# Fiche 1 – Logique des propositions

### **Exercice 1 (identifier les propositions logiques)**

Lesquelles des phrases suivantes sont des propositions\*?

- a. Le ciel est bleu.
- b. S'il te plaît, ferme la porte.
- c. L'année prochaine, les taux d'intérêt augmenteront.
- d. La lune est faite de fromage vert.
- e. Quelle heure est-il?
- f. C'est certainement un homme de grande taille.
- g. Va à l'école!
- h. L'eau bout à 100 degrés Celsius.
- i. Wow, quel beau tableau!
- j. Le nombre 7 est un nombre premier.
- k. Cette phrase est fausse.
- l. 1+1=3.

## **Exercice 2 (reconnaître la syntaxe correcte des formules)**

Parmi les formules suivantes, lesquelles ont une syntaxe correcte dans le langage de la logique des propositions ?

a. 
$$\neg (r \lor s \rightarrow p \land q)$$

b. 
$$r \neg \lor s \rightarrow p$$

c. 
$$\neg r \lor \rightarrow p \land q$$

d. 
$$\neg\neg\neg p \land q \land \neg r \land \neg s$$

e. 
$$\wedge p \wedge q$$

f. 
$$5 + 2 \leftrightarrow 7$$

g. 
$$p \land \neg (q \land r) \leftrightarrow \neg r$$

<sup>\*</sup> les phrases doivent être évaluées en dehors de tout contexte.

h. $p \wedge (q \rightarrow) r$
i. $r p \wedge q$
$j. p \rightarrow \neg p$
Exercice 3 (traduire une phrase en langage symbolique)
Litercice 3 (traduire dire pirrase en langage symbolique)
En utilisant les variables indiquées pour les propositions atomiques suivantes
p: x < 3;
q: x < 0; r: x > 12;
traduisez en langage symbolique la proposition composée : « x est un nombre positif strictement inférieur à 3 ou strictement supérieur à 12 ».
Exercice 4 (traduire une phrase en langage symbolique)
En utilisant les variables indiquées pour les propositions atomiques suivantes
p : les prix augmentent ;
q : les logements seront nombreux ; r : les logements seront chers ;
traduisez en langage symbolique la proposition composée : « Si les prix augmentent, alors les logements seront nombreux et chers, mais si les logements ne sont pas chers, alo
ils seront toujours nombreux ».

## **Exercice 5 (interpréter une formule logique en français)**

En utilisant	les propositions atomiques suivantes
q	: je prends la ligne 5 du métro ; : le bus 29 s'arrête à Schuman ; : je ne prends pas le bus 29.
traduisez er	n français les formules
a	$p \lor \neg r$
b	$\cdot - q \rightarrow (p \rightarrow r)$
С	$r \lor \neg p \leftrightarrow q$
d	$q \rightarrow p \wedge r$
e	$.  q \wedge (\neg r \rightarrow p)$
a.	
b.	
C.	
d.	
e.	

## **Exercice 6 (construire un arbre syntaxique)**

A l'aide de l'arbre syntaxique, décomposez les formules suivantes

- a.  $(p \lor q) \land (p \lor \neg r)$
- b.  $p \land \neg q \leftrightarrow r$
- c.  $p \land \neg (q \land r) \rightarrow \neg r$

## **Exercice 7 (calculer l'interprétation d'une formule)**

Calculer l'interprétation des formules (a), (b) et (c) de l'exercice 6 pour le modèle suivant : {p : vrai, q : faux, r : faux}

## **Exercice 8 (calculer l'interprétation d'une formule)**

Corriger la table de vérité ci-dessous pour qu'elle soit complète, correcte et cohérente.

p	q	r	$p \wedge q$	$p \lor r$	$\neg ( (p \land q) \lor (p \lor r) )$	$\neg ((p \land q) \lor (p \lor r)) \rightarrow p$
X	X	X	X	X	V	X
X	X	V	X	V	X	V
X	V	X	X	X	X	V
X	V	X	X	X	V	X
V	X	X	X	V	X	V
V	X	V	V	V	X	V
V	V	X	V	V	X	V
V	V	V	V	V	X	X

