

1. Σύνολα

1.1 Εισαγωγή στα Σύνολα

Ο όρος **σύνολο** (set), στα μαθηματικά και στην Επιστήμη των Υπολογιστών, αναφέρεται σε μια μη διατεταγμένη συλλογή αντικειμένων, τα οποία αποκαλούνται **στοιχεία** (elements) ή **μέλη** (members) του συνόλου. Ένα σύνολο δηλώνεται, συνήθως, παραθέτοντας τα στοιχεία του μεταξύ 2 αγκυλών, { και }.

Παραδείγματα:

- Το σύνολο των δεκαδικών ψηφίων είναι: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- Το σύνολο των κεφαλαίων Ελληνικών γραμμάτων είναι: $\{Α, Β, Γ, \dots, \Omega\}$
- Το σύνολο των άρτιων πρώτων αριθμών περιλαμβάνει **ένα μόνο στοιχείο**: $\{2\}$
- Το σύνολο των άρτιων πρώτων αριθμών που είναι μεγαλύτεροι του 2 είναι το **κενό σύνολο** που παριστάνεται ως \emptyset ή $\{ \}$

Σε ένα πρόβλημα με σύνολα, τα στοιχεία επιλέγονται από ένα δεδομένο σύνολο που ονομάζεται **καθολικό σύνολο** (universal set) για το πρόβλημα αυτό. Για παράδειγμα, για το σύνολο των φωνηέντων ή το σύνολο $\{\chi, \psi, \zeta\}$ το καθολικό σύνολο μπορεί να είναι το σύνολο των γραμμάτων του Ελληνικού αλφαβήτου. Αν το καθολικό σύνολο είναι το σύνολο των ονομάτων των 7 ημερών της εβδομάδας, τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το σύνολο των εργάσιμων ημερών $\{\text{Δευτέρα, Τρίτη, Τετάρτη, Πέμπτη, Παρασκευή}\}$, το σύνολο των ημερών που δεν περιλαμβάνουν το γράμμα α $\{\text{Τρίτη, Πέμπτη}\}$ ή το σύνολο των ημερών που περιλαμβάνουν το γράμμα κ $\{\text{Κυριακή}\}$.

Ένα σύνολο καθορίζεται από τη **σχέση μέλους** (membership relation). Δεδομένου ενός συνόλου A και ενός οποιουδήποτε αντικειμένου x του καθολικού συνόλου, θα πρέπει να είμαστε σε θέση να καθορίσουμε αν:

- το x ανήκει στο σύνολο A : $x \in A$
- το x δεν ανήκει στο σύνολο A : $x \notin A$

Πράξεις στα σύνολα

Οι 3 βασικές πράξεις στα σύνολα είναι οι εξής:

- Ένωση**
 (union) $A \cup B$ η ένωση των συνόλων A και B είναι το σύνολο των στοιχείων που ανήκουν στο σύνολο A ή στο σύνολο B ή και στα δύο σύνολα.
- Τομή**
 (intersection) $A \cap B$ η τομή των συνόλων A και B είναι το σύνολο των στοιχείων που ανήκουν και στα δύο σύνολα.
- Διαφορά**
 (difference) $A - B$ η διαφορά των συνόλων A - B είναι το σύνολο που περιλαμβάνει τα στοιχεία του συνόλου A που δεν ανήκουν στο σύνολο B.

Το σύνολο ως Αφηρημένος Τύπος Δεδομένων

Ένα σύνολο, από τη σκοπιά των δομών δεδομένων, είναι μια μη διατεταγμένη συλλογή αντικειμένων που ονομάζονται στοιχεία και στα οποία ορίζονται οι βασικές πράξεις του μέλους, της ένωσης, της τομής και της διαφοράς. Εφόσον τα στοιχεία ενός συνόλου είναι μη διατεταγμένα δεν έχει νόημα να μιλάμε για το 1ο, το 2ο στοιχείο κ.τ.λ. Για παράδειγμα, το σύνολο {2, 4, 6, 8} είναι το ίδιο με το σύνολο {4, 2, 8, 6} ή {8, 6, 2, 4}. Επομένως, σε αντίθεση με τα στοιχεία ενός πίνακα, τα στοιχεία ενός συνόλου δεν είναι άμεσα προσπελάσιμα. Επίσης, τα σύνολα έχουν 2 βασικές διαφορές σε σχέση με τις εγγραφές. Τα δεδομένα που αποθηκεύονται σε μια εγγραφή είναι άμεσα προσπελάσιμα και μπορεί να είναι διαφορετικού τύπου.

