



Daiane Marcolino de Mattos

**Uma nova medida de núcleo da inflação para o
Brasil**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Métodos de Apoio à decisão do Departamento de Engenharia de Elétrico do Centro Técnico Científico da PUC-Rio.

Orientador : Prof. Dr. Cristiano Augusto Coelho Fernandes
Co-orientador: Prof. Dr. Pedro Guilherme Costa Ferreira

Rio de Janeiro
Março de 2017



Daiane Marcolino de Mattos

Uma nova medida de núcleo da inflação para o Brasil

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Métodos de Apoio à decisão do Departamento de Engenharia de Elétrico do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Dr. Cristiano Augusto Coelho Fernandes

Orientador

Departamento de Engenharia de Elétrica – PUC-Rio

Prof. Dr. Pedro Guilherme Costa Ferreira

Co-orientador

Instituto Brasileiro de Economia – FGV IBRE

Rio de Janeiro, x de Março de 2017

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Daiane Marcolino de Mattos

Graduou-se em Estatística pela Escola Nacional de Ciências Estatísticas (ENCE/IBGE).

Ficha Catalográfica

Marcolino de Mattos, Daiane

Uma nova medida de núcleo da inflação para o Brasil / Daiane Marcolino de Mattos; orientador: Cristiano Augusto Coelho Fernandes; co-orientador: Pedro Guilherme Costa Ferreira. – Rio de Janeiro: PUC-Rio, Departamento de Engenharia de Elétrica, 2017.

v., 70 f: il. ; 30 cm

Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia de Elétrica.

Inclui bibliografia

... I. Augusto Coelho Fernandes, Cristiano. II. Guilherme Costa Ferreira, Pedro. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia de Elétrica. IV. Título.

CDD: 620.11

Agradecimentos

...

Resumo

Marcolino de Mattos, Daiane; Augusto Coelho Fernandes, Cristiano; Guilherme Costa Ferreira, Pedro. **Uma nova medida de núcleo da inflação para o Brasil**. Rio de Janeiro, 2017. 70p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia de Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

...

Palavras-chave

...

Abstract

Marcolino de Mattos, Daiane; Augusto Coelho Fernandes, Cristiano (Advisor); Guilherme Costa Ferreira, Pedro (Co-Advisor). **A new measure of the Brazilian inflation trend**. Rio de Janeiro, 2017. 70p. Dissertação de mestrado – Departamento de Engenharia de Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

...

Keywords

...

Sumário

1	Introdução	10
2	Revisão bibliográfica	12
2.1	Inflação e núcleo da inflação	12
2.2	O desenvolvimento dos núcleos ao longo do tempo	12
2.3	Núcleos no Brasil	16
2.4	Núcleos utilizados no mundo	17
2.5	Implementação dos núcleos mais utilizados no mundo	17
2.6	Como avaliar a utilidade de um núcleo?	22
3	Uma análise sobre as medidas de núcleo divulgadas no Brasil	26
3.1	Que medidas de núcleo estão disponíveis hoje no Brasil?	26
3.2	Avaliação segundo as propriedades desejáveis de um núcleo	27
3.2.1	Conclusão	32
4	Propostas metodológicas	33
4.1	Suavização dos núcleos tradicionais	33
4.2	Núcleo via Dynamic Conditional Score Models	35
4.2.1	Dynamic Conditional Score Models	36
4.2.2	Estimação e inicialização	38
4.2.3	Parametrização	38
4.2.4	Diagnósticos	40
4.2.5	Previsão	40
4.2.6	Componentes não observáveis	41
4.2.7	Modelo DCS para estimação de núcleo da inflação	44
5	Resultados	46
5.1	Estimação	46
5.1.1	Núcleo 1: via suavização	46
5.1.2	Núcleo 2: via Dynamic Conditional Score Models	48
5.2	Comparação e avaliação segundo às características esperadas de um núcleo	57
5.2.1	Estabilidade	61
5.2.2	Comparação com a inflação acumulada em 12 meses	62
5.3	Inflação no Brasil em 2018	65
6	Conclusão e trabalhos futuros	66
	Referências bibliográficas	68

Lista de figuras

Figura 3.1	Núcleos da inflação disponíveis no Brasil	27
Figura 5.1	Núcleo via suavização (Núcleo-S)	46
Figura 5.2	Núcleo via suavização: os três passos	47
Figura 5.3	Núcleo via modelo DCS (Núcleo-DCS)	48
Figura 5.4	Núcleos via modelos DCS	49
Figura 5.5	Análise residual modelo DCS-N 1	50
Figura 5.6	Análise residual modelo DCS-N 1 com <i>dummy</i>	50
Figura 5.7	Análise residual modelo DCS-N 2 com <i>dummy</i>	52
Figura 5.8	Análise residual modelo DCS-N 3 com <i>dummy</i>	52
Figura 5.9	Tendências ($\mu_{t t-1}$) dos modelos DCS-Normal e DCS-t	55
Figura 5.10	Tendências via DCS-N e DCS-t para o IPC-Br a partir de jul/2003	56
Figura 5.11	IPC-Br, Núcleo-S e Núcleo-DCS	57
Figura 5.12	Núcleo-S vs. Núcleo-DCS	57
Figura 5.13	Previsão do IPC-Br via modelo DCS	61
Figura 5.14	Estabilidade histórica dos núcleos	62
Figura 5.15	Núcleos vs. IPCA acumulado em 12 meses	62

Lista de tabelas

Tabela 2.1	Tipos de núcleo da inflação utilizados por diversos países	18
Tabela 3.1	Núcleos da inflação disponíveis no Brasil	26
Tabela 3.2	Teste de Sazonalidade QS	27
Tabela 3.3	Estatísticas descritivas para as medidas de núcleo existentes no Brasil	28
Tabela 3.4	Teste de raiz unitária (ADF) no IPC-Br, IPCA e seus núcleos	29
Tabela 3.5	Teste de cointegração de Johansen entre o IPC-Br, IPCA e seus núcleos	29
Tabela 3.6	Dinâmica entre IPC-Br, IPCA e seus núcleos	30
Tabela 3.7	Análise da previsão da inflação utilizando núcleos	31
Tabela 3.8	Erro de previsão (RMSE) 1 passo à frente para os últimos 12 meses	31
Tabela 5.1	Estatísticas e testes nos resíduos do modelo DCS-N 1	50
Tabela 5.2	Estatísticas e testes nos resíduos do modelo DCS-N 1 com <i>dummy</i>	50
Tabela 5.3	Parâmetros estimados via máxima verossimilhança (θ) para os modelos DCS-N 1, DCS-N 2 e DCS-N 3	51
Tabela 5.4	Estatísticas e testes nos resíduos do modelo DCS-N 2 com <i>dummy</i>	52
Tabela 5.5	Estatísticas e testes nos resíduos do modelo DCS-N 3 com <i>dummy</i>	53
Tabela 5.6	Parâmetros estimados via máxima verossimilhança (θ) para os modelos DCS-t	54
Tabela 5.7	Estatísticas e testes nos resíduos do modelo DCS-t 3 com <i>dummy</i>	54
Tabela 5.8	Comparação DCS-N e DCS-t para o IPC-Br a partir de jul/2003	56
Tabela 5.9	Teste de Sazonalidade QS	58
Tabela 5.10	Estatísticas descritivas dos núcleos propostos e do IPC-Br	58
Tabela 5.11	Teste de raiz unitária (ADF) nos núcleos propostos e no IPC-Br	58
Tabela 5.12	Teste de cointegração de Johansen entre o IPC-Br e os núcleos propostos	59
Tabela 5.13	Dinâmica entre IPC-Br e os núcleos propostos	59
Tabela 5.14	Análise da previsão da inflação utilizando núcleos	60
Tabela 5.15	Erro de previsão (RMSE) 1 passo à frente para os últimos 12 meses	60
Tabela 5.16	Teste de causalidade de Granger entre IPCA e os núcleos propostos	64
Tabela 5.17	Previsão do IPC-Br, do IPCA e do Núcleo-DCS para 2018	65

1

Introdução

Núcleo da inflação, apesar de não possuir uma definição muito precisa, pode ser entendido atualmente como uma medida de tendência da inflação. Um tipo de medida livre de movimentos de curto prazo que acrescentam volatilidade à inflação, não permitindo enxergar sua componente de longo prazo claramente. Não há uma única forma definida para o cálculo de núcleos. Alguns métodos são puramente estatísticos, outros fundamentados em conceitos econômicos. Para avaliar qual método tende a ser superior aos demais, os estudiosos costumam comparar as medidas segundo a capacidade de informação que cada uma traz. No entanto, a forma de avaliar não é algo bem estruturado. O que se percebe é que há um consenso sobre as características que uma medida de núcleo deveria usufruir.

Núcleo da inflação é mais uma ferramenta que os bancos centrais utilizam para a tomada de decisão na condução da política monetária, que tem como objetivo principal controlar o nível geral dos preços em uma economia. No Brasil, cinco núcleos são estimados mensalmente em conjunto pelo Banco Central do Brasil (BCB) e pela Fundação Getúlio Vargas (FGV). Como será visto a seguir, as medidas não parecem captar a tendência da inflação adequadamente. Por isso esse trabalho busca contribuir com mais uma medida de tendência dos preços para auxiliar o BCB na tomada de decisão.

Para cumprir tal objetivo, a dissertação foi dividida em mais 5 capítulos. O Capítulo 2 apresenta uma revisão da literatura sobre o núcleo, mostrando sua relação com a inflação, seu desenvolvimento ao longo dos anos, quais são os métodos populares de cálculo utilizados internacionalmente e como avaliá-los. Em seguida, no Capítulo 3, faz-se uma análise sobre os núcleos presentes atualmente no Brasil buscando qualificá-los segundo os métodos de avaliação visto no capítulo anterior. Após isso, no Capítulo 4, duas metodologias são propostas para o cálculo de um novo núcleo para a inflação do Brasil. Um dos métodos sugere o aprimoramento da metodologia tradicional e o outro utiliza um modelo estatístico denominado *Dynamic Conditional Score Model*. No Capítulo 5, os núcleos novos são apresentados e avaliados. Algumas análises econômicas são feitas e mostra-se a previsão para inflação para o ano de 2018. As conclusões são ditas no Capítulo 6, finalizando o trabalho.

Os métodos que são propostos aqui podem ser replicados facilmente para qualquer outro índice de inflação de qualquer economia. A implementação foi totalmente desenvolvida no software R e está disponível gratuitamente em <https://github.com/daianemarcolino/gascoreinflation> para replicação e utilização livre.

2

Revisão bibliográfica

Este capítulo destina-se a apresentar a relação entre inflação e núcleo, bem como o desenvolvimento da definição, identificação, avaliação e utilização das medidas de núcleo ao longo do tempo no Brasil e no mundo. Apresenta-se, além disso, quais as medidas de núcleo utilizadas atualmente nos bancos centrais no âmbito internacional.

2.1

Inflação e núcleo da inflação

A inflação pode ser entendida como um aumento generalizado no nível dos preços em uma economia. Com o objetivo de manter estável esse nível geral dos preços, as autoridades monetárias de qualquer país buscam ferramentas que auxiliem na tomada de decisão. No Brasil, o Copom (Comitê de Política Monetária), órgão do BCB, é o responsável por essa tarefa.

Apesar de ser caracterizado como um fenômeno monetário, o aumento no nível dos preços também pode ser afetado por eventos não monetários como, por exemplo, péssimas condições climáticas que tornam os preços dos alimentos mais caros em razão da diminuição da oferta desses produtos para a população. Esse tipo de evento é passageiro e, com a melhoria do clima e das condições de produção, os preços dos alimentos podem retornar ao nível anterior. Tal comportamento transitório, por conseguinte, adiciona ruído ao índice da inflação e não reflete o aumento persistente no nível dos preços.

Em razão disso, as autoridades monetárias deveriam ser capazes de distinguir entre um efeito transitório e um efeito persistente no nível dos preços para o exercício de suas decisões. Uma medida que fornecesse essa informação, isto é, uma medida livre de interferências transitórias que reflete adequadamente a tendência do nível dos preços, pode ser útil na execução dessa atividade. Tal medida é o que se entende hoje como *núcleo da inflação*.

2.2

O desenvolvimento dos núcleos ao longo do tempo

O termo “núcleo da inflação” foi primeiramente formalizado por Otto Eckstein (1) em 1981 em seu livro intitulado *Core Inflation*. O autor definiu

núcleo de inflação como a tendência da taxa de crescimento no custo dos fatores de produção. No entanto, tal definição parece ter sido abandonada uma vez que nos trabalhos subsequentes o núcleo é definido como a inflação livre de movimentos transitórios. Apesar do termo ser formalmente definido apenas em 1981, a ideia de núcleo da inflação começou a surgir, academicamente, por volta de 1952, como reportado por Wynne em 2008 (2). Em janeiro de 1978, o *Bureau of Labor Statistics* (BLS) começou a divulgar o *CPI All Items less food and energy*, mas somente em 2001 essa medida e algumas outras passaram a ser classificadas como núcleo do CPI. Percebe-se então a dificuldade de definir algo como um núcleo da inflação. O *CPI All Items less food and energy* é a medida de núcleo mais conhecida e sua popularidade influenciou no entendimento de núcleo como a inflação após a remoção dos itens de alimentação e energia, justamente os itens mais voláteis que poderiam causar ruído a inflação agregada nos Estados Unidos.

Com o passar do tempo, no entanto, diversos autores sugeriram outras maneiras de remover o ruído do índice da inflação, destacando que as fontes de perturbação não provinham apenas das componentes de alimentação e energia. Em 1991, Bryan & Pike (3) sugeriram calcular a inflação por mediana no lugar de uma média ponderada. Essa medida poderia ser entendida como o CPI menos tudo a não ser a variação central dos itens da cesta. Em 1994, Bryan & Cecchetti (4) sugeriram estimadores de influência limitada (mediana ponderada e médias aparadas) para o cálculo da inflação. Tais estimadores desconsideram as variações extremas no cálculo da inflação, fornecendo intuitivamente uma medida menos volátil do que a inflação original e uma medida mais satisfatória para a componente persistente da inflação em comparação ao núcleo que exclui os itens de alimentação e de energia. Nesses tipos de estimadores sugeridos, elimina-se do cálculo da inflação, a cada mês, os itens com as variações extremas (caudas inferior e superior) e recalcula-se a inflação com os itens restantes. Dessa forma, um item específico pode ser excluído do cálculo num determinado mês e em outro, não. Sua exclusão depende apenas de sua variação em comparação com a variação dos outros itens da cesta. Outra forma de calcular um núcleo, proposta na mesma época, é o que se chama de dupla ponderação. Esse método surgiu após os estudos de Dow (1994) (5) e de Diewert (1995) (6). As metodologias buscavam reponderar a cesta de produtos dos índices de preço de acordo com a variabilidade de cada item. Dessa forma, os itens mais voláteis perderiam peso enquanto os menos voláteis ganhariam peso no cálculo do índice da inflação. Assim, nenhum item da cesta é removido do cálculo como acontece nos outros métodos apresentados anteriormente.

Em 1995, Quah & Vahey (7) criticaram os métodos usados até aquele

momento para a definição e estimação de um núcleo da inflação. A crítica era imposta devido aos métodos mais utilizados para estimar uma tendência para inflação não terem fundamentos econômicos. Por exemplo, usar média móvel e em seguida dessazonalizar a série temporal não era justificável pois não há na literatura algo sugerindo a dimensão apropriada para a média móvel. Outra técnica criticada é utilizar o Filtro de Kalman para estimar a tendência, uma vez que é necessário supor uma forma funcional para essa tendência e também não há na literatura esse resultado. Por isso, os autores sugeriram utilizar um modelo VAR bivarido entre uma medida de produto (produção industrial ou PIB) e a medida de inflação desejada. Partindo do pressuposto que a inflação não tem efeito de médio a longo-prazo no produto (curva de Phillips de longo prazo vertical), o sistema VAR poderia ser identificado e a componente de tendência associada ao choque desse pressuposto econômico seria uma estimativa de núcleo da inflação.

Em 1997, Freeman (8) buscou comparar o desempenho da medida de núcleo tradicional (*CPI less food and energy*) com o *median CPI*, sugerido por Bryan & Cechetti (4). Utilizando testes num contexto onde a inflação e os núcleos são considerados não-estacionários e cointegrados, os autores concluíram que são boas medidas para refletir a tendência da inflação, no entanto, têm potencial praticamente nulo em ajudar a prevê-la.

Em 1999, Wynne (9) revisou o que havia de núcleo na literatura daquela época buscando encontrar alguma medida útil para entender o desenvolvimento da inflação na área do euro. Mostra-se que há confusão sobre o conceito de núcleo, uma vez que os estudiosos da época não chegam a um consenso de como deve ser estimada a parte monetária da inflação: se deve-se levar em conta definições teóricas da economia no cálculo (modelos econométricos) ou se os métodos puramente estatísticos já são suficientes para captar essa componente. Assim, há diversas maneiras de se calcular um núcleo da inflação, no entanto, não há critério para definir qual é a melhor ou mais adequada. Dessa forma, o autor sugere alguns critérios para avaliar se uma medida deve ser escolhida como um núcleo da inflação. Os critérios são apresentados e discutidos com mais detalhes na seção 2.6, mas podem ser resumidos em: capturar tendência da inflação, ajudar a prever a inflação, ser fácil de entender pelo público e ter fundamento teórico. Em 2008, Wynne refez a revisão de literatura sobre núcleo, acrescentando as metodologias novas que surgiram. No entanto, não há conclusão a respeito da medida de núcleo perfeita.

Em 2001, Clark (10) estudou as medidas de núcleos divulgadas para o CPI e estimou outras sugeridas por outros autores. Concluiu que os núcleos por médias aparadas e exclusão da componente de energia, seriam os núcleos

mais informativos de acordo com alguns critérios sugeridos por Wynne (9). No entanto, tais medidas ainda preservavam alguma componente de alta frequência, apesar de serem menos voláteis do que CPI, como observou Cogley em 2002 (11).

Cogley apontou que esse ruído remanescente poderia ser a causa do pouco poder de predição da inflação. Dessa forma, sugeriu uma nova medida que poderia ser interpretada como uma atualização constante da média da inflação. Tal medida era estimada a partir de um modelo de alisamento exponencial, simples de replicar e de ser entendido pelo público, segundo o autor, além de não ser necessária a revisão histórica. A medida, menos volátil do que os outros núcleos, aumentava o poder de predição da inflação em um modelo macroeconômico de cerca de 20% para algo em torno de 50% a 65%.