## **Exercice 9 (identifier les tautologies et les contradictions)**

Construisez des tables de vérité pour les formules suivantes. Notez les tautologies et les contradictions.

a. 
$$(p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg p \lor q$$

b. 
$$(p \land q) \lor r \rightarrow p \land (q \lor r)$$

c. 
$$p \wedge (\neg p \wedge \neg q)$$

d. 
$$p \land q \rightarrow \neg p$$

e. 
$$\neg (p \land q) \leftrightarrow \neg p \lor \neg q$$

#### **Exercice 10 (vérifier la validité d'un raisonnement déductif)**

suivant: « s'il ne fait pas froid et s'il fait froid quand il pleut, alors il ne pleut pas. »

### **Exercice 11 (vérifier la validité d'un raisonnement déductif)**

Dans cet exercice, nous vous proposons une activité à réaliser à l'aide d'une IA générative. Sur Moodle, vous trouverez un prompt qui configurera l'IA générative pour vous proposer des exercices de logique et vous accompagner dans leur résolution. L'objectif de l'activité est de vous familiariser avec le concept de validité formelle d'un raisonnement déductif et les différents types de raisonnements que vous pourriez rencontrer. L'activité peut être réalisée en petits groupes. Si vous ne comprenez pas la question ou les suggestions que l'IA vous propose, ne vous inquiétez pas. C'est tout à fait normal, car vous venez de commencer votre parcours. Les enseignants sont là pour vous aider à réaliser l'activité de la meilleure façon possible. N'hésitez pas à les appeler comme s'il s'agissait d'un exercice normal sur papier.

### Instructions pour démarrer l'activité

- Consultez Moodle à l'adresse suivante : https://moodle.vinci.be/mod/page/view.php?id=241622
- Copiez-collez le prompt dans Copilot (<a href="https://www.microsoft365.com/chat/">https://www.microsoft365.com/chat/</a>) en vous connectant avec votre compte Vinci.
- Répondez aux questions proposées par l'IA.

**Attention**: l'IA peut parfois se tromper, et vous donner de mauvaises indications. Soyez toujours critique face à ses affirmations. **N'utilisez pas ce prompt sur ChatGPT gratuit!** En effet si vous avez dépassé votre quota vous utilisez alors GPT4o-mini qui n'est pas suffisamment intelligent pour vous guider correctement.

## **Exercice de niveau examen**

Considérez les variables propositionnelles p, q, et r définies comme suit :

## p: J'étudie; q: J'utilise ChatGPT; r: Je réussis l'examen.

Exprimez chacun des raisonnements déductifs suivantes par une formule de la logique des propositions. *Pour rappel, dans un raisonnement déductif toutes les hypothèses doivent être vraies en même temps.* 

être vi	raies e	n mêm	e temp	OS.		
a)	pas l' (Prén	'exame nisse2)	en. He n'a	n'ai pas étudié e i pas étudié mai c, je réussirai l'e	s j'utiliserai Ch	pas ChatGPT, alors je ne réussirais aatGPT.
<i>b</i> )	(Prén	nisse2)	J'ai ré	n'utilise pas Cha eussi l'examen e c, j'ai étudié.		ussis l'examen, alors j'ai étudié. lisé ChatGPT.
Comp a) et b		es <b>tab</b>	les de	v <b>érité</b> corresp	ondantes aux 1	raisonnements déductifs marqués
a)				Hypothèse 1	Hypothèse 2	Formule complète
	p	q	r	Trypothese 1	Try pochese 2	1 ormale complete
	-	1				
				1	1	1

b)

			Hypothèse 1	Hypothèse 2	Formule complète
p	q	r			

Indiquez <b>lequel est un raisonnement valide</b> et <b>justifiez votre réponse</b> .	

## Fiche d'Autoévaluation – Logique des Propositions

<b>ී</b> Ob	jectifs	d'ap	prentissage
-------------	---------	------	-------------

Validité des raisonnements

[] Je comprends ce qu'est un raisonnement déductif valide.

[] Je sais utiliser une table de vérité pour vérifier la validité d'un raisonnement.

