투빅스 18기 정규세션 3주차

Neural Network Basic Assignment

이름: 김다희

1. **Sigmoid Function을 z에 대해 미분하세요.**

$$\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

$\frac{d}{dz}\sigma(z) = \frac{d}{dz}(1+e^{-z})^{-1}$

$= (-1)\frac{1}{(1+e^{-z})^2}\frac{d}{dz}(1+e^{-z})$

$= (-1)\frac{1}{(1+e^{-z})^2}(e^{-z})\frac{d}{dz}(-z)$

$= (-1)\frac{1}{(1+e^{-z})^2}e^{-z}(-1)$

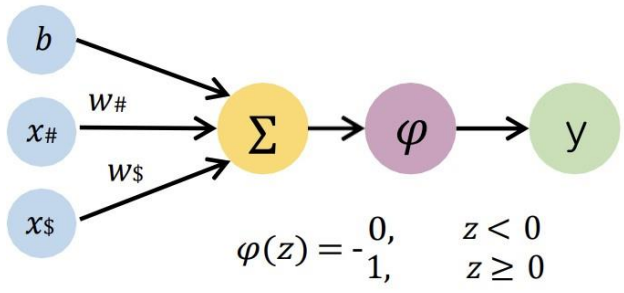
$= \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2}$

$= \frac{1+e^{-z}-1}{(1+e^{-z})^2}$

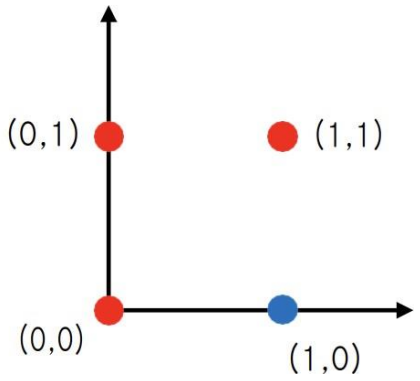
$= \frac{1+e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} - \frac{1}{(1+e^{-z})^2}$

$= \frac{1}{1+e^{-z}} - \frac{1}{(1+e^{-z})^2} = \frac{1}{1+e^{-z}}\left(1 - \frac{1}{1+e^{-z}}\right) = \sigma(z)(1-\sigma(z))$

2. **다음과 같은 구조의 Perceptron과 🔴(=1), 🔵(=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.**



$$\varphi(z) = \begin{cases} 0, & z < 0 \\ 1, & z \geq 0 \end{cases}$$



2-1. 🔴, 🔵을 분류하는 임의의 b, w를 선정하고 분류해보세요. $b = \frac{1}{2}$, $w_{\#} = -2$, $w_{\$} = 1$

$x_{\#}$	$x_{\$}$	s	y
0	0	$\frac{1}{2}+0+0=\frac{1}{2}$	→ 1
0	1	$\frac{1}{2}+0+1=\frac{3}{2}$	→ 1
1	0	$\frac{1}{2}-2+0=-\frac{3}{2}$	→ 0
1	1	$\frac{1}{2}-2+1=-\frac{1}{2}$	→ 0

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w를 1회 업데이트 해주세요.

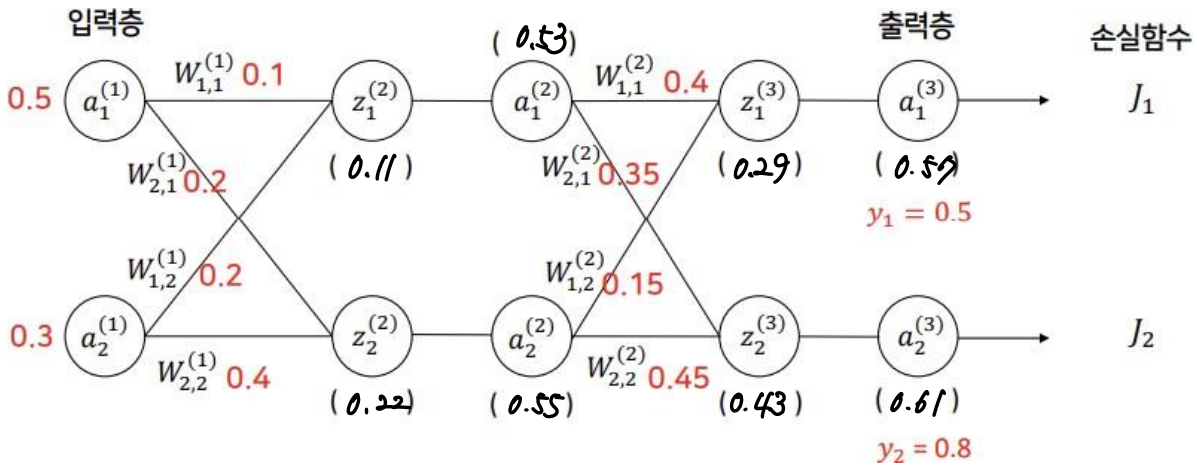
임의의 학습률 $= 0.05$,

$b \leftarrow b + 0.05(1-0)\cdot 1 \Rightarrow 0.55$

$w_{\#} \leftarrow w_{\#} + 0.05(1-0)\cdot 1 \Rightarrow -1.95$

$w_{\$} \leftarrow w_{\$} + 0.05(1-0)\cdot 1 \Rightarrow 1.05$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$z_1^{(2)} = w_{1,1}^{(1)} a_1^{(1)} + w_{1,2}^{(1)} a_2^{(1)}$
$= 0.05 + 0.06 = 0.11$