Ainda em 2002, Cristadoro *et al.* (12) propõem um núcleo da inflação estimado por um modelo de fator dinâmico generalizado, após definir núcleo como a componente de longo prazo comum aos produtos da cesta de inflação e a outras variáveis macroeconômicas. Os autores discutem que na zona do euro a política monetária é definida sobre o índice de inflação com variação anual devido ao índice com variação mensal ser muito irregular. Criticam essa utilização pois a variação anual é uma medida muito defasada apesar de ser suave. A medida sugerida é mais suave que a inflação com variação mensal e antecipa o comportamento da variação anual em cerca de 6 meses, além de ser um excelente preditor da variável em horizontes de 6 meses ou mais. Seguindo a mesma linha de raciocínio, Stock & Watson (2015) (13) propõem um modelo de fator dinâmico com volatilidade estocástica para a estimativa da tendência da inflação. O uso da volatilidade estocástica os fez concluir que a categoria de alimentação, que possuía alta volatilidade antes da década de 1980, teve a volatilidade reduzida após esse tempo, o que levou a uma contribuição maior da categoria na estimativa da tendência. Os autores sugerem então, que o núcleo da inflação dos Estados Unidos excluindo apenas a categoria de energia deveria receber mais atenção do que o núcleo que exclui a alimentação também. Além disso, os autores mostram que a medida proposta fornece previsões da inflação mais precisas num horizonte de 1 a 3 anos do que as medidas tradicionais.

Em 2005, Rich & Steindel (14) revisam empírica e conceitualmente os núcleos da inflação nos Estados Unidos. Os autores afirmam que um núcleo deve ser visto como uma meta intermediária e não o alvo final da política monetária, isto é, a estabilização do núcleo como meta contribuirá para a estabilização dos preços agregados. Dessa forma, o Banco Central não ignora o movimento de certos preços na condução da política monetária, não indicando a falta de preocupação com o impacto de alguns preços no custo de vida

do público em geral. A trajetória do núcleo serviria como uma maneira de monitorar o progresso em direção à estabilização do nível geral dos preços. Ainda nesse estudo, os autores contribuem com critérios de avaliação do desempenho de núcleos, similar aqueles propostos por Wynne em 1999. Em seguida os autores analisam o desempenho de núcleos de exclusão, médias aparadas, mediana e alisamento exponencial de Cogley. Concluem que não há sequer um núcleo que supere o desempenho de todos considerando os critérios de avaliação e, por isso, recomendam a utilização dos indicadores com cautela, sabendo extrair a capacidade informativa que cada um pode fornecer.

2.3

Núcleos no Brasil

O regime de metas, no qual o banco central se compromete a atuar de forma a garantir que a inflação esteja controlada, foi implantado no Brasil em 1999, época de incerteza em que o cenário econômico brasileiro enfrentava a desvalorização do real. O índice escolhido para ser controlado foi o IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo), calculado pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) (19), justificado por ser o índice de preços de maior abrangência existente no país, que mede a inflação para domicílios com renda entre 1 a 40 salários-mínimos em 13 cidades ou regiões metropolitanas. Existia a possibilidade de escolher-se um núcleo como índice a ser controlado. No entanto, o receio de que as dúvidas geradas quanto a mais um conceito, além do sistema de metas, de uma medida de inflação que não reflete efetivamente a inflação do consumidor poderiam contestar a transparência e credibilidade da atuação do BCB. Assim, preferiu-se o índice cheio. Os núcleos, todavia, ainda seriam utilizados no conjunto de informações para auxiliar o processo decisório de política monetária.

Com a implantação do sistema de metas, o BCB iniciou também o cálculo dos núcleos no Brasil. Segundo as Notas do Copom, a Fundação Getulio Vargas (FGV) foi a pioneira na divulgação desse tipo de medida¹. O Instituto Brasileiro de Economia (FGV IBRE) calculou o núcleo por médias aparadas com suavização de alguns produtos para o IPC-Br (Índice de Preços ao Consumidor - Brasil), também calculado pela mesma instituição. Em agosto do mesmo ano, o BCB fez referência ao núcleo por médias aparadas calculado por eles próprios². Um ano depois citou o núcleo por exclusão³ e, após 2 anos, o núcleo por médias aparadas sem suavização⁴. Todos referentes ao IPCA.

¹Notas do Copom - Março/2000 - 45ª Reunião: <http://www.bcb.gov.br/?copom45>.

²Notas do Copom - Agosto/2000 - 50ª Reunião: <http://www.bcb.gov.br/?copom50>.

³Notas do Copom - Setembro/2001 - 63ª Reunião: <http://www.bcb.gov.br/?copom63>.

⁴Notas do Copom - Junho/2003 - 85ª Reunião: <http://www.bcb.gov.br/?copom85>.

Em 2009, o BCB alterou o conjunto de núcleos periodicamente divulgados, acrescentando um novo núcleo por exclusão e outro por dupla ponderação.

Um estudo de 2011 de Silva Filho & Figueiredo (18) avaliam se tais núcleos para o IPCA tem sido úteis no Brasil. Os autores concluem que algumas qualidades (ver seção 2.6), como ausência de viés e capacidade de prever a inflação não são encontradas nas medidas e, portanto, sugerem ao mercado usar tais medidas com cautela.

2.4

Núcleos utilizados no mundo

A Tabela 2.1 apresenta os tipos de núcleos da inflação divulgados pelos bancos centrais em alguns países do mundo. Nota-se que a maioria estima mais de uma medida de núcleo, confirmando que não há um consenso sobre qual é a melhor ou a mais indicada. Além disso, das 21 instituições, apenas quatro apresentam núcleos estimados via modelagem estatística/econométrica (componentes principais, modelos de fatores dinâmicos ou VAR), corroborando a ideia de que os métodos de estimação de núcleo por exclusão e médias aparadas, que são mais intuitivos para o público em geral, são os mais divulgados.

2.5

Implementação dos núcleos mais utilizados no mundo

Como visto na seção 2.2, há diversas maneiras de estimar uma medida de núcleo da inflação. Dentre as observadas, algumas se destacam (Tabela 2.1). Serão apresentadas os passos de construção dos núcleos por exclusão, por dupla ponderação, por médias aparadas e por mediana ponderada. Tais metodologias podem ser aplicadas a qualquer índice de inflação no mundo, desde que se tenha disponível a variação dos preços e o peso dos produtos que compõem a cesta do índice. Os procedimentos apresentados são baseados na metodologia dos núcleos do índice de inflação do Brasil fornecida pelo BCB⁵ e nos documentos citados na seção 2.2.

Todas as metodologias apresentadas a seguir estão implementadas no software R no pacote *Inflation* (22).

• Exclusão

O núcleo por exclusão é um dos tipos de núcleo mais populares e seu fácil entendimento pelo público o torna uma grande vantagem em utilizá-

⁵A metodologia pode ser acessada em <https://www.bcb.gov.br/htms/relinf/port/2009/12/ri200912b7p.pdf>. Data de acesso: 18-05-2017.

Países	EX	DP	MA	ME	Modelo
Austrália	×		×	×	
África do Sul	×		×		
Argentina	×		×		×
Brasil	×	×	×		
Bolívia	×		×		
Canadá	×	×	×	×	×
Chile	×				
Colômbia	×		×		
Equador	×				
Estados Unidos	×		×	×	
Japão			×	×	
México	×		×		
Noruega	×		×	×	
Nova Zelândia	×		×	×	×
Paraguai	×	×	×		
Peru	×				×
Suécia		×	×		
Suíça	×		×		
Uruguai	×				
Venezuela	×				
Zona do Euro	×				

EX: exclusão; DP: dupla ponderação; MA: médias aparadas; ME: mediana; Modelo: fatores dinâmicos, componentes principais ou VAR.
 Fonte: informações coletadas dos bancos centrais dos países.

Tabela 2.1: Tipos de núcleo da inflação utilizados por diversos países

lo. Este núcleo é criado ao se excluir alguns itens do cálculo do índice da inflação. Geralmente, exclui-se aqueles que são mais voláteis historicamente ou administrados pelo governo. Considere, por exemplo, o núcleo *all items less food and energy* do índice de preços ao consumidor dos Estados Unidos (CPI), que não contabiliza alimentos e energia em sua formulação. A justificativa para tal exclusão é fundamentada na ideia de que esses itens têm alterações rápidas nas taxas de variações e esse comportamento pode não estar relacionado a tendência do nível dos preços na economia, pois os preços de tais itens estão mais relacionados a fatores temporários (por exemplo, fatores ambientais) que podem se reverter mais tarde, e assim não necessitar de intervenção econômica. Dessa forma, o curso da inflação pode ser analisado sem influência desses produtos.

Uma crítica na utilização deste tipo de núcleo é que excluir determinados itens implica dizer que eles não carregam informações relevantes sobre o curso da inflação e que os itens não excluídos são sempre informativos, o que às vezes pode não ser necessariamente verdade. Um estudo do *Federal Reserve Bank of St. Louis* em 2002 (15) questiona se os itens alimentícios não deveriam retornar

a cesta de produtos do núcleo da inflação dos Estados Unidos, pois esses já não são tão voláteis como eram na criação do núcleo (década de 70). Os autores compararam a previsão da inflação quando se utiliza um núcleo que exclui energia e alimentação e outro que exclui somente energia e mostraram que o último apresenta menor erro de previsão. A mesma recomendação de adicionar a alimentação de volta à cesta do núcleo também é documentada por Stock & Watson (2015) utilizando um modelo de volatilidade estocástica (seção 2.2). Dessa forma, é válido investigar de tempos em tempos a necessidade de eliminar determinados itens no cálculo de um núcleo por exclusão.

Uma maneira de escolher quais itens devem ser excluídos tomando como base o cálculo da volatilidade é dada nos passos a seguir:

- i. Calcular o desvio-padrão de cada item i considerando toda a série histórica:

$$x_i = sd(\pi_i) = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (\pi_{i,t} - \bar{\pi}_i)^2}{T - 1}}$$

em que:

$\pi_{i,t}$ é a variação do preço do item i no tempo t ;

$$\bar{\pi}_i = \frac{\sum_{t=1}^T \pi_{i,t}}{T}.$$

- ii. Padronizar os desvios-padrão obtidos em (i.);

$$xp_i = \frac{x_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^2}{n - 1}}}$$

em que: n é o número de itens na cesta.

- iii. Recalcular o índice considerando apenas os itens cujo desvio-padrão padronizado (xp_i) não ultrapasse, em valor absoluto, o valor 2:

$$\pi_t^{EX} = \sum_{i=1}^m w_{i,t} \pi_{i,t}$$

em que:

$$\sum_{i=1}^m w_{i,t} = 1;$$

$i = 1, \dots, m$, tal que $m < n$ é número de itens que obedecem a condição $|xp_i| < 2$.

• Dupla Ponderação

Em vez de definir antecipadamente quais itens devem ser descartados do cálculo da inflação para eliminar ruídos irrelevantes, como é feito no núcleo por exclusão, o núcleo por dupla ponderação repondera os pesos dos itens pelo inverso da volatilidade. Dessa forma, nenhum item é excluído, mas perde sua importância no cálculo quanto maior for a sua volatilidade. Para calcular um núcleo por dupla ponderação, deve-se proceder como a seguir:

- i. Calcular a variação relativa $\pi_{i,t}^{rel}$ de cada item:

$$\pi_{i,t}^{rel} = \pi_{i,t} - \pi_t$$

em que:

$\pi_{i,t}$ é a variação do preço do item i no tempo t ;

π_t é a variação da inflação agregada.

- ii. Calcular o desvio-padrão da variação relativa de cada item considerando uma janela móvel j de 48 meses:

$$\sigma_{i,t} = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{j-1} (\pi_{i,t-k}^{rel} - \overline{\pi_{i,t}^{rel}})^2}{j-1}}$$

em que:

$j = 48$;

$$\overline{\pi_{i,t}^{rel}} = \frac{\sum_{k=0}^{j-1} \pi_{i,t-k}^{rel}}{j}.$$

- iii. Calcular os novos pesos ($z_{i,t}$) a partir de $\sigma_{i,t}$ e dos pesos originais ($w_{i,t}$):

$$z_{i,t} = \frac{\frac{1}{\sigma_{i,t}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{i,t}}} w_{i,t}$$

em que:

n é o número de itens na cesta;

$$\sum_{i=1}^n z_{i,t} = 1.$$

- iv. Recalcular o índice considerando os novos pesos:

$$\pi_t^{DP} = \sum_{i=1}^n z_{i,t} \pi_{i,t}$$

A definição de $j = 48$ é relativa, o usuário pode escolher o tamanho da

janela de cálculo da forma que desejar. Por exemplo, pode ser escolhido de acordo com erro de previsão do índice de referência.

• Médias Aparadas

O núcleo por médias aparadas exclui do cálculo do índice de preços os itens que apresentam variações extremas, isto é, as maiores e menores variações em um dado período. De forma diferente do núcleo por exclusão, que exclui itens em toda a série histórica, no núcleo por médias aparadas, é decidido a cada mês se um item permanece ou é excluído do cálculo do índice ao comparar a sua variação com a variação dos demais itens.

Há duas versões para esse tipo de núcleo: sem e com suavização. A versão sem suavização exclui os itens que apresentam variações extremas sem examinar se este é um comportamento regular. Considere, por exemplo, itens que apresentam variações infrequentes no ano, como cursos formais de educação (ensino fundamental, médio, superior, etc). Embora tais itens apresentem alta variação quando são reajustados, geralmente em janeiro, ao calcular o núcleo sem suavização, esses itens provavelmente seriam excluídos e o nível da inflação seria subestimado. Para minimizar a probabilidade desses tipos de itens serem excluídos e, conseqüentemente, a perda de informação, faz-se uso da versão com suavização. A versão com suavização reparte, a cada mês, a variação desses itens, previamente definidos, em 12 parcelas iguais. Assim, a variação de um item no mês corrente é definida como a soma composta de $1/12$ da variação corrente e $1/12$ das variações nos 11 meses anteriores. Para calcular um núcleo por médias aparadas com suavização, siga os passos:

- i. Suavizar os itens previamente definidos:

$$\pi_{i,t}^* = \begin{cases} \left[\prod_{k=0}^{11} \left(\frac{\pi_{i,t-k}}{100} + 1 \right)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] \times 100 & \text{se } i \text{ deve ser suavizado} \\ \pi_{i,t} & \text{c.c.} \end{cases}$$

- ii. Considerando t , ordenar de forma crescente os pesos dos itens segundo a variação;
- iii. Calcular a soma dos pesos acumulados;
- iv. Desconsiderar os itens cujo peso acumulado é inferior a 20% e superior a 80%. Assim, a soma dos pesos dos itens que ficaram no cálculo deve ser exatamente 60%.
- v. Reponderar os pesos dos itens restantes para que somem 1 e recalculer o índice:

$$\pi_t^{MA} = \sum_{i=1}^m w_{i,t} \pi_{i,t}^*$$

em que:

$$\sum_{i=1}^m w_{i,t} = 1;$$

$i = 1, \dots, m$, tal que $m < n$ é número de itens não excluídos do cálculo;
 n é o número de itens na cesta.

O corte de 20% das caudas inferior e superior é relativo, o usuário pode escolhê-lo da forma que julgar. Por exemplo, pode ser escolhido de acordo com erro de previsão do índice de referência ou aquele que mantém a média das duas medidas estatisticamente iguais.

• Mediana Ponderada

O cálculo do núcleo por mediana ponderada é um pouco similar ao por médias aparadas. Nesse caso, em vez de ignorar os extremos das distribuições dos pesos, considera-se apenas o peso central ou o imediatamente superior.

- i. Considerando t , ordenar de forma crescente os pesos dos itens segundo a variação;
- ii. Calcular a soma dos pesos acumulados;
- iii. A variação do item que corresponde ao peso acumulado de 50% ou ao imediatamente superior é o núcleo por mediana ponderada naquele tempo t .

Essa metodologia não deve ser confundida com o núcleo por mediana. Neste desconsidera-se o peso de cada item da cesta. O núcleo por mediana é a mediana das variações de preço dos itens da cesta no tempo t .

2.6

Como avaliar a utilidade de um núcleo?

A confiabilidade de uma medida de núcleo da inflação deve ser avaliada, isto é, faz-se necessário verificar se a medida exerce a função que foi destinada a exercer teoricamente. Após surgirem diversos métodos de estimação de núcleos da inflação, percebeu-se a necessidade de avaliar sua utilidade. Além disso, alguma técnica de avaliação é necessária quando se pretende comparar diversas medidas.

Em 1999, Wynne listou algumas características que devem ser consideradas ao estimar e escolher uma medida de núcleo da inflação. Tais características são similares às sugeridas por Rich & Steindel em 2005 (14).

1. *Estimação em tempo real*: um núcleo deve ser computado em tempo real, isto é, após a divulgação das variações de preços de cada item da cesta em tempo t , tem-se a estimativa do núcleo em tempo t .
2. *Entendimento pelo público*: um núcleo construído de forma simples e objetiva pode facilitar a comunicação com o público em análises políticas, bem como a replicação de resultados e análises empíricas por estudiosos, contribuindo para a transparência do banco central na condução da política monetária;
3. *Base teórica*: é desejável que a medida de núcleo seja estimada segundo a teoria econômica pois isso torna mais fácil a justificação de sua criação;
4. *Similaridade de médias*: a média de um núcleo deve ser comparável à média da série de inflação durante um longo período de tempo;
5. *Acompanhar a tendência da inflação*: a medida de núcleo deve ser um bom indicador da tendência da inflação, sendo esta menos volátil do que a inflação agregada;
6. *Trajectoria explicativa*: a medida de núcleo deve explicar movimentos passados da inflação, bem como fornecer informações sobre potenciais desenvolvimentos futuros.

Praticamente todas as medidas de núcleos podem ser estimadas em tempo real, exceto aquelas via filtros de médias móveis que não são calculadas para as pontas da série, uma vez que utilizam observações futuras e passadas para um ponto central. O entendimento pelo público é algo válido. Os bancos centrais já têm essa preocupação. É benéfico buscar uma medida que, em sua construção, facilite a interação entre a política e o público e ainda permita que os interessados no assunto consigam replicar e analisar os resultados, contribuindo para a credibilidade do órgão e para a transparência na condução da política monetária. Com respeito a base teórica, por se tratar de um tema econômico, estimar um núcleo fundamentado em justificativas econômicas fornece mais confiança, porém, tal critério não é bem respeitado quando se examina os núcleos mais difundidos no mundo (Tabela 2.1). É esperado que a média do núcleo e da inflação agregada sejam similares, justamente porque espera-se que a inflação flutue em torno da medida de tendência após a remoção dos ruídos. Assim, se o núcleo está acima da inflação, há indicativos de que a inflação vá aumentar num tempo futuro para que as médias se mantenham similares estatisticamente, fornecendo então informações sobre os potenciais desenvolvimentos futuros da inflação. Apesar de tudo, o que se percebe é que os estudos que propõem núcleos da inflação focam mais na capacidade da medida em trazer informações sobre os movimentos futuros da inflação, o que

é intuitivo. Para que serve um núcleo que não produza informações úteis na estabilização geral dos preços?

