{bbb}\underline{\sqcup}$	q_2	q_3	$\sqcup$	$\leftarrow$
$\triangleright\triangleright\mathrm{bb}\underline{\mathrm{b}}\sqcup$	q_3	q_e	b	$-$

Cuadro 3: Caso con estado final rechazado q_e, donde $x = abbb$

x	q	p	ρ	d
$\underline{\triangleright}\text{abba}\sqcup$	q_1	q_1	$\triangleright$	$\rightarrow$
$\triangleright\underline{\text{a}}\text{bba}\sqcup$	q_1	q_2	$\triangleright$	$\rightarrow$
$\triangleright\triangleright\underline{\text{b}}\text{ba}\sqcup$	q_2	q_2	b	$\rightarrow$
$\triangleright\triangleright\text{b}\underline{\text{b}}\text{a}\sqcup$	q_2	q_2	b	$\rightarrow$
$\triangleright\triangleright\text{bb}\underline{\text{a}}\sqcup$	q_2	q_2	a	$\rightarrow$
$\triangleright\triangleright\text{bba}\underline{\sqcup}$	q_2	q_3	$\sqcup$	$\leftarrow$
$\triangleright\triangleright\text{bb}\underline{\text{a}}\sqcup$	q_3	q_4	$\sqcup$	$\leftarrow$
$\triangleright\triangleright\text{b}\underline{\text{b}}\sqcup\sqcup$	q_4	q_4	b	$\leftarrow$
$\triangleright\triangleright\underline{\text{b}}\text{b}\sqcup\sqcup$	q_4	q_4	b	$\leftarrow$
$\triangleright\underline{\triangleright}\text{bb}\sqcup\sqcup$	q_4	q_1	$\triangleright$	$\leftarrow$
$\triangleright\triangleright\underline{\text{b}}\text{b}\sqcup\sqcup$	q_1	q_5	$\triangleright$	$\rightarrow$
$\triangleright\triangleright\triangleright\underline{\text{b}}\sqcup\sqcup$	q_5	q_5	b	$\rightarrow$
$\triangleright\triangleright\triangleright\text{b}\underline{\sqcup}\sqcup$	q_5	q_6	$\sqcup$	$\leftarrow$
$\triangleright\triangleright\triangleright\underline{\text{b}}\sqcup\sqcup$	q_6	q_7	$\sqcup$	$\leftarrow$
$\triangleright\triangleright\underline{\triangleright}\sqcup\sqcup\sqcup$	q_7	q_1	$\triangleright$	$\leftarrow$
$\triangleright\triangleright\triangleright\underline{\sqcup}\sqcup\sqcup$	q_1	q_f	$\sqcup$	$-$

Cuadro 4: Caso con estado final aceptable q_f, donde $x = abba$

Referencias

[1] Elisa Schaeffer, *Modelos computacionales*, Complejidad computacional de problemas y el análisis y diseño de algoritmos, notas de curso, 2020.