$z_2^{(2)} = w_{2,1}^{(1)} a_1^{(1)} + w_{2,2}^{(1)} a_2^{(1)}$
$= 0.1 + 0.12 = 0.22$

$a_1^{(2)} = \sigma(0.11) = 0.53$

$a_2^{(2)} = \sigma(0.22) = 0.55$

$z_1^{(3)} = w_{1,1}^{(2)} a_1^{(2)} + w_{1,2}^{(2)} a_2^{(2)}$
$= 0.4 \times 0.53 + 0.15 \times 0.55 = 0.29$

$z_2^{(3)} = w_{2,1}^{(2)} a_1^{(2)} + w_{2,2}^{(2)} a_2^{(2)}$
$= 0.35 \cdot 0.53 + 0.45 \cdot 0.55 = 0.43$

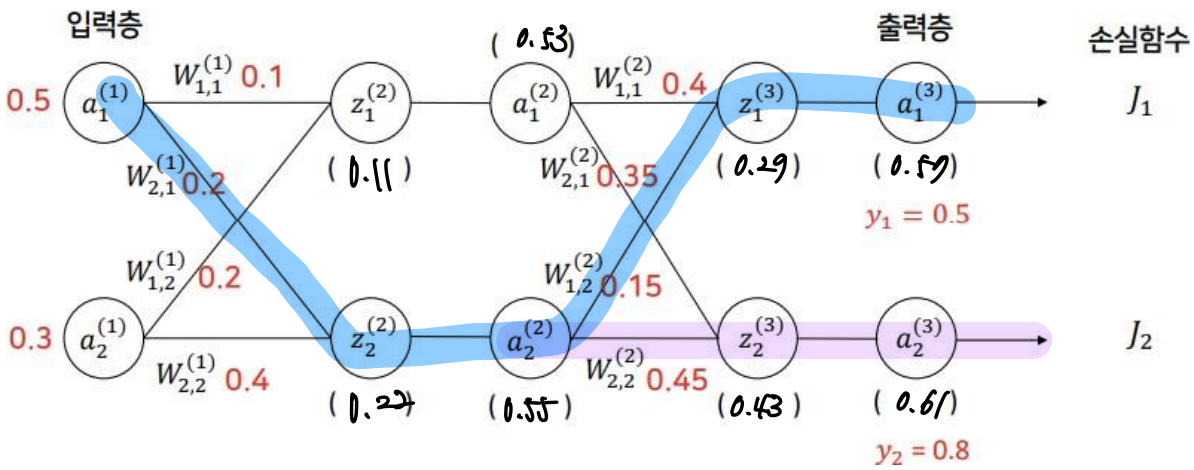
$a_1^{(3)} = \sigma(0.29) = 0.57$

$a_2^{(3)} = \sigma(0.43) = 0.61$

3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1과 J_2의 값을 구해주세요. (J_1과 J_2는 반올림하지 말고 써주세요.)

$J_1 = \frac{1}{2}(a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2}(0.57 - 0.5)^2 = 0.00245$

$J_2 = \frac{1}{2}(a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2}(0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $W_{2,2}^{(2)}$과 $W_{2,1}^{(1)}$의 조정된 값을 구해주세요. 단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $W_{2,1}^{(1)}$과 $W_{2,2}^{(2)}$의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\frac{\partial J_1}{\partial W_{21}^{(1)}} = \frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(3)}} \times \frac{\partial a_1^{(3)}}{\partial z_1^{(3)}} \times \frac{\partial z_1^{(3)}}{\partial a_2^{(2)}} \times \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{21}^{(1)}}$$

$$= (a_1^{(3)} - y_1) \times (\sigma(z_1^{(3)})(1-\sigma(z_1^{(3)}))) \times W_{1,2}^{(2)} \times \sigma(z_2^{(2)})(1-\sigma(z_1^{(3)})) \times a_1^{(1)}$$

$$= 0.09 \times 0.29 \times 0.91 \times 0.15 \times 0.22 \times 0.98 \times 0.5 = 0.0001855$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial W_{21}^{(1)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \times \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial a_2^{(2)}} \times \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial W_{21}^{(1)}}$$

$$= (a_2^{(3)} - y_2) \times \sigma(z_2^{(3)})(1-\sigma z_2^{(3)}) \times W_{2,2}^{(2)} \times \sigma(z_2^{(2)})(1-\sigma(z_1^{(3)})) \times a_1^{(1)}$$

$$= -0.19 \times 0.592 \times 0.408 \times 0.45 \times 0.192 \times 0.5 = -0.00180013$$

$$\frac{\partial J}{\partial W_{21}^{(1)}} = 0.0001855 - 0.00180013 = -0.00161463 \rightarrow -0.002$$

$$W_{21}^{(1)} \leftarrow W_{21}^{(1)} - 0.1(-0.002) = 0.2002$$

$$\frac{\partial J}{\partial W_{12}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \times \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial W_{12}^{(2)}}$$

$$= (a_2^{(3)} - y_2)\,\sigma(z_2^{(3)})(1-\sigma(z_2^{(3)})) \times a_2^{(2)}$$

$$= (0.61 - 0.8) \times 1.606 \times 0.394 \times 0.55$$

$$= -0.02495838\cdots$$

$$W_{12}^{(2)} \leftarrow W_{12}^{(2)} - 0.1 \times (-0.025)$$

$$= 0.4525$$