Os critérios 4 a 6 podem ser avaliados segundo testes estatísticos apresentados a seguir. Os critérios 4 e 5 buscam medir a capacidade do núcleo em capturar a tendência da inflação. Segundo Clark (2001), um núcleo captura a tendência da inflação se as médias das duas medidas são similares (ausência de viés).

Se as medidas forem estacionárias, ainda é possível testar a significância desse viés. Sejam as séries da inflação (π_t) e do núcleo ($\pi_t^{\text{núcleo}}$). A ausência de viés pode ser verificada pelo teste F , sob hipótese nula $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, na equação (2-1):

$$\pi_t = \alpha + \beta \pi_t^{\text{núcleo}} + \varepsilon_t \quad (2-1)$$

A rejeição da hipótese nula revela evidências de viés da medida de núcleo. A ideia por trás desse teste é simples. Tomando o operador de esperança nos dois lados da equação e assumindo que $\alpha = 0$, $\beta = 1$ e que a inflação é decomposta por um núcleo e uma parte transitória estacionária com média zero, tem-se que o valor esperado da inflação e do núcleo são estatisticamente similares.

$$E[\pi_t] = E[\cancel{\alpha} + \cancel{\beta} \pi_t^{\text{núcleo}}] + E[\cancel{\varepsilon_t}] = E[\pi_t^{\text{núcleo}}]$$

No entanto, a inflação pode ser uma medida não-estacionária, como acontece para as medidas de núcleo do Brasil (seção 3.2) e em outros estudos vistos na revisão de literatura (seção 2.2). Nesse caso, esse teste se torna inapropriado.

Confirma-se também o núcleo como um indicador de longo-prazo da inflação aplicando testes de cointegração. Além das medidas serem cointegradas, é válido verificar como se dá a dinâmica de ajustamento entre elas, isto é, o movimento comum entre as medidas se dá em razão da inflação se mover em direção ao núcleo ou do núcleo em direção à inflação? Essa avaliação fornece indicativos dos movimentos futuros da inflação e pode ser feita na análise dos coeficientes λ e $\lambda_{\text{núcleo}}$ das equações (2-2) e (2-3) sugeridas em Mehra & Reilly (2009) (16), que indicam como a inflação e o núcleo se ajustam quando há alguma diferença entre eles, considerando que ambos são não-estacionários e cointegrados. Se λ for negativo e $\lambda_{\text{núcleo}}$ nulo, estatisticamente, pode-se concluir que a inflação se move em direção ao núcleo e o núcleo não se move em direção à inflação. Se λ for negativo e $\lambda_{\text{núcleo}}$ for positivo, conclui-se que as medidas se

atraem simultaneamente.

$$\Delta\pi_t = \alpha + \lambda\mu_{t-1} + \sum_{k=1}^p \alpha_k \Delta\pi_{t-k} + \varepsilon_t \quad (2-2)$$

$$\Delta\pi_t^{\text{núcleo}} = \alpha + \lambda_{\text{núcleo}}\mu_{t-1} + \sum_{k=1}^p \alpha_k \Delta\pi_{t-k}^{\text{núcleo}} + \varepsilon_t \quad (2-3)$$

em que:

μ_{t-1} é o vetor de cointegração, que se resume a $\pi_t - \pi_t^{\text{núcleo}}$ se o núcleo não é viesado;

$\Delta = 1 - L$ em que L é o operador de defasagem tal que $L^n y_t = y_{t-n}$.

Com respeito à trajetória explicativa que é desejável que um núcleo tenha, podem ser estimados modelos de previsão para a inflação utilizando o núcleo como variável independente.

3

Uma análise sobre as medidas de núcleo divulgadas no Brasil

Neste capítulo encontra-se uma análise estatística, segundo os métodos de avaliação propostos na seção 2.6, sobre os núcleos disponíveis atualmente no Brasil. Tal análise já foi executada por Ferreira et al. (23) em 2016 e está sendo refeita a seguir para o mesmo conjunto de dados porém com mais observações disponíveis.

3.1

Que medidas de núcleo estão disponíveis hoje no Brasil?

Atualmente, existem oficialmente seis medidas de núcleo da inflação no Brasil (Tabela 3.1). Cinco delas são estimadas pelo BCB e têm referência ao IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo), este o índice oficial da inflação no país divulgado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (19). A sexta medida refere-se ao IPC-Br (Índice de Preços ao Consumidor - Brasil), ambas estimadas pelo Instituto Brasileiro de Economia da Fundação Getúlio Vargas (FGV IBRE) (20). Nesse estudo as medidas variam de jan/2001 a dez/2017, totalizando 204 observações, e são exibidas na Figura 3.1. As análises a seguir serão feitas tanto para a série completa como para o histórico dividido pela metade (primeira parte terminando em jun/2009 e segunda parte iniciando em jul/2009).

Sigla	Nome completo	Fonte
IPC-Br	Índice de Preço ao Consumidor - Brasil	FGV
IPC-Br-MAS	Núcleo por médias aparadas com suavização para o IPC-Br	FGV
IPCA	Índice de Preço ao Consumidor Amplo	IBGE
IPCA-MA	Núcleo por médias aparadas sem suavização para o IPCA	BCB
IPCA-MAS	Núcleo por médias aparadas com suavização para o IPCA	BCB
IPCA-EX1	Núcleo por exclusão (monitorados e alimentação no domicílio) para o IPCA	BCB
IPCA-EX2	Núcleo por exclusão (10 itens mais voláteis) para o IPCA	BCB
IPCA-DP	Núcleo por dupla ponderação para o IPCA	BCB

Tabela 3.1: Núcleos da inflação disponíveis no Brasil

É visível que todas preservam bastante ruído em seu histórico e também sugerem indícios de sazonalidade. Os três núcleos por médias aparadas com suavização são os que aparentam ser mais suaves dentre o conjunto. Para

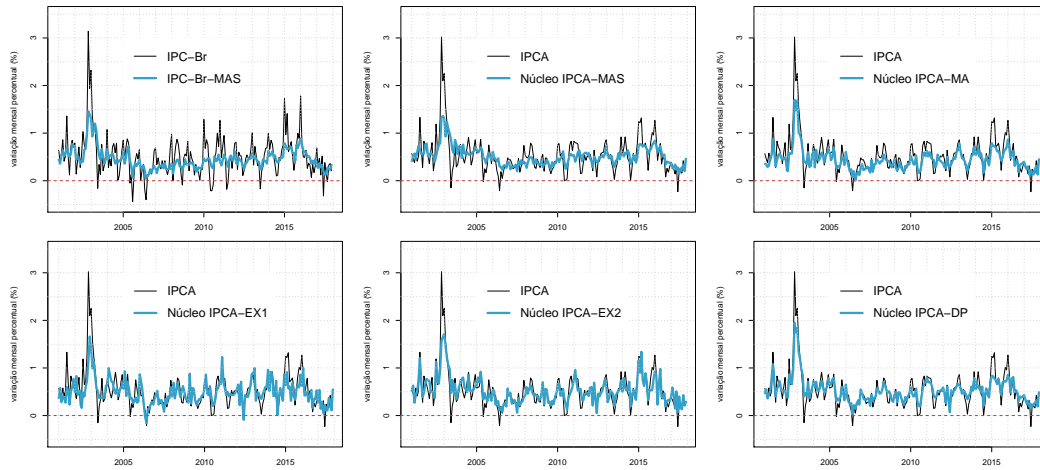


Figura 3.1: Núcleos da inflação disponíveis no Brasil

entender e analisar a trajetória da inflação no Brasil, no entanto, é desejável uma medida menos ruidosa e sem sazonalidade, pois tais componentes podem mascarar a real trajetória de uma série temporal. O teste de sazonalidade¹ (Tabela 3.2) sugere, com 95% de confiança, que apenas os núcleos IPCA-MA e IPCA-DP não apresentam a componente sazonal em todo o seu histórico. Para o período mais antigo, o núcleo IPCA-MAS entra no grupo dos núcleos sem sazonalidade. Para o período mais recente, no entanto, apenas o IPC-Br-MAS e o IPCA-EX1 apontam evidências de sazonalidade.

	Total		Parte inicial		Parte final	
	qs-stat	p-valor	qs-stat	p-valor	qs-stat	p-valor
IPC-Br-MAS	21,04	0,0000	17,79	0,0001	17,73	0,0001
IPCA-MA	2,50	0,2869	2,69	0,2609	0,53	0,7684
IPCA-MAS	12,74	0,0017	4,82	0,0896	5,66	0,0590
IPCA-EX1	33,25	0,0000	6,17	0,0000	21,87	0,0456
IPCA-EX2	8,65	0,0132	23,78	0,0000	0,00	1,0000
IPCA-DP	3,33	0,1888	0,76	0,6843	3,59	0,1661

H_0 : Não há sazonalidade na série temporal.

Tabela 3.2: Teste de Sazonalidade QS

3.2

Avaliação segundo as propriedades desejáveis de um núcleo

A avaliação segundo as características desejáveis vistas na seção 2.6 é feita a seguir. A Tabela 3.3 exhibe estatísticas descritivas para as seis medidas de núcleo. Todas apresentam variabilidade (desvio-padrão) inferior ao índice de inflação de referência, destacando-se os núcleos por médias aparadas com

¹O teste QS é um diagnóstico vindo do programa *TRAMO and SEATS* para detectar sazonalidade em séries temporais. O teste verifica se há a autocorrelação positiva e significativa no lag s (12 ou 4). Assume-se que a estatística segue distribuição $\chi^2_{(2)}$ (Qui-quadrado com 2 graus de liberdade). Mais informações consulte o manual do programa em (21), página 202.

suavização. Vale ressaltar que grande parte dos núcleos possuem médias menores do que a do índice de inflação para o período completo, indicando que subestimam a tendência de longo prazo da variação dos preços, e essa diferença de médias (viés) é mais acentuada para o núcleo IPCA-MA e para o único núcleo divulgado pela FGV, IPC-Br-MAS. Tal diferença **não** é amenizada quando se considera o período mais recente. O IPCA-DP e o IPCA-EX2 são os únicos núcleos não viesados para o comprimento completo da série, no entanto, apresentam uma das variabilidades mais altas em relação ao IPCA.

	Média	Mediana	Desvio-padrão	Viés
IPC-Br	0,51 (0,49)	0,47 (0,49)	0,43 (0,37)	-
IPC-Br-MAS	0,45 (0,43)	0,42 (0,43)	0,21 (0,15)	-0,06 (-0,06)
IPCA	0,53 (0,49)	0,47 (0,46)	0,38 (0,29)	-
IPCA-MA	0,44 (0,42)	0,42 (0,42)	0,23 (0,17)	-0,09 (-0,07)
IPCA-MAS	0,52 (0,50)	0,51 (0,50)	0,20 (0,15)	-0,01 (0,01)
IPCA-EX1	0,49 (0,44)	0,45 (0,44)	0,25 (0,23)	-0,04 (-0,05)
IPCA-EX2	0,53 (0,47)	0,49 (0,47)	0,27 (0,23)	0,00 (-0,02)
IPCA-DP	0,53 (0,50)	0,50 (0,50)	0,25 (0,18)	0,00 (0,01)

Nota: os valores entre parênteses são calculados considerando o histórico de jul/2009 a dez/2017 (segunda metade da amostra), enquanto os outros consideram a série histórica com início em jan/2001.

Tabela 3.3: Estatísticas descritivas para as medidas de núcleo existentes no Brasil

A Tabela 3.4 apresenta o teste de raiz unitária *Augmented Dickey Fuller* (ADF) nos índices de inflação e seus respectivos núcleos. Para o período mais recente, todas as medidas são consideradas com raiz unitária (95% de confiança), e por isso todas foram classificadas em não estacionárias, mesmo que para o período completo não houvesse evidências de raiz unitária para o IPC-Br, IPCA e IPCA-MA. O teste foi reaplicado para as medidas em primeira diferença e todas foram consideradas estacionárias.

Após o teste de raiz unitária, fez-se o teste de cointegração de Johansen para avaliar se a inflação e o núcleo possuem relação de longo-prazo. A conclusão foi favorável para todas as medidas, como se observa na Tabela 3.5.

	lag	equação	Estatística de teste	Valor Crítico	Conclusão
IPC-Br	12 (12)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-2,89 (-1,34)	-2,88 (-2,88)	estacionário (não estacionário)
IPC-Br-MAS	12 (12)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-2,55 (-1,77)	-2,88 (-2,88)	não estacionário (não estacionário)
IPCA	07 (12)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-3,68 (-1,62)	-2,88 (-2,88)	estacionário (não estacionário)
IPCA-MA	07 (07)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-3,08 (-1,78)	-2,88 (-2,88)	estacionário (não estacionário)
IPCA-MAS	12 (12)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-2,00 (-1,59)	-2,88 (-2,88)	não estacionário (não estacionário)
IPC-EX1	11 (11)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-1,73 (-1,34)	-2,88 (-2,88)	não estacionário (não estacionário)
IPCA-EX2	11 (08)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-1,82 (-1,78)	-2,88 (-2,88)	não estacionário (não estacionário)
IPCA-DP	07 (07)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-3,10 (-1,53)	-2,88 (-2,88)	não estacionário (não estacionário)

Os valores entre parenteses são obtidos sobre a série a partir de jul/2009.
O nível de significância considerado é de 5%.

Tabela 3.4: Teste de raiz unitária (ADF) no IPC-Br, IPCA e seus núcleos

	Estatística de teste	Valor Crítico	Conclusão
IPC-Br & IPC-Br-MAS	59,01	14,90	séries cointegradas
IPCA & IPCA-MA	75,72	14,90	séries cointegradas
IPCA & IPCA-MAS	58,33	14,90	séries cointegradas
IPCA & IPCA-EX1	60,59	14,90	séries cointegradas
IPCA & IPCA-EX2	74,33	14,90	séries cointegradas
IPCA & IPCA-DP	68,75	14,90	séries cointegradas

O nível de significância considerado é de 5%.

Tabela 3.5: Teste de cointegração de Johansen entre o IPC-Br, IPCA e seus núcleos

Uma vez que há evidências que as medidas possuem relação de longo-prazo, como que se dá essa relação? Os próximos resultados disponíveis na Tabela 3.6 têm a intenção de avaliar isso. A tabela mostra que para todas as medidas, o gap entre a inflação e o núcleo diminui em razão de a inflação ir de encontro ao núcleo ($\lambda < 0$ e significativo) e, simultaneamente, o núcleo ir em direção à inflação ($\lambda_{\text{núcleo}} > 0$ e significativo), tanto para o período completo quanto para o período mais recente. Tal conclusão só não é a mesma para o

núcleo IPCA-EX2, em que conclui-se que a inflação não é atraída pelo núcleo ($\lambda = 0$).

	λ	$\lambda_{\text{núcleo}}$
IPC-Br & IPC-Br-MAS	-0,5285*** (-0,4927***)	0,00847** (0,0966*)
IPCA & IPCA-MA	-0,4041** (-0,5468***)	0,2897*** (0,2337**)
IPCA & IPCA-MAS	-0,3179*** (-0,3482**)	0,2023*** (0,1727**)
IPCA & IPCA-EX1	-0,3020*** (-0,3889***)	0,2747*** (0,2255*)
IPCA & IPCA-EX2	0,1669 (-0,0472)	0,4301*** (0,4649***)
IPCA & IPCA-DP	-0,3899* (-0,4613**)	0,2875*** (0,2314*)

Nota: níveis de significância: 5% (*), 1% (**) e 0.1% (***).

Os resultados entre parenteses são obtidos considerando o histórico de jul/2009 a dez/2017.

Tabela 3.6: Dinâmica entre IPC-Br, IPCA e seus núcleos

Para finalizar os diagnósticos, tem-se a Tabela 3.7 que tem o objetivo de avaliar se a diferença entre a inflação e o núcleo hoje ajudam a prever o quanto a inflação mudará de hoje para daqui a $h = 1, 3, 6$ e 12 meses. Nota-se que para todos os núcleos essa relação é válida (β significativo em todas as equações), porém, utilizar o histórico mais recente traz resultados melhores. Por exemplo, o núcleo do IPC-Br aparenta trazer mais informações sobre a variação da inflação para o período mais recente (R^2 varia de 45% para 63%) para um horizonte de 6 meses. Em geral, os núcleos apresentam maior poder de predição para o horizonte de médio prazo (6 e 3 meses). Os indicadores via médias aparadas com suavização são os que mais se destacam, em seguida vem o médias aparadas sem suavização, dupla ponderação e, por último, os núcleos por exclusão.