- Identifier les propositions logiques.
- Reconnaître la syntaxe correcte des formules.
- Traduire des phrases en langage symbolique et inversement.
- Construire et interpréter des tables de vérité.
- Comprendre la validité formelle d'un raisonnement déductif.

✓ Autoévaluation par compétence
Reconnaissance des propositions  [] Je sais distinguer une proposition logique d'une phrase non-déclarative.  [] Je peux expliquer pourquoi une phrase est ou n'est pas une proposition.
Syntaxe des formules logiques [] Je reconnais les connecteurs logiques $(\neg, \land, \lor, \rightarrow, \leftrightarrow)$ . [] Je sais identifier les erreurs de syntaxe dans une formule.
Traduction logique ↔ français  [] Je sais traduire une phrase en langage logique à partir de propositions atomiques.  [] Je sais interpréter une formule logique en français.
Arbres syntaxiques [] Je sais construire un arbre syntaxique pour une formule logique. [] Je comprends la hiérarchie des opérations logiques.
Tables de vérité [] Je sais construire une table de vérité complète pour une formule. [] Je sais identifier une tautologie ou une contradiction.

Sic I aui Lamoni	Tiene 1 – Logique des propositions							
Auto-score  Pour chaque compétence, attribue-toi une note de 1 à 5 :								
- 1 = Je ne comprends pas du tout								
- 3 = Je comprends mais je fais encore des erreurs								
- 5 = Je maîtrise complètement								
Mes points forts								
? Mes points à améliorer								

#### Fiche 1 - Solutions

- 1. a, c, d, h, j, l
- 2. a, d, g, j
- 3.  $\neg q \land (p \lor r)$  ou  $(\neg q \land p) \lor r$
- 4.  $(p \rightarrow q \land r) \land (\neg r \rightarrow q)$

5.

- a. Je prends la ligne 5 du métro ou le bus 29.
- b. Si le bus 29 ne s'arrête pas à Schuman, alors si je prends la ligne 5 du métro, je ne prends pas le bus 29.
- c. Je prends le bus 29 ou je ne prends pas la ligne 5 du métro si et seulement si le bus 29 s'arrête à Schuman.
- d. Si le bus 29 ne s'arrête pas à Schuman, je prends la ligne 5 du métro et je ne prends pas le bus 29.
- e. Le bus 29 s'arrête à Schuman et si je prends le bus 29 je prends aussi la ligne 5 du métro.
- 6. Non disponible. Faire l'exercice suivant et vérifier que la solution est correcte. Attention, le fait que les réponses de l'exercice 7 soient correctes ne signifie pas que les réponses de l'exercice 6 le soient également. Une fois que vous avez vérifié que le résultat de l'exercice 7 est correct, demandez à un e enseignant de valider votre arbre syntaxique.

7.

- a. Vrai.
- b. Faux.
- c. Vrai.

8.

p	q	r	$p \wedge q$	$p \vee r$	$\neg ( (p \land q) \lor (p \lor r) )$	$\neg ((p \land q) \lor (p \lor r)) \rightarrow p$
X	X	X	X	X	V	X
X	X	V	Х	V	X	V
Х	V	Х	Х	Х	V	X
X	V	V	Х	V	X	V
V	Х	Х	Х	V	X	V
V	Х	V	X	V	X	V
V	V	X	V	V	X	V
V	V	V	V	V	X	V

<sup>\*</sup>Notez que, dans la plupart des cas, les erreurs se propagent dans les colonnes suivantes

- 9. Construisez des tables de vérité pour les formules suivantes. Notez les tautologies et les contradictions.
  - a. Tautologie.
  - b. Ni tautologie ni contradiction.
  - c. Contradiction.
  - d. Ni tautologie ni contradiction.
  - e. Tautologie.
- 10. En utilisant les propositions atomiques

p: il pleut

q:il fait froid

 $\neg q \land (p \rightarrow q) \rightarrow \neg p$  est une tautologie, donc le raisonnement est solide

Explication: l'implication  $p \rightarrow q$  impose que « il pleut » soit une condition suffisante pour dire que « il fait froid ». Donc, si on dit « il ne fait pas froid », cela implique nécessairement que « il ne pleut pas ».