Οι **βασικές πράξεις/λειτουργίες** που συνδέονται με τα σύνολα είναι:

- **Δημιουργία ενός κενού συνόλου** (Dimiourgia)
- **Δημιουργία καθολικού συνόλου** (Katholiko)
- **Εισαγωγή στοιχείου** (Eisagogi)
- **Διαγραφή στοιχείου** (Diagrafi)
- **Μέλος** (Melos)
- **Κενό** (KenoSynolo)
- **Ίσα** (IsaSynola)
- **Υποσύνολο** (Yposynolo)
- **Ένωση** (EnosiSynolou)
- **Τομή** (TomiSynolou)
- **Διαφορά** (DiaforaSynolou)

Βέβαια, είναι προφανές ότι σχεδόν ποτέ δεν χρειάζονται όλες οι προαναφερθείσες πράξεις σε μια εφαρμογή.

Ένας τυπικός ορισμός για τον αφηρημένο τύπο δεδομένων Σύνολο είναι ο ακόλουθος:

ΑΤΔ ΣΥΝΟΛΟ

Συλλογή στοιχείων δεδομένων:

Μια συλλογή μοναδικών στοιχείων του ίδιου τύπου, τα οποία δεν έχουν καμία σχέση μεταξύ τους.

Βασικές λειτουργίες/πράξεις:

Δημιουργία ενός κενού συνόλου (Dimiourgia):

Λειτουργία: Δημιουργεί ένα σύνολο χωρίς στοιχεία, δηλαδή το κενό σύνολο.

Επιστρέφει: Το κενό σύνολο.

Δημιουργία καθολικού συνόλου (Katholiko):

Δέχεται: Ένα σύνολο.

Λειτουργία: Δημιουργεί ένα σύνολο με όλα τα στοιχεία, έτσι όπως ορίστηκε στο τμήμα δηλώσεων του προγράμματος.

Επιστρέφει: Το καθολικό σύνολο που δημιουργήθηκε.

Εισαγωγή στοιχείου (Eisagogi):

Δέχεται: Ένα σύνολο και ένα στοιχείο.

Λειτουργία: Εισάγει το στοιχείο στο σύνολο.

Επιστρέφει: Το τροποποιημένο σύνολο.

Διαγραφή στοιχείου (Diagrafi):

Δέχεται: Ένα σύνολο και ένα στοιχείο.

Λειτουργία: Διαγράφει το στοιχείο από το σύνολο.

Επιστρέφει: Το τροποποιημένο σύνολο.

Μέλος (Melos):

Δέχεται:	Ένα σύνολο και ένα στοιχείο.
Λειτουργία:	Ελέγχει αν το στοιχείο ανήκει στο σύνολο.
Επιστρέφει:	Επιστρέφει TRUE αν το στοιχείο ανήκει στο σύνολο και FALSE διαφορετικά.

Κενό (KenoSynolo):

Δέχεται:	Ένα σύνολο.
Λειτουργία:	Ελέγχει αν το σύνολο είναι κενό.
Επιστρέφει:	Επιστρέφει TRUE αν το σύνολο είναι κενό και FALSE διαφορετικά.

Ίσα (IsaSynola):

Δέχεται:	Δύο σύνολα.
Λειτουργία:	Ελέγχει αν τα σύνολα είναι ίσα.
Επιστρέφει:	Επιστρέφει TRUE αν τα δύο σύνολα έχουν τα ίδια στοιχεία και FALSE διαφορετικά.

Υποσύνολο (ΥποSynolo):

Δέχεται:	Δύο σύνολα S1 και S2.
Λειτουργία:	Ελέγχει αν το σύνολο S1 είναι υποσύνολο του S2.
Επιστρέφει:	Επιστρέφει TRUE αν το σύνολο S1 είναι ένα υποσύνολο του S2, δηλαδή αν κάθε στοιχείο του S1 είναι και στοιχείο του S2.

Ένωση (EnosiSynolou):

Δέχεται:	Δύο σύνολα S1 και S2.
Λειτουργία:	Δημιουργεί ένα νέο σύνολο με τα στοιχεία που ανήκουν ή στο S1 ή στο S2 ή και στα δύο σύνολα.
Επιστρέφει:	Επιστρέφει το σύνολο που προκύπτει από την ένωση των συνόλων S1 και S2.

Τομή (TomiSynolou):

Δέχεται:	Δύο σύνολα S1 και S2.
Λειτουργία:	Δημιουργεί ένα νέο σύνολο με τα στοιχεία που ανήκουν και στα δύο σύνολα S1 και S2.
Επιστρέφει:	Επιστρέφει το σύνολο που προκύπτει από την τομή των συνόλων S1 και S2.

Διαφορά (DiaforaSynolou):

Δέχεται:	Δύο σύνολα S1 και S2.
Λειτουργία:	Δημιουργεί ένα νέο σύνολο με τα στοιχεία που ανήκουν στο σύνολο S1 και δεν ανήκουν στο S2.
Επιστρέφει:	Επιστρέφει το σύνολο που προκύπτει από την διαφορά των συνόλων S1-S2.