Tal análise foi feita para fora da amostra para os últimos 12 meses com o intuito de verificar se o padrão de dentro da amostra se repetia. A Tabela 3.8 mostra que não. A medida que o horizonte aumenta, o erro aumenta.

		jan/2001 a dez/2017			jul/2009 a dez/2017		
		R^2	β	t-stat	R^2	β	t-stat
$h = 1$	IPC-Br & IPC-Br-MAS	0,26	0,69 (0,08)	8,3***	0,28	0,69 (0,11)	6,2***
	IPCA & IPCA-MA	0,15	0,57 (0,09)	5,8***	0,17	0,57 (0,13)	4,4***
	IPCA & IPCA-MAS	0,14	0,41 (0,07)	5,7***	0,12	0,40 (0,11)	3,7***
	IPCA & IPCA-EX1	0,09	0,33 (0,07)	4,4***	0,08	0,32 (0,10)	2,9**
	IPCA & IPCA-EX2	0,04	0,28 (0,09)	2,9**	0,00	0,08 (0,14)	0,5
	IPCA & IPCA-DP	0,13	0,61 (0,11)	5,5***	0,14	0,54 (0,13)	4,0***
$h = 3$	IPC-Br & IPC-Br-MAS	0,37	1,08 (0,10)	10,8***	0,44	1,14 (0,13)	8,7***
	IPCA & IPCA-MA	0,26	1,13 (0,13)	8,5***	0,32	1,20 (0,18)	6,8***
	IPCA & IPCA-MAS	0,25	0,81 (0,10)	8,2***	0,30	0,94 (0,15)	6,4***
	IPCA & IPCA-EX1	0,15	0,65 (0,11)	6,1***	0,19	0,73 (0,16)	4,7***
	IPCA & IPCA-EX2	0,15	0,84 (0,14)	6,1***	0,14	0,82 (0,21)	3,9***
	IPCA & IPCA-DP	0,25	1,14 (0,15)	7,7***	0,32	1,23 (0,18)	6,8***
$h = 6$	IPC-Br & IPC-Br-MAS	0,45	1,40 (0,11)	12,8***	0,63	1,64 (0,13)	12,6***
	IPCA & IPCA-MA	0,37	1,70 (0,16)	10,7***	0,47	1,87 (0,20)	9,1***
	IPCA & IPCA-MAS	0,40	1,29 (0,11)	11,5***	0,53	1,60 (0,16)	10,2***
	IPCA & IPCA-EX1	0,20	0,94 (0,13)	7,1***	0,14	0,80 (0,21)	3,9***
	IPCA & IPCA-EX2	0,30	1,47 (0,16)	9,2***	0,27	1,44 (0,24)	5,9***
	IPCA & IPCA-DP	0,35	1,88 (0,18)	10,2***	0,43	1,83 (0,22)	8,3***
$h = 12$	IPC-Br & IPC-Br-MAS	0,28	0,87 (0,10)	8,6***	0,16	0,46 (0,11)	4,1***
	IPCA & IPCA-MA	0,33	1,44 (0,15)	9,7***	0,22	0,94 (0,19)	5,0***
	IPCA & IPCA-MAS	0,34	1,05 (0,11)	9,9***	0,16	0,63 (0,16)	4,0***
	IPCA & IPCA-EX1	0,32	1,05 (0,11)	9,5***	0,17	0,67 (0,15)	4,4***
	IPCA & IPCA-EX2	0,28	1,26 (0,15)	8,5***	0,09	0,60 (0,21)	2,9***
	IPCA & IPCA-DP	0,27	1,47 (0,18)	8,3***	0,14	0,75 (0,20)	3,7***

Nota: desvio-padrão do coeficiente β entre parênteses; **t-stat** é a estatística de teste para o parâmetro β .

Tabela 3.7: Análise da previsão da inflação utilizando núcleos

	jan/2001 a dez/2017				jul/2009 a dez/2017			
	1	3	6	12	1	3	6	12
IPC-Br-MAS	0,29	0,28	0,35	0,38	0,29	0,29	0,40	0,38
IPCA-MA	0,18	0,24	0,33	0,35	0,18	0,24	0,34	0,36
IPCA-MAS	0,20	0,19	0,24	0,40	0,20	0,20	0,28	0,41
IPCA-EX1	0,19	0,18	0,29	0,32	0,20	0,18	0,28	0,35
IPCA-EX2	0,25	0,25	0,29	0,39	0,24	0,25	0,31	0,41
IPCA-DP	0,18	0,20	0,29	0,40	0,19	0,21	0,30	0,40

Tabela 3.8: Erro de previsão (RMSE) 1 passo à frente para os últimos 12 meses

3.2.1

Conclusão

Pode-se concluir a partir das análises elaboradas anteriormente que as medidas de núcleo disponíveis no Brasil não aderem por completo aos critérios sugeridos na seção 2.6. As medidas apresentam alta volatilidade e sazonalidade ocultando a tendência da inflação. No entanto, ainda assim trazem alguma informação a respeito do desenvolvimento da inflação no curto prazo, principalmente aqueles estimados via médias aparadas.

4

Propostas metodológicas

A análise realizada no Capítulo 3 permite concluir que os núcleos disponíveis no Brasil hoje não aderem perfeitamente aos critérios desejáveis a esse tipo de medida (seção 2.6). Apesar de serem cointegrados, não oferecem informação relevante sobre a evolução da inflação no futuro e ainda apresentam considerável volatilidade e sazonalidade, mascarando o valor corrente da tendência. Percebe-se portanto que o conjunto de núcleos atual precisa ser aprimorado. Com esse intuito, essa dissertação propõe duas metodologias para estimação do núcleo da inflação, a saber: I) suavização dos núcleos tradicionais para a remoção da sazonalidade e de ruídos restantes e II) a estimação de um núcleo via Dynamic Conditional Score Models, em que a série temporal da inflação é decomposta em suas componentes não observáveis, sendo estas funções do escore da distribuição condicional das observações.

4.1

Suavização dos núcleos tradicionais

Os núcleos por médias aparadas com suavização são os que mais se destacam dentre o conjunto analisado no Capítulo 3. Conclusões similares podem ser encontradas em outros estudos feitos sobre as medidas de núcleo no Brasil (da Silva Filho & Figueiredo (2011 e 2014) (18, 24), Santos & Castelar (2016) (25)). Com o intuito de aprimorar o seu desempenho, são sugeridos três procedimentos em seu cálculo:

1. Recalcular o núcleo de médias aparadas com suavização, alterando a proporção de itens que serão removidos nos extremos inferior e superior;
2. Remover a sazonalidade identificada;
3. Aplicar um filtro curto de médias móveis para remover a componente de alta frequência restante após o ajuste sazonal.

A alteração da proporção de itens que serão removidos do cálculo do núcleo tem o intuito de aproximar a média do núcleo à média da inflação, eliminando o viés de média. A remoção da componente sazonal é importante

para evitar interpretações inadequadas a respeito da tendência da série temporal. Para dessazonalizar a série, fez-se uso do programa de ajuste sazonal X-13ARIMA-SEATS (21). Todavia, mesmo com ajuste sazonal, uma série temporal ainda pode ser considerada volátil, justamente porque o objetivo do ajuste sazonal é apenas remover a componente sazonal e não a componente de alta frequência (irregular/ruído). Analistas econômicos geralmente utilizam técnicas de suavização para tentar captar a suposta tendência de uma série temporal volátil como, por exemplo, médias móveis. Caso haja sazonalidade na série temporal, geralmente utiliza-se a ordem 12 (variação acumulada em 12 meses) ou superior para analisar a trajetória da inflação (como é feito no Brasil). O ponto negativo nesse caso é que a inflação corrente é muito afetada por valores passados.

No entanto, após a remoção da sazonalidade, pode-se empregar uma média móvel de ordem mais curta (três meses) com a finalidade de remover apenas as variações de alta frequência. Assim, a inflação no tempo atual é pouco influenciada por variações em meses distantes (equação 4-1). Após esses três filtros (variações extremas, sazonalidade, alta frequência), tem-se o núcleo suavizado.

$$\pi_{i,t}^S = \left[\left(\prod_{i=0}^2 \frac{\pi_{i,t-i}^{AJ}}{100} + 1 \right)^{\frac{12}{3}} - 1 \right] \times 100. \quad (4-1)$$

Onde:

$\pi_{i,t}^{AJ}$ é o núcleo com ajuste sazonal (% a.m.);

$\pi_{i,t}^S$ é o núcleo suavizado.

Há alguns pontos que devem ser considerados na análise dessa medida de tendência. Uma vez que a metodologia é a de médias aparadas com suavização, o valor do núcleo atual é afetado pela informação de 12 meses atrás, embora em um valor reduzido. O uso de informações passadas é ainda mais intensificado ao utilizar o filtro curto de médias móveis de três meses. Dessa forma, essa medida de tendência pode não revelar de fato o valor corrente da variação dos preços. Sua utilidade em relação a inflação acumulada em 12 meses deve ser mensurada.

Em razão de disponibilidade de dados, a metodologia proposta será aplicada apenas para o indicador IPC-Br da FGV IBRE. Os itens que são suavizados correspondem a aproximadamente 37% da cesta: Aluguel Residencial, Condomínio Residencial, Tarifa De Eletricidade Residencial, Gás De Bujão, Tarifa De Gás Encanado, Taxa De Água E Esgoto Residencial, Dentista, Médico, Psicólogo, Plano E Seguro De Saúde, Outros Profissionais De Saúde, Gastroprotetor, Psicotrópico E Anorexígeno, Analgésico E Antitérmico, Anti-

inflamatório E Antibiótico, Antigripal E Antitussígeno, Antialérgico E Broncodilatador, Vasodilatador Para Pressão Arterial, Calmante E Antidepressivo, Anticoncepcional, Dermatológico, Vitamina E Fortificante, Antimicótico E Parasiticida, Remédio Para Diabetes, Remédio Para Osteoporose, Remédios Oftalmológicos, Curso De Ensino Fundamental, Curso De Ensino Médio, Curso De Educação Infantil (Pré-Escolar), Curso De Ensino Superior, Curso De Educação Infantil (Creche), Curso De Pós-Graduação, Tarifa De Barco E Aerobarco, Tarifa De Metrô, Tarifa De Ônibus Urbano, Tarifa De Táxi, Transporte Escolar, Tarifa De Trem Urbano, Tarifa De Transporte De Van E Similares, Tarifa De Ônibus Interurbano, Etanol, Gasolina, Óleo Lubrificante, Óleo Diesel, Gás Natural Veicular, Licenciamento - Ipva, Pedágio, Seguro Obrigatório Para Veículo, Cartão De Telefone, Tarifa Postal, Acesso À Internet Em Loja, Bilhete Lotérico, Jogo Lotérico, Tarifa De Telefone Residencial, Tarifa De Telefone Móvel.

4.2

Núcleo via Dynamic Conditional Score Models

Dynamic Conditional Score models (modelos DCS), também conhecidos como *Generalized Autoregressive Score models* (modelos GAS), pertencem a classe de modelos guiados por observações, isto é, modelos em que os parâmetros variam no tempo de acordo com um mecanismo que envolve os valores passados do parâmetro e o passado das observações via função escore. Tais modelos foram inicialmente propostos por Crea et al. (2013) (26) e por Harvey (2013) (27) e têm sido aplicados com sucesso, por exemplo, em modelagem de risco de crédito, volatilidade de ações, estruturas de dependência variando no tempo, dados de alta frequência, entre outras, devido a sua fácil implementação, estimação e interpretação¹.

Como será visto nas seções a seguir, é possível especificar modelos DCS em formas de componentes, decompondo a média condicional da série em componentes não observáveis, tais como tendência, sazonalidade, ciclo e erro. Utilizando essa metodologia é possível considerar que a fonte de erro da variável de interesse siga outra distribuição além da normal (distribuição comumente utilizada em modelos de componentes não observáveis (*Unobserved Components Models* - UC models)). Isso é interessante para a série temporal utilizada nesse estudo, uma vez que algumas observações podem ser consideradas outliers se tratadas nesse contexto quando na verdade podem ser provenientes de uma distribuição de cauda mais pesada, como a *t*-Student. A metodologia fornece resultados relativos à distribuição assintótica dos estimadores e outras proprie-

¹Veja outros exemplos de aplicação em www.gasmodel.com/index.htm.

dades estatísticas de uma maneira compreensiva e direta, mesmo ao aumentar a complexidade do modelo ao acrescentar restrições aos parâmetros e às variáveis de interesse.

Nas subseções a seguir apresenta-se o modelo DCS de uma forma geral, como estimá-lo, implementá-lo, parametrizá-lo (impor restrições) e obter previsões. Em seguida, o modelo é reescrito para a forma de componentes não observáveis. É dessa forma que o núcleo será estimado ao definí-lo como a componente de baixa variação denominada tendência.

4.2.1

Dynamic Conditional Score Models

Considere y_t o vetor que representa a variável dependente, f_t o vetor de parâmetros que variam no tempo, x_t o vetor de covariáveis e θ o vetor de parâmetros estáticos. Ao definir $Y^t = \{y_1, \dots, y_t\}$, $F^t = \{f_0, f_1, \dots, f_t\}$ e $X^t = \{x_1, \dots, x_t\}$, tem-se que o conjunto de informações disponíveis até o tempo t consiste em $\{f_t, \mathcal{F}_t\}$ em que:

$$\mathcal{F}_t = \{Y^{t-1}, F^{t-1}, X^t\}, \text{ para } t = 1, \dots, T$$

Assume-se que y_t é gerada pela densidade

$$y_t \sim p(y_t | f_t, \mathcal{F}_t; \theta) \quad (4-2)$$

O mecanismo de atualização dos parâmetros que variam no tempo f_t é dado pela seguinte equação autorregressiva

$$f_{t+1} = \omega + \sum_{i=1}^p A_i s_{t-i+1} + \sum_{j=1}^q B_j f_{t-j+1} \quad (4-3)$$

em que ω é um vetor de constantes; A_i e B_j são matrizes cujas dimensões dependem da dimensão de s_t e f_t ; e s_t é uma função de valores passados, isto é, $s_t = s_t(y_t, f_t, F_t; \theta)$. Os coeficientes desconhecidos em (4-3) são funções de θ , ou seja, $\omega = \omega(\theta)$, $A_i = A_i(\theta)$ e $B_j = B_j(\theta)$ para $i = 1, \dots, p$ e $j = 1, \dots, q$. Por fim, é necessário definir s_t , que é aplicável a uma larga classe de modelos:

$$s_t = S_t \cdot \nabla_t, \quad \nabla_t = \frac{\partial \ln p(y_t | f_t, \mathcal{F}_t; \theta)}{\partial f_t}, \quad S_t = S(t, f_t, \mathcal{F}_t; \theta) \quad (4-4)$$

em que ∇_t é o *score* e S_t é uma matrix de ponderação, geralmente definida como uma função da informação de Fisher ($\mathcal{I}_{t|t-1}$).

$$S_t = \mathcal{I}_{t|t-1}^{-d}, \quad \mathcal{I}_{t|t-1} = E_{t-1}[\nabla_t \nabla_t']$$

em que $d = 0, \frac{1}{2}$ ou 2 e $E_{t-1} = E[\cdot | \mathcal{F}_t]$.

Assim, as equações (4-2) - (4-4) definem o modelo DCS(p, q). O leitor deve estar atento que escolhas diferentes de S_t resultarão em modelos DCS completamente diferentes. Veja o seguinte exemplo:

Exemplo 1: Seja $y_t = \sigma_t \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$. Encontre a equação de atualização para o parâmetro σ_t^2 .

Considerando $\sigma_t^2 = f_t$, segue que $(y_t | f_t, \mathcal{F}_t) \sim N(0, f_t)$, ou seja,

$$p(y_t | f_t, \mathcal{F}_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi f_t}} \exp \left\{ -\frac{y_t^2}{2f_t} \right\}$$

$$\ln p(y_t | f_t, \mathcal{F}_t) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi f_t) - \frac{y_t^2}{2f_t}$$

Assim, ∇_t é obtido por

$$\nabla_t = \frac{\partial \ln p(y_t | f_t, \mathcal{F}_t)}{\partial f_t} = -\frac{1}{2} \frac{1}{2\pi f_t} 2\pi - \frac{y_t^2}{2f_t^2} (-1) = -\frac{1}{2f_t} + \frac{y_t^2}{2f_t^2}$$

e $\mathcal{I}_{t|t-1}$ por

$$\frac{\partial^2 \ln p(y_t | f_t, \mathcal{F}_t)}{\partial^2 f_t} = -\frac{1}{2f_t^2} (-1) + \frac{y_t^2}{2f_t^3} (-2) = \frac{1}{2f_t^2} - \frac{y_t^2}{f_t^3}$$

$$\mathcal{I}_{t|t-1} = -E_{t-1} \left[\frac{1}{2f_t^2} - \frac{y_t^2}{f_t^3} \right] = -\frac{1}{2f_t^2} + \frac{E_{t-1}[y_t^2]}{f_t^3} = -\frac{1}{2f_t^2} + \frac{f_t^2}{f_t^3} = \frac{1}{2f_t^2}$$

E assim, considerando $d = 1$,

$$s_t = \mathcal{I}_{t|t-1}^{-1} \cdot \nabla_t = 2f_t^2 \cdot \left(-\frac{1}{2f_t} + \frac{y_t^2}{2f_t^2} \right) = y_t^2 - f_t$$

a equação de atualização de f_t para um DCS(1,1) é dada por

$$f_{t+1} = \omega + A_1(y_t^2 - f_t) + B_1 f_t$$

que pode ser reescrita como

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + A_1 y_t^2 + (B_1 - A_1) \sigma_t^2$$

que equivale a um modelo GARCH(1,1). Alterando a forma funcional de S_t , é fácil ver que a equação de atualização será completamente diferente da encontrada anteriormente.

4.2.2

Estimação e inicialização

Um atrativo de modelos guiados por observações é facilidade de estimá-los via maximização da função de verossimilhança. Essa propriedade se aplica aos modelos DCS. O problema de maximização pode ser representado da seguinte forma

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \sum_{t=1}^T \ell_t = \arg \max_{\theta} \ell(\theta) \quad (4-5)$$

em que $\ell_t = \ln p(y_t|f_t, \mathcal{F}_t; \theta)$.

Para o exemplo visto na seção 4.2.1, a função log verossimilhança é dada por

$$\ell(\theta) = \sum_{t=1}^T \ln p(y_t|f_t, \mathcal{F}_t; \theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(\ln 2\pi f_t + \frac{y_t^2}{f_t} \right)$$

Percebe-se então que para estimar θ , é necessário a implementação de equação de atualização de f_t em (4-3). Uma vez que tal equação é recursiva, é necessário atribuir valores iniciais para o vetor f_t . Uma sugestão é considerar tais valores como parâmetros estáticos desconhecidos a serem estimados também via (4-5).

4.2.3

Parametrização

A especificação de modelos DCS se adapta naturalmente a diferentes parametrizações da densidade $p(y_t|f_t, \mathcal{F}; \theta)$. As parametrizações são usadas para impor restrições aos parâmetros estáticos (θ) e aos parâmetros que variam no tempo (f_{t+1}).

No Exemplo 1 visto na seção 4.2.1, o parâmetro $f_t = \sigma_t^2$, que representa uma quantidade ao quadrado, poderia ser forçado a apresentar apenas valores positivos se fosse definido como $f_t = \ln \sigma_t^2$, isto é, $\sigma_t^2 = \exp f_t$, que é sempre maior do que zero. Com a nova parametrização, a densidade de $(y_t|f_t, \mathcal{F}; \theta)$ pode ser reescrita como

$$p(y_t|f_t, \mathcal{F}_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \exp(f_t)}} \exp \left\{ -\frac{y_t^2}{2 \exp(f_t)} \right\}$$

$$\ln p(y_t|f_t, \mathcal{F}_t) = -\frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{f_t}{2} - \frac{y_t^2}{2 \exp(f_t)}$$

Assim, ∇_t é obtido por

$$\nabla_t = \frac{\partial \ln p(y_t|f_t, \mathcal{F}_t)}{\partial f_t} = -\frac{1}{2} + \frac{y_t^2}{2 \exp f_t}$$

e $\mathcal{I}_{t|t-1}$ por

$$\frac{\partial^2 \ln p(y_t|f_t, \mathcal{F}_t)}{\partial^2 f_t} = -\frac{y_t^2}{2 \exp f_t}$$

$$\mathcal{I}_{t|t-1} = -E_{t-1} \left[-\frac{y_t^2}{2 \exp f_t} \right] = \frac{1}{2}$$

E assim, considerando $d = 1$,

$$s_t = \mathcal{I}_{t|t-1}^{-1} \cdot \nabla_t = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{y_t^2}{2 \exp f_t} \right) = \frac{y_t^2}{\exp f_t} - 1$$

a equação de atualização de f_t para um DCS(1,1) é dada por

$$f_{t+1} = \omega + A_1 \left(\frac{y_t^2}{\exp f_t} - 1 \right) + B_1 f_t$$

que pode ser reescrita como

$$\ln \sigma_{t+1}^2 = \omega + A_1 \left(\frac{y_t^2}{\sigma_t^2} - 1 \right) + B_1 \ln \sigma_t^2$$

que equivale a um modelo EGARCH(1,1).

De forma geral, defina $\tilde{f}_t = h(f_t)$ como a nova parametrização para uma função $h(\cdot)$ contínua e invertível. Seja $\dot{h}_t = \frac{\partial h(f_t)}{\partial f_t}$, que é determinística dada a informação contida em \mathcal{F}_t , é possível demonstrar que

$$\tilde{\nabla}_t = (\dot{h}_t')^{-1} \nabla_t \quad (4-6)$$

$$\tilde{\mathcal{I}}_{t|t-1}^{-1} = \left[E_{t-1}(\tilde{\nabla}_t \tilde{\nabla}_t') \right]^{-1} = \dot{h}_t \mathcal{I}_{t|t-1}^{-1} \dot{h}_t' \quad (4-7)$$

Utilizando tais definições, obtém-se os mesmos resultados anteriores. em que ∇_t é o vetor escore em relação a f_t .

4.2.4

Diagnósticos

O diagnóstico de modelos DCS será feito com base nos resíduos do modelo. Kalliovirta (2009) (29) propôs em sua tese de doutorado o uso dos resíduos quantílicos para avaliar a adequabilidade de modelos de séries temporais lineares e não lineares. A autora mostra que a análise dos resíduos tradicionais, também chamado de resíduos de Pearson, pode levar a inferências erradas. Assim, criando uma generalização dos resíduos de Pearson (resíduos quantílicos), a classe de modelos que podem ser diagnosticados utilizando tal recurso é extensa, e os modelos DCS estão incluídos nessa lista.

Os resíduos quantílicos podem ser definidos para qualquer modelo baseado em uma distribuição contínua. Considerando o arcabouço de modelos DCS apresentado, os resíduos quantílicos são definidos por

$$r_{t,\hat{\theta}} = \Phi^{-1} \left(F(y_t|f_t, \mathcal{F}_t; \hat{\theta}) \right) \quad (4-8)$$

em que $\Phi^{-1}(\cdot)$ é a inversa da distribuição Normal e $F(y_t|f_t, \mathcal{F}_t; \theta)$ é a função de distribuição acumulada condicional de y_t .

Com os resíduos quantílicos observados, faz-se o diagnóstico aplicando os testes de normalidade, autocorrelação e heterocedasticidade. O teste de Jarque-Bera (1987) (30) será utilizado para avaliar a normalidade e o teste de Ljung-Box (1978) (31) para autocorrelação e heterocedasticidade condicional (via quadrado dos resíduos).

4.2.5

Previsão

A previsão 1 passo à frente é dada diretamente pelo modelo. Isto é, uma vez que y_t é função de f_t , obtendo-se f_{t+1} e a componente aleatória de erro tem-se $y_{t+1|t}$. No entanto, para mais passos à frente a forma analítica da expressão de $y_{t+k|t}$ para $k > 1$ não é conhecida. Para facilitar o entendimento, considere a distribuição condicional para 2 passos à frente:

$$p(y_{t+2}|f_t, \mathcal{F}_t; \theta) = \int_0^\infty p(y_{t+2}|f_{t+1}, \mathcal{F}_{t+1}; \theta) p(y_{t+1}|f_t, \mathcal{F}_t; \theta) dy_{t+1} \quad (4-9)$$

Embora as duas distribuições condicionais que aparecem no interior da integral em (4-9) sejam conhecidas, não há garantia que o produto entre elas seja. Logo, não se tem forma analítica para a solução de (4-9). Uma alternativa

para se obter previsões para k passos à frente para $k > 1$ é utilizar o método de simulação de Monte Carlo descrito a seguir.

1. Considere o conjunto de informações disponíveis até o tempo t : f_t , s_t e as estimativas de máxima verossimilhança de θ
2. Para cada $k = 1, \dots, K$ serão geradas m trajetórias independentes segundo a rotina abaixo:
 - (a) simule um valor para y_{t+k} considerando a distribuição preditiva do modelo dadas as estimativas de θ e os conjuntos de informação f_{t+k-1} e s_{t+k-1}
 - (b) atualize f_{t+k} e s_{t+k}
 - (c) retorne ao passo (a) até que $k = K$
3. A previsão final $\hat{y}_{t+k|t}$ será obtida via média das m trajetórias simuladas para o passo k . O intervalo de confiança de $100(1 - \alpha)\%$ pode ser definido pelos quantis de ordem $\frac{\alpha}{2}$ e $1 - \frac{\alpha}{2}$ destas mesmas trajetórias.

4.2.6

Componentes não observáveis

De acordo com a decomposição clássica, séries temporais podem ser decompostas em quatro componentes não observáveis: tendência, sazonalidade, ciclo e erro. Estimar a componente de tendência é o principal interesse desse estudo. Um modelo de componente não observável (modelo UC) muito popular é o modelo estrutural básico (*Basic Structural Model* - BSM) representado na equação (4-10).

$$\begin{aligned}
 y_t &= \mu_t + \gamma_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \\
 \mu_{t+1} &= \mu_t + \beta_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2) \\
 \beta_{t+1} &= \beta_t + \zeta_t, \quad \zeta_t \sim N(0, \sigma_\zeta^2) \\
 \gamma_{t+1} &= - \sum_{j=1}^{s-1} \gamma_{t+1-j} + \xi_t, \quad \xi_t \sim N(0, \sigma_\xi^2)
 \end{aligned} \tag{4-10}$$

em que μ_t é a componente de tendência, γ_t é a componente periódica que representa a sazonalidade e ε_t é a componente irregular. Assume-se que os erros ε_t , η_t , ζ_t e ξ_t são mutual e serialmente independentes.

Uma vez que o modelo BSM em (4-10) está na forma de espaço de estados, sua estimação é realizada pelo Filtro de Kalman (Durbin & Koopman (2012))

(28)) e os parâmetros estáticos podem ser estimados via maximização da função de verossimilhança.

Suponha agora que os ruídos desse modelo viessem de uma distribuição com cauda pesada, como a t -Student. Algumas observações vindas dessa distribuição seriam consideradas outliers se tratadas no contexto de distribuição normal e isso tornaria o modelo ineficiente com estimações inconsistentes para os parâmetros. Métodos de simulação como MCMC (*Markov chain Monte Carlo*) e filtro de partículas proveem maneiras para lidar com essa situação (28). Métodos de simulação, todavia, são computacionalmente intensivos e não permitem obter de forma fácil as propriedades estatísticas dos estimadores.

O arcabouço fornecido por modelos DCS permite criar um modelo análogo ao BSM. Contudo, os parâmetros que variam no tempo serão função de observações e não de uma própria fonte de erro. O modelo é apresentado a seguir já considerando a distribuição t -Student com ν graus de liberdade (com média zero e parâmetro de escala 1) para ε_t .

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_{t|t-1} + \gamma_{t|t-1} + e^\lambda \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim t_\nu \\ \mu_{t+1|t} &= \mu_{t|t-1} + \beta_{t|t-1} + \kappa_1 u_t \\ \beta_{t+1|t} &= \beta_{t|t-1} + \kappa_2 u_t \\ \alpha_{t+1|t} &= \alpha_{t|t-1} + \kappa_t u_t \\ \gamma_{t+1|t} &= z'_{t+1} \alpha_{t+1|t} \end{aligned} \tag{4-11}$$

em que:

$$\alpha_{t+1|t} = \begin{bmatrix} \alpha_{1,t+1|t} \\ \alpha_{2,t+1|t} \\ \vdots \\ \alpha_{s,t+1|t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{1,t|t-1} \\ \alpha_{2,t|t-1} \\ \vdots \\ \alpha_{s,t|t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_{1,t} \\ \kappa_{2,t} \\ \vdots \\ \kappa_{s,t} \end{bmatrix} u_t$$

z_t é um vetor de dimensão $s \times 1$ que contém apenas um valor 1 e $(s-1)$ zeros para cada tempo t , sendo s a periodicidade da série temporal (4 para trimestral e 12 para mensal, por exemplo). Sua função na equação é criar a série temporal de sazonalidade $\gamma_{t|t-1}$ ao identificar que mês refere-se ao tempo corrente. Por exemplo, suponha que $s = 12$ e o mês no tempo $t = 1$ é março. Logo,

$$\begin{aligned} z_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}' \\ z_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix}' \end{aligned}$$

κ_t também é um vetor de dimensão $s \times 1$ que recebe k_s ou $-k_s/(s-1)$, $k_s > 0$,

dependendo se t refere-se ao mês corrente. Por exemplo, supondo ainda que $t = 1$ é março:

$$\begin{aligned}\kappa_1 &= \begin{bmatrix} -k_s/(s-1) & -k_s/(s-1) & k_s & -k_s/(s-1) & \dots & -k_s/(s-1) \end{bmatrix}' \\ \kappa_2 &= \begin{bmatrix} -k_s/(s-1) & -k_s/(s-1) & -k_s/(s-1) & k_s & \dots & -k_s/(s-1) \end{bmatrix}'\end{aligned}$$

Nesse caso, o vetor de parâmetros que variam no tempo f_t é dado por $f_t = [\mu_{t|t-1} \ \beta_{t|t-1} \ \alpha_{1,t|t-1} \ \dots \ \alpha_{s,t|t-1}]'$ e o vetor de parâmetros estáticos θ por $\theta = [\kappa_1 \ \kappa_2 \ \kappa_s \ \lambda]'$. Os valores iniciais de f_t podem ser tratados como parâmetros estáticos (incluindo-os em θ). Considerando $s = 12, 17$ parâmetros deverão ser estimados (11 referente à sazonalidade ao restringir que a soma seja zero). Os parâmetros também podem ser inicializados como os coeficientes de uma regressão entre as primeiras $s + 1$ observações de y_t e uma constante, tendência determinística e *dummies* sazonais. Neste estudo, os valores iniciais foram tratados como parâmetros.

A distribuição condicional de $y_t|f_t, \mathcal{F}_t; \theta$ é uma t -Student com média condicional $\mu_{t|t-1}^* = \mu_{t|t-1} + \gamma_{t|t-1}$ e parâmetro de escala $e^{2\lambda}$ representada na equação (4-12).

$$p(y_t|f_t, \mathcal{F}_t; \theta) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{\nu}\right)}{\sqrt{\pi\nu e^{2\lambda}} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left(1 + \frac{(y_t - \mu_{t|t-1}^*)^2}{\nu e^{2\lambda}}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad (4-12)$$

A variável u_t , representada na equação (4-11), é proporcional ao score condicional de y_t . A demonstração é feita a seguir.

$$\begin{aligned}\ln p(y_t|f_t, \mathcal{F}_t; \theta) &= \ln \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{\nu}\right)}{\sqrt{\pi\nu e^{2\lambda}} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} - \frac{\nu+1}{2} \ln \left(1 + \frac{(y_t - \mu_{t|t-1}^*)^2}{\nu e^{2\lambda}}\right) \\ \nabla_t &= \frac{\partial \ln p(y_t|f_t, \mathcal{F}_t; \theta)}{\partial \mu_{t|t-1}^*} = (\nu+1) \frac{1}{1 + \frac{(y_t - \mu_{t|t-1}^*)^2}{\nu e^{2\lambda}}} \frac{y_t - \mu_{t|t-1}^*}{\nu e^{2\lambda}} \\ &= \frac{(\nu+1)}{\nu e^{2\lambda}} u_t \quad \blacksquare\end{aligned}$$

Para graus de liberdade baixos, as observações que seriam vistas como outliers em uma distribuição Gaussiana pouco influenciam u_t . Quanto maior

for y_t , mais próximo de zero será u_t . Todos os momentos de u_t existem e este pode ser reescrito como $u_t = (1 - b_t)(y_t - \mu_{t|t-1}^*)$, em que

$$b_t = \frac{(y_t - \mu_{t|t-1}^*)^2 / \nu e^{2\lambda}}{1 + (y_t - \mu_{t|t-1}^*)^2 / \nu e^{2\lambda}}, \quad 0 \leq b_t \leq 1 \quad (4-13)$$

segue distribuição $\text{beta}(1/2, \nu/2)$.

Pode-se dizer então, seguindo a definição em (4-4) que

$$s_t = S_t \cdot \nabla_t = \left(\frac{\nu + 1}{\nu e^{2\lambda}} \right)^{-1} \nabla_t = u_t$$

Dessa forma, a equação de atualização de f_t é dada por

$$\begin{aligned} f_{t+1} &= \omega + A_1 s_t + B_1 f_t \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \kappa_{1,t} \\ \vdots \\ \kappa_{s,t} \end{bmatrix} u_t + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{t|t-1} \\ \beta_{t|t-1} \\ \alpha_{1,t|t-1} \\ \vdots \\ \alpha_{s,t|t-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4-14)$$

A estimação desse modelo dá-se da mesma forma apresentada na seção 4.2.2. Outras componentes podem ser incluídas na equação de y_t bem como variáveis exógenas. Basta atentar-se que a média condicional $\mu_{t|t-1}^*$ de y_t seria alterada, alterando consequentemente a função de verossimilhança e u_t .

4.2.7

Modelo DCS para estimação de núcleo da inflação

A forma do modelo DCS utilizada nesse estudo depende definição de componentes não observáveis vista na seção 4.2.6. Inicialmente utilizou-se a estrutura definida na equação (4-11) com os resíduos ε_t seguindo distribuição Normal com média zero e variância 1. No entanto, após a análise residual, viu-se a necessidade da inclusão de variáveis *dummies* na equação de y_t . Outra alternativa no lugar de inserir *dummies* no modelo, seria mudar a distribuição de ε_t assumindo que este segue uma distribuição com cauda pesada (*t*-Student). Assim, foi estimado também um DCS-t. Todos esses resultados podem ser vistos no Capítulo 5.

Ao analisar a componente $\beta_{t|t-1}$ estimada para ambos os modelos DCS, notou-se sua constância em zero e portanto esta foi removida da equação de

$\mu_{t|t-1}$. Além disso outra componente estacionária, denominada ψ , foi adicionada à equação de y_t , simulando uma constante variante no tempo. Por fim, a estrutura final para os modelos DCS-Normal e DCS-t é apresentada a seguir.

$$\begin{aligned}
 y_t &= \psi_{t|t-1} + \mu_{t|t-1} + \gamma_{t|t-1} + e^\lambda \varepsilon_t \\
 \mu_{t+1|t} &= \mu_{t|t-1} + \kappa_1 u_t \\
 \psi_{t+1|t} &= \phi \psi_{t|t-1} + \kappa_3 u_t \\
 \alpha_{t+1|t} &= \alpha_{t|t-1} + \kappa_t u_t \\
 \gamma_{t+1|t} &= z'_{t+1} \alpha_{t+1|t}
 \end{aligned} \tag{4-15}$$

As *dummies* são inseridas diretamente na equação de y_t . Considere o seguinte exemplo: suponha que um resíduo (padronizado) num tempo $t = a$ superou, em módulo, o valor de 3 unidades. A *dummy* D_t e a equação de y_t podem ser definidas como

$$D_t = \begin{cases} 1, & \text{se } t = a \\ 0, & \text{cc} \end{cases}$$

$$y_t = \psi_{t|t-1} + \mu_{t|t-1} + \gamma_{t|t-1} + d_1 D_t + e^\lambda \varepsilon_t$$

em que d_1 é mais um parâmetro estático (pertencente a θ) a ser estimado por verossimilhança.

5 Resultados

Este capítulo busca apresentar os núcleos obtidos via às metodologias propostas no capítulo 4. Serão apresentados os dois núcleos separadamente e os desafios enfrentados durante suas estimações. Em seguida, conjuntamente, os dois serão avaliados segundo os conceitos definidos na seção 2.6. O trabalho ainda apresenta previsões fora da amostra para a inflação.

5.1 Estimação

5.1.1 Núcleo 1: via suavização

O núcleo (Núcleo-S) apresentado na Figura 5.1, junto ao índice de inflação IPC-Br da Fundação Getulio Vargas, foi estimado considerando os procedimentos apresentados na seção 4.1.

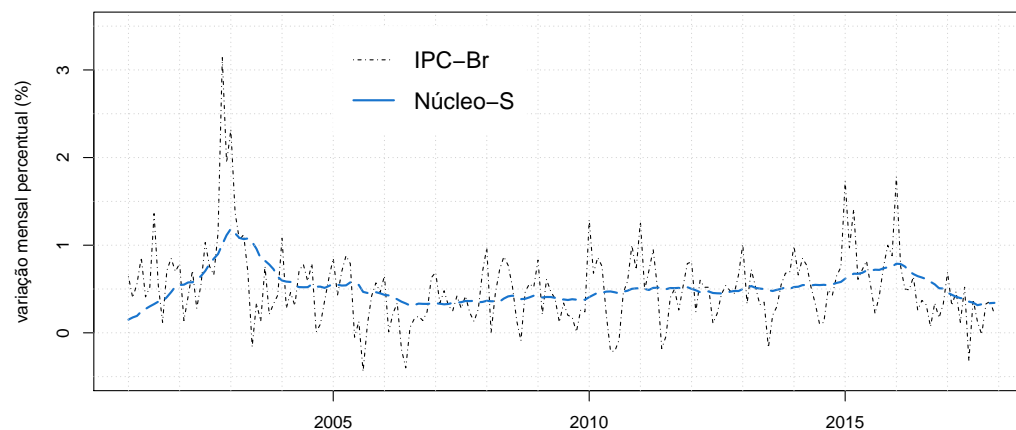


Figura 5.1: Núcleo via suavização (Núcleo-S)

Nota-se, claramente, que a partir de meados de 2006 a medida tem uma trajetória ascendente, mesmo que sutil. Entre 2011 e o final de 2013, o núcleo flutua em torno de 0,5%, mostrando alguma estabilidade da inflação. Em dois anos, a partir de 2014, observa-se um crescimento brusco e acelerado da inflação com o núcleo alcançando valores em torno de 0,75%. De 2016 em diante,

percebe-se uma queda rápida e acentuada na medida para níveis abaixo de 0,5%.

Para avaliar a dimensão desses valores, uma vez que são livres de sazonalidade, pode-se anualizá-los e assim concluir se naquele mês específico o índice se mantém no intervalo da meta da inflação, por exemplo. Os 0,5% representam cerca de 6,17% anualmente (bem próximo ao teto da meta da inflação de 6,5%). Naquela época (2011-2013), portanto, o núcleo já poderia oferecer sinais de atenção em relação ao controle da inflação que iniciou sua ascensão acentuada a partir de 2014 e assim, talvez, pudesse ser evitado o que ocorreu em 2015, quando o IPC-Br atingiu 10,5%, um estouro alarmante.

• Etapas da estimação

A Figura 5.2 mostra o resultado final das três etapas de estimação do Núcleo-S.

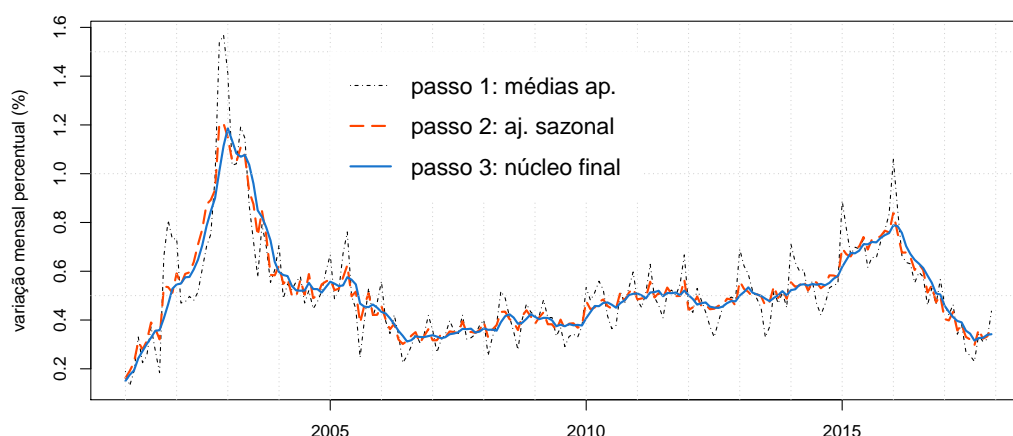


Figura 5.2: Núcleo via suavização: os três passos

A proporção de itens que foram removidos no cálculo do passo médias aparadas (linha pontilhada) foi de 35% no total: 20% para a cauda inferior (itens com as menores variações de preço ou variações muito negativas) e 15% para a cauda superior (itens com as maiores variações de preço positivas). Esses valores foram escolhidos de forma proposital a manter a média do núcleo similar a média do IPC-Br. O núcleo hoje divulgado pela FGV considera 20% para as duas caudas.

A sazonalidade do núcleo foi estimada utilizando o software X-13ARIMA-SEATS. O programa, apesar de estimar a sazonalidade para a série completa, considerou o histórico de jan/2009 a dez/2017 para definir as especificações do ajuste: nenhum outlier foi detectado; nenhuma transformação foi aplicada aos dados; e o modelo SARIMA é da ordem $(1\ 1\ 0)(1\ 0\ 0)_{12}$.

O programa oferece o diagnóstico do ajuste sazonal (análise dos resíduos) e permite classificá-lo em adequado: resíduos estacionários, homocedásticos, sem autocorrelação e sem resquícios de sazonalidade.

Uma vez que a sazonalidade foi estimada, o novo núcleo passa a ser a diferença entre o IPC-Br com médias aparadas e a sazonalidade (linha tracejada em tom laranja na Figura 5.2). Por fim, aplicou-se um filtro curto de médias móveis de ordem 3 à medida restante, resultando em uma série temporal mais suave (linha cheia na Figura 5.2).

5.1.2

Núcleo 2: via Dynamic Conditional Score Models

O núcleo (Núcleo-DCS) apresentado na Figura 5.3, junto ao índice de inflação IPC-Br da Fundação Getulio Vargas, foi estimado considerando os procedimentos apresentados na seção 4.2.

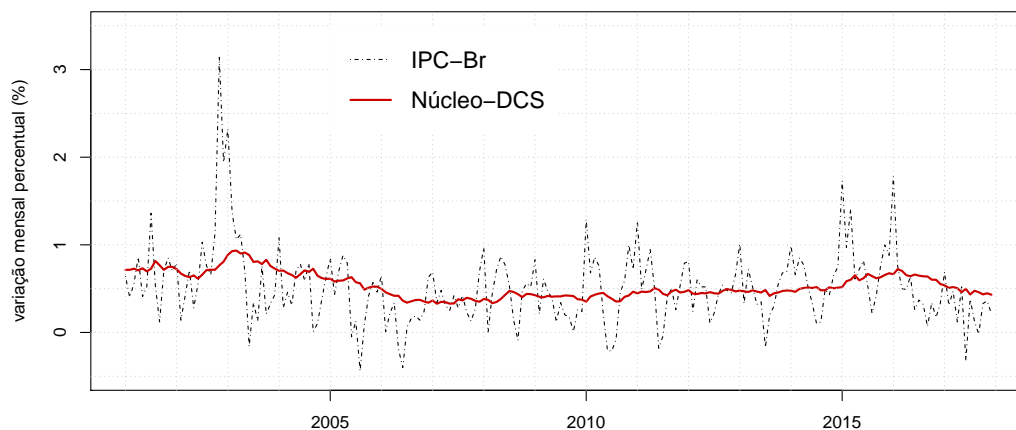


Figura 5.3: Núcleo via modelo DCS (Núcleo-DCS)

Tal como mostrou o Núcleo-S, o Núcleo DCS também mostra uma trajetória ascendente sutil a partir de meados de 2006. De 2011 ao final de 2013 vê-se alguma estabilização e a partir de 2014 a ascensão é mais intensa.

• Etapas da estimação

As etapas de estimação do núcleo iniciaram-se ao considerar o erro ε_t seguindo distribuição Normal com média zero e variância 1 na equação (4-11). Alguns parâmetros foram excluídos e outros acrescentados e a distribuição do erro foi modificada até que o diagnóstico fosse válido e a medida de tendência não fosse tão volátil. Em resumo estimaram-se os seguintes modelos:

- DCS-N 1: modelo DCS da equação (4-11), em que $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$;
- DCS-N 2: DCS-N 1 sem a componente β_t ;
- DCS-N 3: modelo DCS da equação (4-15), em que $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$;
- DCS-t 1: alteração da distribuição do erro do modelo DCS-N 1 para t -Student;
- DCS-t 2: alteração da distribuição do erro do modelo DCS-N 2 para t -Student;
- DCS-t 3: alteração da distribuição do erro do modelo DCS-N 3 para t -Student.

Na Figura 5.4 é possível observar os três núcleos estimados via modelos DCS-N 1, DCS-N 2 e DCS-N 3.

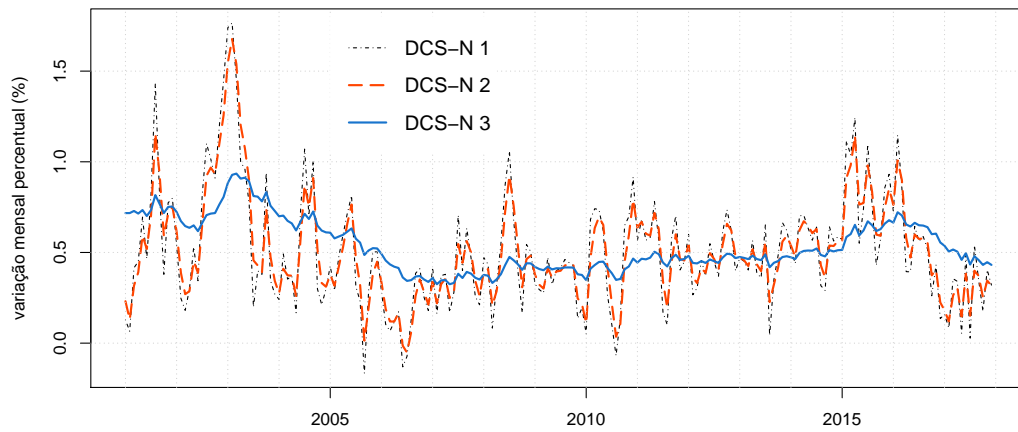


Figura 5.4: Núcleos via modelos DCS

O primeiro procedimento foi estimar o modelo DCS-N 1. A análise residual desse modelo mostrou um resíduo padronizado com valor, em módulo, superior a 3 unidades (5,31) no mês de novembro de 2002, que influenciou na conclusão de não normalidade residual no diagnóstico do modelo. A Figura 5.5 mostra tais resíduos, em que se destaca o resíduo não capturado adequadamente, e a Tabela 5.1 apresenta estatísticas e testes sobre esses resíduos.

Para solucionar o diagnóstico, adicionou-se uma *dummy* na equação de y_t , referente ao mês citado anteriormente. Após isso, o modelo foi reestimado. Os resíduos desse modelo passaram a ser considerados normais, com 95% de confiança, porém há evidências de heterocedasticidade, como mostra a Figura 5.6 e os testes na Tabela 5.2.

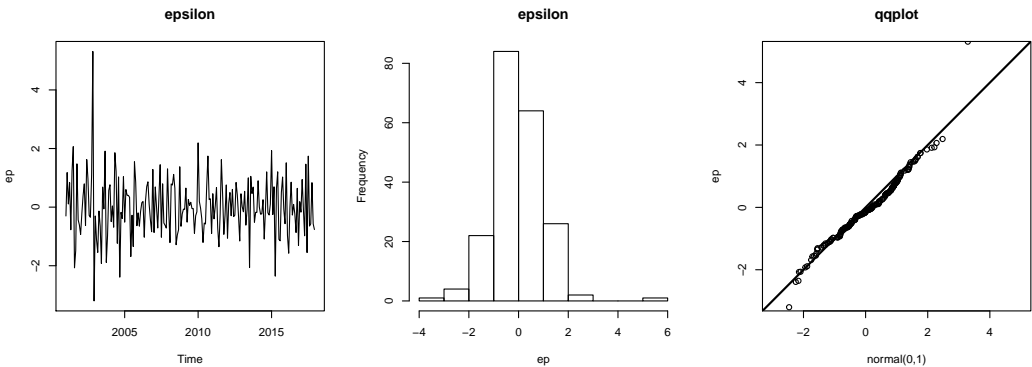


Figura 5.5: Análise residual modelo DCS-N 1

Assimetria	Curtose	Média	D. Padrão	Jarque Bera estat. (valor-p)	Ljung-Box estat. (valor-p)	Ljung-Box* estat. (valor-p)
0,56	6,31	0	1	103,82 (0,00)	17,31 (0,14)	18,51 (0,10)

*Teste Ljung-Box aplicado aos resíduos ao quadrado com o intuito de avaliar heterocedasticidade.
Na aplicação do teste Ljung-Box, considerou-se lag 24.

Tabela 5.1: Estatísticas e testes nos resíduos do modelo DCS-N 1

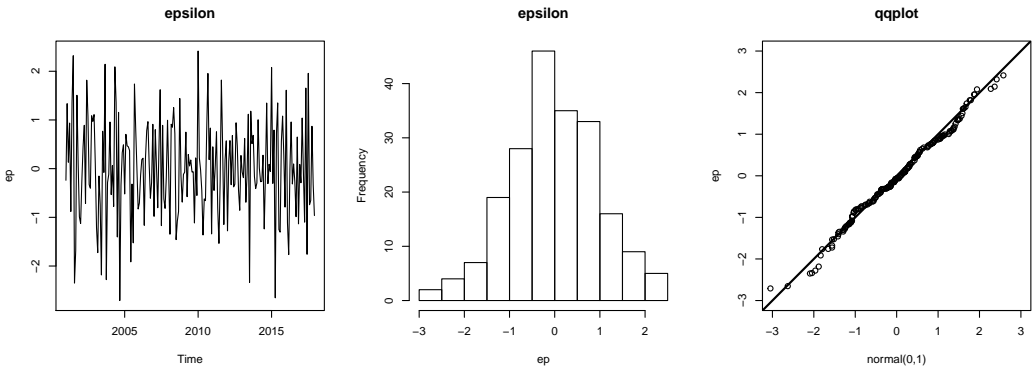


Figura 5.6: Análise residual modelo DCS-N 1 com *dummy*

Assimetria	Curtose	Média	D. Padrão	Jarque Bera estat. (valor-p)	Ljung-Box estat. (valor-p)	Ljung-Box* estat. (valor-p)
-0,09	2,91	0	1	0,35 (0,84)	16,72 (0,16)	26,51 (0,01)

*Teste Ljung-Box aplicado aos resíduos ao quadrado com o intuito de avaliar heterocedasticidade.
Na aplicação do teste Ljung-Box, considerou-se lag 24.

Tabela 5.2: Estatísticas e testes nos resíduos do modelo DCS-N 1 com *dummy*

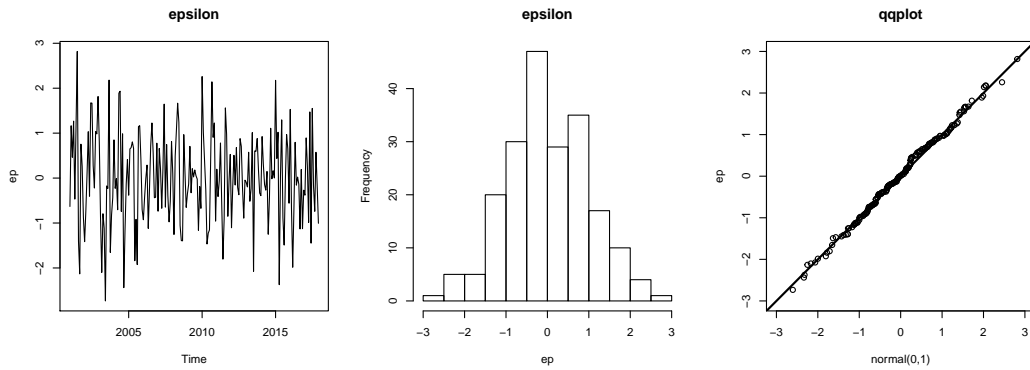
A Tabela 5.3 mostra que grande parte dos parâmetros estimados por máxima verossimilhança pouco mudaram ao adicionar a *dummy* no modelo DCS-N 1, sendo a mudança mais notável a do parâmetro λ , que torna a variância condicional de y_t menor (de $e^{-1,12} = 0,33$ para $e^{-1,24} = 0,29$).

	θ	DCS-N 1	DCS-N 1 <i>dummy</i>	DCS-N 2	DCS-N 2 <i>dummy</i>	DCS-N 3	DCS-N 3 <i>dummy</i>
1	κ_1	0,90	0,90	0,55	0,58	0,00	0,12
2	κ_2	0,00	0,00	-	-	-	-
3	κ_3	-	-	-	-	0,53	0,47
4	κ_s	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
5	λ	-1,12	-1,24	-1,15	-1,27	-1,21	-1,33
6	ϕ	-	-	-	-	0,70	0,55
7	$\beta_{1 0}$	0,00	0,00	-	-	-	-
8	$\mu_{1 0}$	0,16	0,13	0,25	0,23	0,51	0,72
9	$\psi_{1 0}$	-	-	-	-	-0,42	-0,68
10	$\alpha_{1,1 0}$	0,58	0,58	0,58	0,59	0,59	0,61
11	$\alpha_{2,1 0}$	-0,06	-0,05	-0,06	-0,06	-0,05	-0,04
12	$\alpha_{3,1 0}$	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11
13	$\alpha_{4,1 0}$	0,14	0,14	0,11	0,11	0,12	0,12
14	$\alpha_{5,1 0}$	-0,03	-0,03	-0,06	-0,05	-0,05	-0,04
15	$\alpha_{6,1 0}$	-0,35	-0,34	-0,33	-0,32	-0,33	-0,33
16	$\alpha_{7,1 0}$	-0,14	-0,13	-0,14	-0,13	-0,15	-0,14
17	$\alpha_{8,1 0}$	-0,21	-0,20	-0,23	-0,21	-0,23	-0,22
18	$\alpha_{9,1 0}$	-0,22	-0,21	-0,23	-0,21	-0,23	-0,21
19	$\alpha_{10,1 0}$	-0,17	-0,11	-0,13	-0,09	-0,14	-0,09
20	$\alpha_{11,1 0}$	0,17	0,05	0,19	0,07	0,17	0,05
21	$d_{\text{nov}/2011}$	-	1,62	-	1,70	-	1,72

Tabela 5.3: Parâmetros estimados via máxima verossimilhança (θ) para os modelos DCS-N 1, DCS-N 2 e DCS-N 3

A componente μ_t do modelo DCS-N 1 com *dummy* foi armazenada e aparece na linha pontilhada da Figura 5.4. A equação da componente $\beta_{t|t-1}$ nesse modelo com *dummy* foi estimada com parâmetro $\kappa_2 = 0$, tornando-a uma componente determinística, isto é, $\beta_{t+1|t} = \beta_{t|t-1} = \beta$. O valor inicial dessa componente ($\beta_{1|0}$) foi estimado como um número muito próximo de zero e, por isso, tal componente foi removida da equação (4-11) e um novo modelo foi estimado: DCS-N 2.

Para o modelo DCS-N 2, a *dummy* para o mês de novembro de 2002 ainda foi necessária. Após a remoção de $\beta_{t|t-1}$, as estimativas para a condição inicial de $\mu_{t|t-1}$ e κ_1 foram consideravelmente modificadas, como se observa na Tabela 5.3. Os resultados da análise residual para esse modelo já corrigido por *dummy* encontram-se na Figura 5.7 e na Tabela 5.4, em que se observa, ainda, evidências de heterocedasticidade com 95% de confiança. A linha tracejada em laranja na Figura 5.4 representa a componente μ_t do modelo DCS-N 2 com *dummy*.

Figura 5.7: Análise residual modelo DCS-N 2 com *dummy*

Assimetria	Curtose	Média	D. Padrão	Jarque Bera estat. (valor-p)	Ljung-Box estat. (valor-p)	Ljung-Box* estat. (valor-p)
-0,02	2,90	0	1	0,09 (0,96)	15,58 (0,21)	24,91 (0,02)

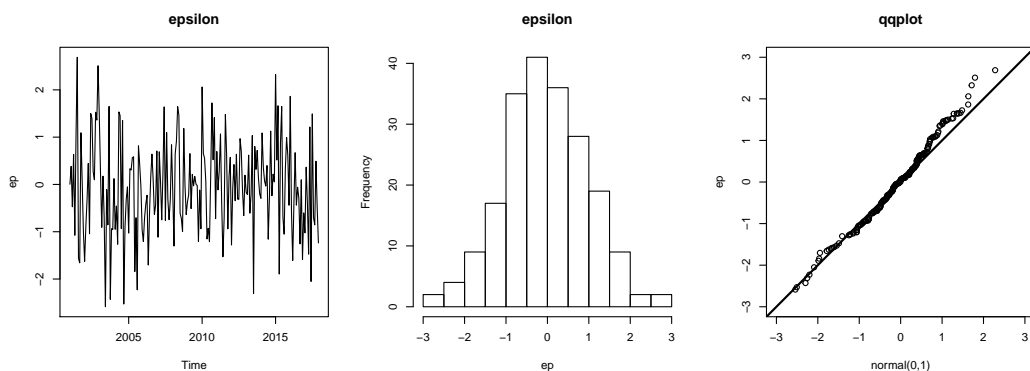
*Teste Ljung-Box aplicado aos resíduos ao quadrado com o intuito de avaliar heterocedasticidade.

Na aplicação do teste Ljung-Box, considerou-se lag 24.

Tabela 5.4: Estatísticas e testes nos resíduos do modelo DCS-N 2 com *dummy*

Como é possível perceber na análise da Figura 5.4, as medidas de tendências extraídas dos modelos DCS-N 1 e DCS-N 2 são visualmente muito voláteis, similares aos núcleos existentes no Brasil (seção 3). Por isso, buscando uma componente mais suave, adicionou-se à equação do modelo DCS-N 2 uma outra componente $\psi_{t|t-1}$ (equação (4-15)). Tal componente busca capturar a parte estacionária autorregressiva de y_t .

Assim como nos modelos anteriores, a *dummy* para o mês de novembro de 2002 também foi necessária. Os resultados a seguir mostram o diagnóstico do modelo e os parâmetros estimados por máxima verossimilhança.

Figura 5.8: Análise residual modelo DCS-N 3 com *dummy*

Assimetria	Curtose	Média	D. Padrão	Jarque Bera estat. (valor-p)	Ljung-Box estat. (valor-p)	Ljung-Box* estat. (valor-p)
0,06	2,89	-0,05	1	0,22 (0,90)	3,49 (0,99)	20,10 (0,07)

*Teste Ljung-Box aplicado aos resíduos ao quadrado com o intuito de avaliar heterocedasticidade.

Na aplicação do teste Ljung-Box, considerou-se lag 24.

Tabela 5.5: Estatísticas e testes nos resíduos do modelo DCS-N 3 com *dummy*

Vale destacar que a inclusão da componente $\psi_{t|t-1}$ ao modelo alterou consideravelmente os parâmetros na equação de $\mu_{t|t-1}$: κ_1 reduziu de 0,58 para 0,12, tornando a tendência mais suave; o valor inicial $\mu_{1|0}$ cresceu para 0,72 (antes 0,23). É importante chamar atenção também para a inclusão da *dummy* nesse modelo: sem incluir a variável, a componente de tendência foi estimada como uma constante ($\kappa_1 = 0$), confirmando que os outliers não modelados pela distribuição normal podem trazer estimativas inconsistentes para os parâmetros. A heterocedasticidade foi reduzida.

Inserir *dummies* para modelar os outliers quando se considera distribuição Normal na construção do modelo é uma alternativa muito utilizada na academia. No entanto, talvez a distribuição mais adequada poderia ser alguma com cauda mais pesada do que a Normal, como a *t*-Student, e assim tais outliers seriam encarados como qualquer outra observação. Portanto, estimou-se os três modelos anteriores considerando distribuição *t*-Student para ε_t . O que se observou, no entanto, foi que a observação de novembro de 2002 também era um outlier nesse contexto. Após a inserção da *dummy*, os graus de liberdade estimados cresceram notoriamente, o que caracteriza a convergência da distribuição *t*-Student para a distribuição Normal, tornando as estimativas dos parâmetros similares às observadas anteriormente no contexto Normal (Tabela 5.6). Além disso, tem-se a Tabela 5.7 com o diagnóstico adequado do modelo DCS-t 3 *dummy*

A Figura 5.9 apresenta a comparação entre as tendências obtidas via DCS-Normal e DCS-t. Nota-se grande similaridade entre as alternativas.

	θ	DCS-t 1	DCS-t 1 <i>dummy</i>	DCS-t 2	DCS-t 2 <i>dummy</i>	DCS-t 3	DCS-t 3 <i>dummy</i>
1	κ_1	0,76	0,61	0,76	0,61	0,14	0,12
2	κ_2	0,00	0,00	-	-	-	-
3	κ_3	-	-	-	-	0,69	0,54
4	κ_s	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
5	ν	9,56	36,40	9,60	36,83	7,22	23,04
6	λ	-1,32	-1,30	-1,32	-1,30	-1,42	-1,37
7	ϕ	-	-	-	-	0,53	0,54
8	$\beta_{1 0}$	0,00	0,00	-	-	-	-
9	$\mu_{1 0}$	0,16	0,22	0,15	0,22	0,75	0,70
10	$\psi_{1 0}$	-	-	-	-	-0,73	-0,66
11	$\alpha_{1,1 0}$	0,58	0,58	0,58	0,58	0,59	0,60
12	$\alpha_{2,1 0}$	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,02	-0,04
13	$\alpha_{3,1 0}$	0,12	0,12	0,12	0,12	0,11	0,11
14	$\alpha_{4,1 0}$	0,12	0,12	0,12	0,12	0,15	0,13
15	$\alpha_{5,1 0}$	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,00	-0,02
16	$\alpha_{6,1 0}$	-0,29	-0,30	-0,29	-0,30	-0,27	-0,30
17	$\alpha_{7,1 0}$	-0,20	-0,16	-0,20	-0,16	-0,18	-0,17
18	$\alpha_{8,1 0}$	-0,20	-0,21	-0,20	-0,21	-0,24	-0,23
19	$\alpha_{9,1 0}$	-0,22	-0,21	-0,22	-0,21	-0,26	-0,22
20	$\alpha_{10,1 0}$	-0,08	-0,09	-0,08	-0,09	-0,11	-0,10
21	$\alpha_{11,1 0}$	0,09	0,07	0,09	0,07	0,05	0,05
22	$d_{\text{nov}/2011}$	-	1,72	-	1,72	-	1,76

Tabela 5.6: Parâmetros estimados via máxima verossimilhança (θ) para os modelos DCS-t

Assimetria	Curtose	Média	D. Padrão	Jarque Bera estat. (valor-p)	Ljung-Box estat. (valor-p)	Ljung-Box* estat. (valor-p)
0,08	2,81	-0,05	1	0,55 (0,76)	3,01 (1,00)	19,80 (0,07)

*Teste Ljung-Box aplicado aos resíduos ao quadrado com o intuito de avaliar heterocedasticidade.

Na aplicação do teste Ljung-Box, considerou-se lag 24.

Tabela 5.7: Estatísticas e testes nos resíduos do modelo DCS-t 3 com *dummy*

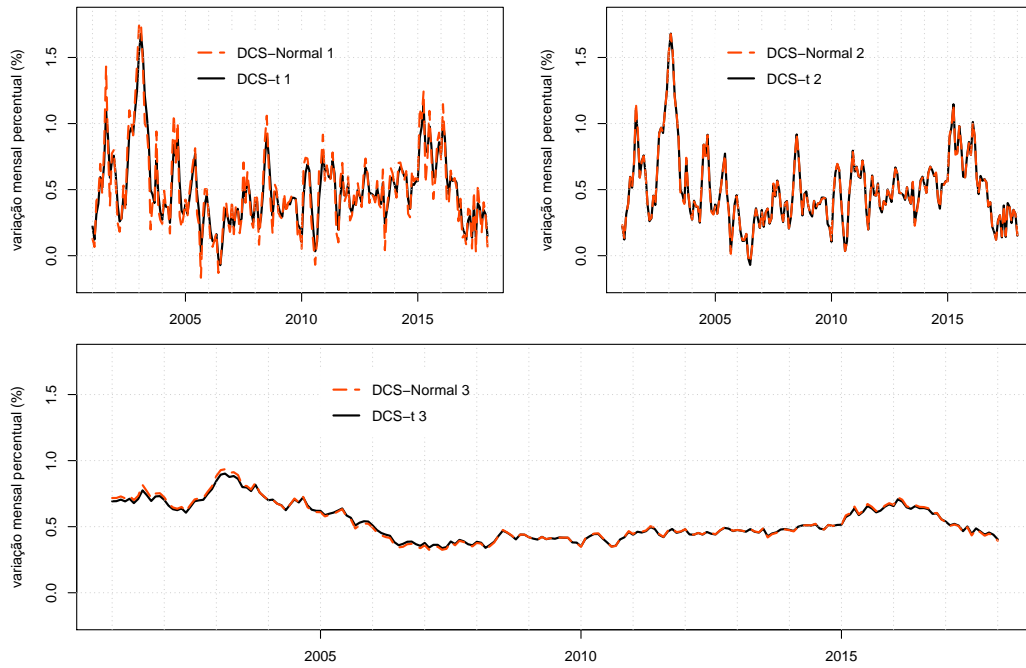


Figura 5.9: Tendências ($\mu_{t|t-1}$) dos modelos DCS-Normal e DCS-t

Com a intenção de avaliar até que ponto as similaridades dos dois contextos de modelos DCS se manteriam, decidiu-se reestimar os modelos para a série a partir de julho de 2003, removendo todo o período de alta inflação observado no início. A Tabela 5.8 a seguir apresenta três modelos: DCS-N (similar ao DCS-N 3), DCS-N *dummy* (similar ao DCS-N 3 *dummy*) e DCS-t (similar ao DCS-t 3). Observaram-se as seguintes diferenças:

- Para que o modelo DCS-N fosse considerado adequado segundo as proposições assumidas, foi necessário a inclusão de uma *dummy* em jan/2016 (resíduo padronizado de 3,22). Para o modelo DCS-t, esse procedimento não foi necessário.
- A tendência $\mu_{t|t-1}$ foi estimada como uma constante no modelo DCS-N (com/sem *dummy*). No DCS-t, a componente capturava a parte não estacionária da inflação.

Mesmo não existindo diferenças bruscas entre as estimativas de tendência vindas dos modelos DCS-N e DCS-t para o IPC-Br iniciando em jan/2001, optou-se pela tendência estimada via modelo DCS-t 3 pelos seguintes motivos: 1) diagnóstico residual adequado completo: normalidade, não autocorrelação e homocedasticidade e 2) captura observações que seriam consideradas outliers no contexto Normal sem a necessidade de intervenção.

	θ	DCS-N	DCS-N <i>dummy</i>	DCS-t
1	κ_1	0,00	0,00	0,05
2	κ_2	-	-	-
3	κ_3	0,47	0,47	0,58
4	κ_s	0,05	0,05	0,00
5	ν	-	-	9,95
6	λ	-1,44	-1,45	-1,54
7	ϕ	-	-	-
8	$\beta_{1 0}$	-	-	-
9	$\mu_{1 0}$	0,45	0,45	0,39
10	$\psi_{1 0}$	0,11	0,11	0,19
11	$\alpha_{1,1 0}$	0,59	0,55	0,57
12	$\alpha_{2,1 0}$	-0,06	-0,05	-0,04
13	$\alpha_{3,1 0}$	0,17	0,17	0,16
14	$\alpha_{4,1 0}$	0,10	0,10	0,11
15	$\alpha_{5,1 0}$	0,03	0,03	0,05
16	$\alpha_{6,1 0}$	-0,25	-0,25	-0,24
17	$\alpha_{7,1 0}$	-0,22	-0,22	-0,21
18	$\alpha_{8,1 0}$	-0,25	-0,24	-0,25
19	$\alpha_{9,1 0}$	-0,16	-0,16	-0,19
20	$\alpha_{10,1 0}$	-0,11	-0,10	-0,10
21	$\alpha_{11,1 0}$	0,03	0,03	0,02
22	$d_{\text{jan}/2016}$	-	0,53	-

Tabela 5.8: Comparação DCS-N e DCS-t para o IPC-Br a partir de jul/2003

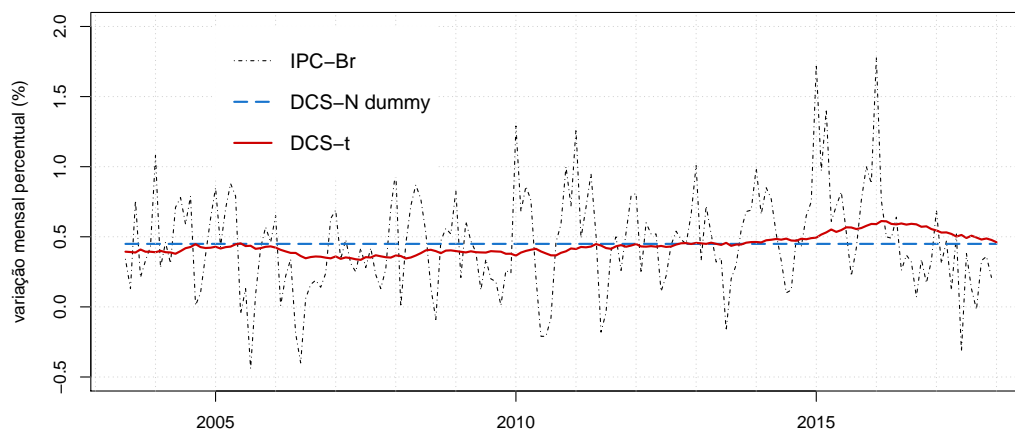


Figura 5.10: Tendências via DCS-N e DCS-t para o IPC-Br a partir de jul/2003

5.2

Comparação e avaliação segundo às características esperadas de um núcleo

A Figura 5.11 e a Figura 5.12 a seguir mostram o IPC-Br e os dois núcleos finais que serão avaliados: Núcleo-S (via suavização) e Núcleo-DCS (via modelo DCS-t 3 com *dummy*). Os dois núcleos diferem consideravelmente no início da série e nos períodos de inflação alta.

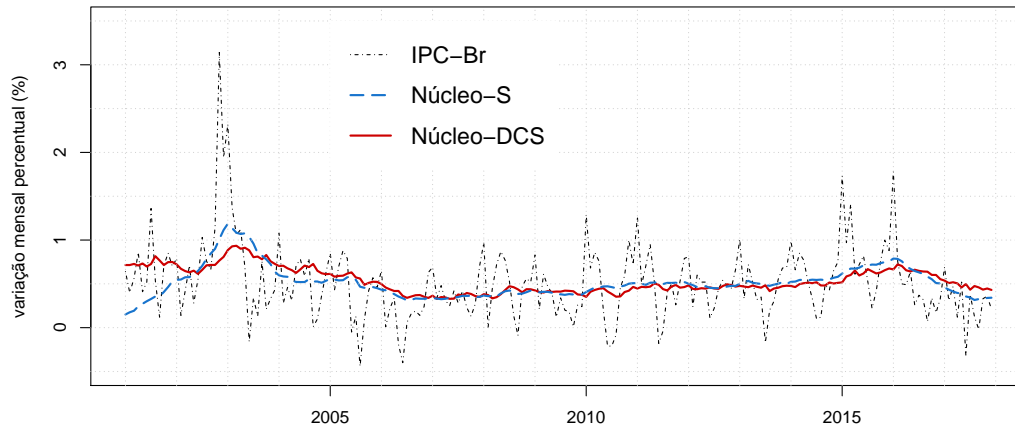


Figura 5.11: IPC-Br, Núcleo-S e Núcleo-DCS

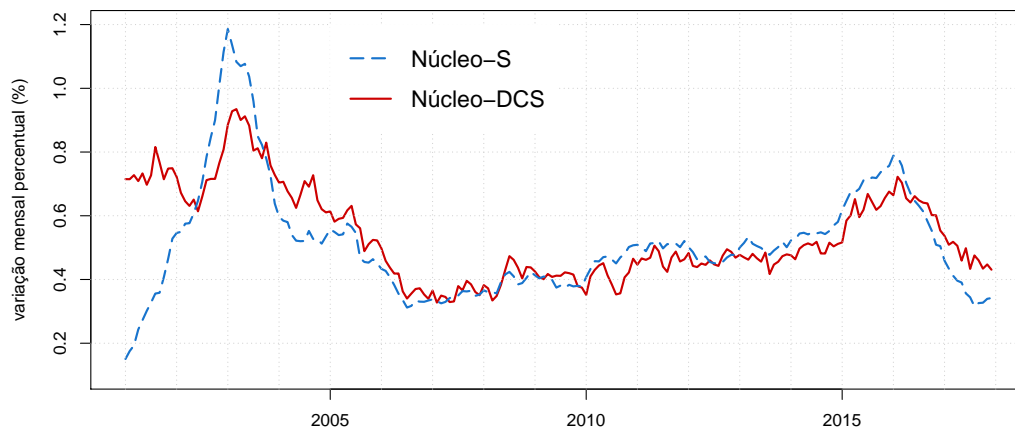


Figura 5.12: Núcleo-S vs. Núcleo-DCS

Os diagnósticos apresentados a seguir serão feitos para o histórico completo da série (jan/2001 a dez/2017) e para a metade mais recente (jul/2009 a dez/2017).

O que se percebe inicialmente (em comparação aos núcleos existentes no Brasil) é a remoção da sazonalidade. Visualmente os núcleos não apresentam tal componente e, segundo o teste de sazonalidade (Tabela 5.9), não há evidências de sazonalidade com 95% de confiança.

	Total		Parte inicial		Parte final	
	qs-stat	p-valor	qs-stat	p-valor	qs-stat	p-valor
Núcleo-S	0,00	1,00	0,00	1,00	0,01	0,99
Núcleo-DCS	0,00	1,00	0,00	1,00	4,64	0,10

H_0 : Não há sazonalidade na série temporal.

Tabela 5.9: Teste de Sazonalidade QS

A Tabela 5.10 mostra as estatísticas descritivas do IPC-Br e dos dois núcleos propostos. Com respeito à média, o Núcleo-S tem média similar ao índice de inflação, uma vez que foi construído propositalmente para apresentar tal valor para o período em estudo. O Núcleo-DCS, no entanto, superestima a média da inflação em 0,02 pontos percentuais. Para a parte mais recente do histórico, entretanto, a interpretação é invertida: o Núcleo-DCS tem média similar a do IPC-Br, enquanto o Núcleo-S superestima a média da inflação em 0,02. Com respeito à volatilidade, ambos os núcleos são muito menos voláteis do que o IPC-Br, sendo o Núcleo-DCS o mais suave dentre os dois, tanto para o período completo quanto para o período mais recente.

	Média	Mediana	Desvio-Padrão	Coef. Variação	Viés
IPC-Br	0,51 (0,50)	0,47 (0,49)	0,44 (0,37)	0,85 (0,76)	-
Núcleo-S	0,51 (0,52)	0,50 (0,50)	0,18 (0,11)	0,35 (0,21)	0,00 (0,02)
Núcleo-DCS	0,53 (0,50)	0,49 (0,48)	0,13 (0,08)	0,25 (0,17)	0,02 (0,00)

Tabela 5.10: Estatísticas descritivas dos núcleos propostos e do IPC-Br

A Tabela 5.11 apresenta o teste de raiz unitária Augmented Dickey Fuller (ADF). Apesar de o IPC-Br e o Núcleo-S terem sido considerados estacionários para o comprimento total da série, o teste aplicado para o período mais recente mostra evidências de que as medidas não são estacionárias. Por isso, conclui-se não estacionariedade para todas as séries. O teste foi reaplicado nas séries em primeira diferença e não há evidências de que não sejam estacionárias.

	lag	equação	Estatística de teste	Valor Crítico	Conclusão
IPC-Br	12 (12)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-2,89 (-1,34)	-2,88 (-2,88)	estacionário (não estacionário)
Núcleo-S	13 (12)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-2,94 (-2,51)	-2,88 (-2,88)	estacionário (não estacionário)
Núcleo-DCS	0 (0)	s/ tend. c/ const. (s/ tend. c/ const.)	-1,62 (-1,71)	-2,88 (-2,88)	não estacionário (não estacionário)

Os valores entre parenteses são obtidos sobre a série a partir de jul/2009.

O nível de significância considerado é de 5%.

Tabela 5.11: Teste de raiz unitária (ADF) nos núcleos propostos e no IPC-Br

Após isso, aplicou-se o teste de cointegração de Johansen para verificar se há relação de longo prazo entre as medidas. A conclusão foi favorável para os dois núcleos como se observa na Tabela 5.12.

	Estatística de teste	Valor Crítico	Conclusão
IPC-Br & Núcleo-S	58,75	14,90	séries cointegradas
IPC-Br & Núcleo-DCS	70,59	14,90	séries cointegradas

Tabela 5.12: Teste de cointegração de Johansen entre o IPC-Br e os núcleos propostos

O próximo resultado tem a intenção de avaliar a forma com que as séries se relacionam no longo prazo: se o gap entre a inflação e seu núcleo diminui porque a inflação vai em direção ao núcleo e/ou do núcleo vai em direção à inflação (atratividade). A Tabela 5.13 mostra que para o Núcleo-S, a dinâmica se dá pelo movimento da inflação em direção ao núcleo. Dessa forma, pode se concluir, por exemplo, que quando o IPC-Br está acima do Núcleo-S, espera-se que seu valor diminua em algum tempo futuro. Para o Núcleo-DCS, no entanto, a conclusão é que tanto o IPC-Br quanto o núcleo vão um em direção ao outro. Com isso, conclui-se, no exemplo anterior, que a diferença entre o núcleo e o IPC-Br diminuirá num tempo futuro em consequência do movimento dos dois (núcleo aumenta, IPC-Br diminui).

	λ	$\lambda_{\text{núcleo}}$
IPC-Br & Núcleo-S	-1,9986*** (-2,8650***)	-0,0045 (0,0035)
IPC-Br & Núcleo-DCS	-0,4020*** (-0,3966***)	0,0518*** (0,0551***)

Nota: níveis de significância: 5% (*), 1% (**) e 0,1% (***).

Os resultados entre parenteses são obtidos considerando o histórico de jul/2009 a dez/2017.

Tabela 5.13: Dinâmica entre IPC-Br e os núcleos propostos

Os resultados a seguir são referentes à capacidade de previsão. A Tabela 5.14 tem o objetivo de avaliar se a diferença entre o núcleo e a inflação hoje é uma informação relevante para dizer o quanto a inflação irá variar daqui a $h = 1, 3, 6$ e 12 meses. Para as duas amostras da série, essa diferença parece ser relevante (β significativo) e ainda mais informativa (R^2 maior) para o médio prazo (3 e 6 meses). A análise foi feita (pseudo) fora da amostra também. Fez-se a previsão 1 passo à frente para os últimos 12 meses da série histórica. Observou-se menor erro de previsão para o horizonte de três meses para ambos

os núcleos (ver Tabela 5.15). No entanto, não parece haver grandes diferenças. O erro varia entre 0,3 e 0,4 para todos os horizontes.

		jan/2001 a dez/2017			jul/2009 a dez/2017		
		R^2	β	t-stat	R^2	β	t-stat
$h = 1$	IPC-Br & Núcleo-S	0,25	0,53 (0,06)	8,1***	0,28	0,58 (0,09)	6,2***
	IPC-Br & Núcleo-DCS	0,23	0,48 (0,06)	7,8***	0,25	0,52 (0,09)	5,8***
$h = 3$	IPC-Br & Núcleo-S	0,40	0,88 (0,08)	11,4***	0,48	1,01 (0,11)	9,4***
	IPC-Br & Núcleo-DCS	0,39	0,83 (0,07)	11,3***	0,43	0,91 (0,10)	8,6***
$h = 6$	IPC-Br & Núcleo-S	0,51	1,17 (0,08)	14,2***	0,67	1,44 (0,10)	13,9***
	IPC-Br & Núcleo-DCS	0,53	1,13 (0,08)	14,9***	0,64	1,33 (0,10)	12,9***
$h = 12$	IPC-Br & Núcleo-S	0,22	0,61 (0,08)	7,4***	0,13	0,35 (0,09)	3,7***
	IPC-Br & Núcleo-DCS	0,29	0,67 (0,07)	8,9***	0,14	0,34 (0,09)	3,8***

Nota: desvio-padrão do coeficiente β entre parênteses; **t-stat** é a estatística de teste para o parâmetro β .

Tabela 5.14: Análise da previsão da inflação utilizando núcleos

	jan/2001 a dez/2017				jul/2009 a dez/2017			
	1	3	6	12	1	3	6	12
Núcleo-S	0,32	0,28	0,35	0,38	0,31	0,28	0,41	0,39
Núcleo-DCS	0,33	0,32	0,40	0,37	0,34	0,36	0,53	0,39

Tabela 5.15: Erro de previsão (RMSE) 1 passo à frente para os últimos 12 meses

O modelo DCS permite a previsão da variável de interesse como visto na seção 4.2.5. A Figura 5.13 apresenta a previsão fora da amostra para $h = 1, 3, 6$ e 12 passos à frente. Foram feitas 2000 simulações para cada tempo t variando de jan/2016 a dez/2017 (24 meses). O que se observa é que o menor erro de previsão é para o curto prazo ($h = 1$). A previsão da inflação para longos horizontes costuma ser superestimada por esse modelo. Os RMSEs para cada h são, respectivamente: 0,29; 0,31; 0,35 e 0,38.

Por curiosidade, pesquisou-se os RMSEs para a previsão do IPCA feita pelo mercado (Focus - média) para os mesmos horizontes $h = 1, 3, 6$ e 12. Considerando-se apenas o ano de 2017, o erros de previsão são, respectivamente: 0,11; 0,20; 0,21 e 0,25.

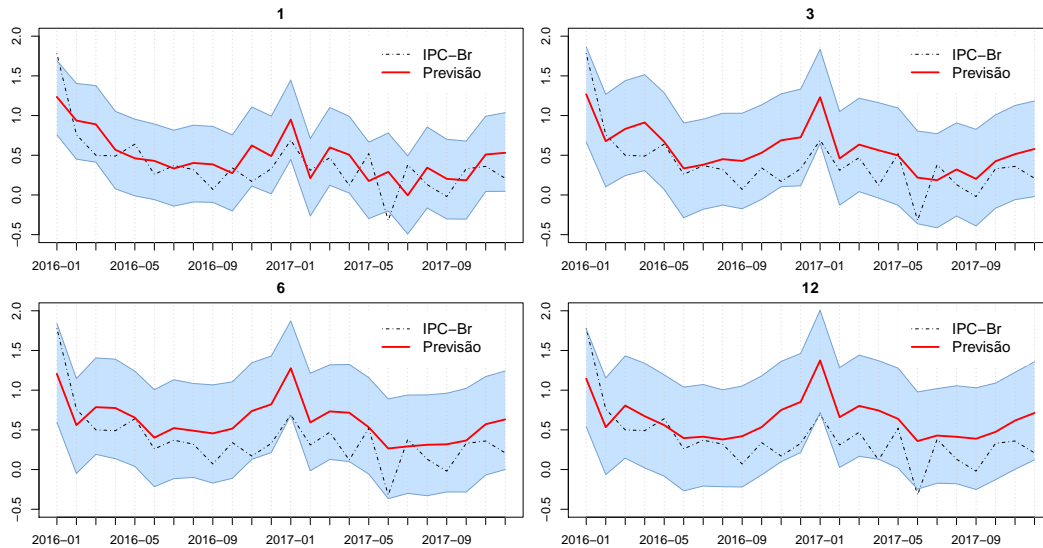


Figura 5.13: Previsão do IPC-Br via modelo DCS

5.2.1 Estabilidade

As duas metodologias propostas nesse estudo estão sujeitas a alterações do histórico da componente de tendência ao acrescentar novas observações da variável de interesse. No Núcleo-S isso ocorre devido ao ajuste sazonal e no Núcleo-DCS devido à otimização dos parâmetros via máxima verossimilhança. O intuito dessa seção é, então, verificar se a tendência, via as duas metodologias, se mantém similar ao longo do tempo para que a história contada através das medidas seja a mesma independente do tempo t atual. Para isso, aplicou-se o seguinte procedimento:

– Núcleo-S

1. definir a especificação do modelo de ajuste sazonal considerando os dados a partir de jan/2009 até dez/2015;
2. executar o ajuste sazonal mês a mês de jan/2016 a dez/2017 de acordo com a especificação definida em (1) mantendo a estimação dos parâmetros do modelo livre e armazenar o resultado (série com ajuste sazonal) de cada mês;
3. dessazonalizar a série completa de acordo com a especificação definida em (1) e compará-la com a série obtida em (2).

– Núcleo-DCS

1. estimar o modelo DCS com a especificação definida na equação (4-15) mês a mês a partir de jan/2016 e armazenar o valor da tendência para cada mês;

2. estimar o modelo DCS com a especificação definida na equação (4-15) usando a série completa e comparar com a tendência obtida em (1).

Os resultados desse procedimento são vistos na Figura 5.14. Nota-se que a similaridade é maior para o Núcleo-DCS (RMSE de 0,01 contra 0,03 do Núcleo-S). A respeito dos movimentos mensais o Núcleo-S não mantém o sinal da tendência durante alguns meses (áreas hachuradas na Figura 5.14).

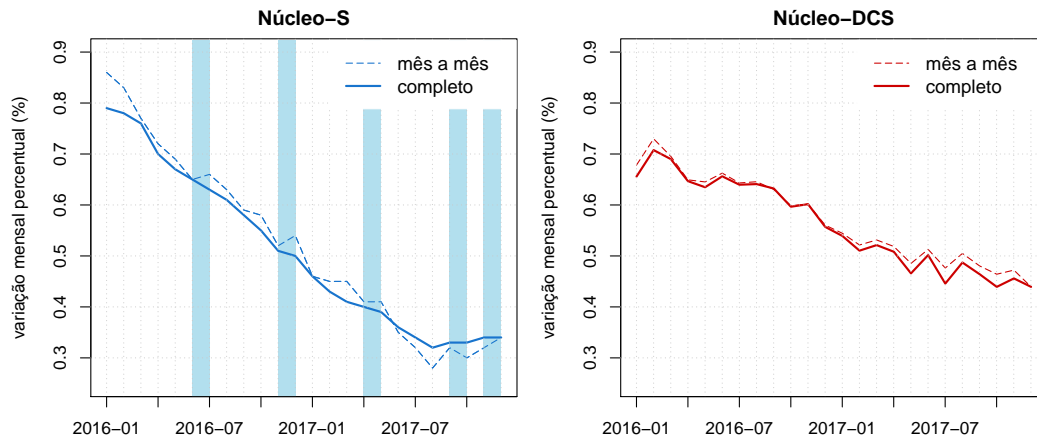


Figura 5.14: Estabilidade histórica dos núcleos

5.2.2

Comparação com a inflação acumulada em 12 meses

O índice de inflação acumulado em 12 meses é a principal ferramenta do público em geral para acompanhar a trajetória da inflação (Ferreira et al. (2016) (32); Gaglianone et al. (2016) (33)). Por isso, é relevante a comparação entre um núcleo e uma medida já consolidada na avaliação da trajetória da inflação.

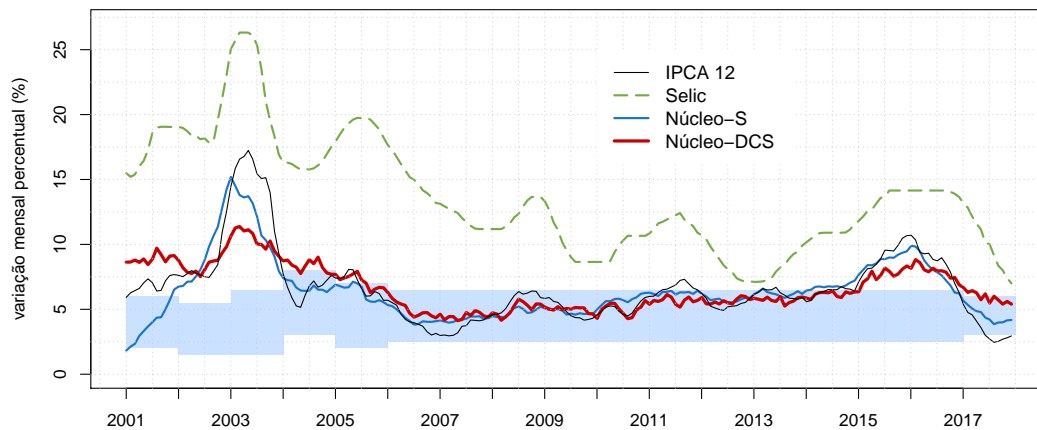


Figura 5.15: Núcleos vs. IPCA acumulado em 12 meses

A Figura 5.15 apresenta, além do IPCA acumulado em 12 meses, os núcleos propostos e a taxa de juros Selic acumulada no mês. Todas as medidas estão anualizadas. O que se percebe entre três primeiras medidas é um movimento coincidente, todavia, os núcleos são menos afetados pelas variações de preços extremas que ocorrem mensalmente além de não considerarem tanta informação passada no valor presente. Por exemplo, observe a queda brusca da inflação acumulada no ano de 2003: em apenas 6 meses a medida varia de 15% para 7,5% enquanto os núcleos -S e -DCS variam, respectivamente, de 12,5% e 10% para 7,5% e 8,5%. No ano de 2006 e de 2015 a 2017, comportamentos similares se repetem.

Os núcleos também oferecem alguma informação visual sobre a trajetória da inflação acumulada. A partir de 2006 nota-se uma trajetória ascendente nas três medidas. Porém esse movimento é indetectado de forma mais clara e rápida sobre os núcleos. Veja que a inflação acumulada oscila entre o piso e o teto da meta durante o período 2006-2009 enquanto os núcleos passam pelo meio.

Essa lentidão da reação da inflação acumulada faz com que a medida saia da meta em abril de 2011 mas retorne antes do fim do ano. Em 2013 isso ocorre mais uma vez. Ainda nesse ano, todas as medidas flutuam bem próximo do teto da meta e os dois núcleos mostram com mais nitidez a tendência crescente da inflação. O Núcleo-S ultrapassa o teto da meta no início de 2014 e não retorna ao intervalo até os meses finais de 2017. Alguns meses depois a inflação acumulada também ultrapassa o teto e o Núcleo-DCS só ultrapassa o intervalo em fevereiro de 2015.

No início do ano de 2016 todas as medidas alcançam o seu auge e começam a mostrar uma trajetória descendente a partir de então. A inflação acumulada cai de 10,71% para 5,35% entre jan/2016 e jan/2017. Já o Núcleo-S 9,88% para 5,65% e o Núcleo-DCS de 8,16% para 6,67%. O movimento decrescente continua em 2017 para todas as medidas, sendo mais intenso para a inflação acumulada que chega a ser inferior ao piso da meta. O Núcleo-S segue o mesmo movimento da inflação acumulada porém acima do piso mostrando atualmente um crescimento rápido em direção ao centro. O Núcleo-DCS diminui de forma sutil a partir de 2016 e atualmente ainda mostra uma tendência decrescente em direção ao centro do intervalo.

Considerando toda essa análise entre inflação acumulada e os núcleos, pode-se sugerir o seguinte: se o BCB usasse os núcleos como uma medida de controle intermediária, isto é, assumindo que ao controlar o núcleo, a inflação acumulada estaria controlada, a política monetária poderia ser mais parcimoniosa. Por exemplo:

- Em 2011, o BCB decidiu baixar a taxa de juros pois a inflação acumulada parecia retornar ao centro da meta, porém 2 anos depois quando esta retornou a subir quase ultrapassando o teto, subiram novamente a taxa de juros. Nesse intervalo de tempo, no entanto, ambos os núcleos mostravam o crescimento da tendência da inflação, sugerindo que a taxa de juros não fosse reduzida.
- Em 2017, a inflação fechou o ano abaixo do intervalo da meta. Observando o ano anterior, nota-se que o BCB manteve por bastante tempo a taxa de juros muito alta. Nesse período, assim como a inflação acumulada, ambos os núcleos mostravam decrescimento. Dessa forma, se a taxa de juros fosse reduzida um pouco antes do tempo, visto que todas as medidas estavam diminuindo, a inflação talvez não ficaria fora do intervalo.

Para suportar essa hipótese de que “controlar o núcleo controlaria a inflação acumulada”, fez-se o teste de causalidade de Granger. Como se observa na Tabela 5.16, considerando 95% de confiança, há evidências estatísticas que cada núcleo granger-causa a inflação acumulada. O contrário também é válido.

	F-stat	p-valor
H_0 : Núcleo-S não granger-causa IPCA12	8,83	0,0000
H_0 : Núcleo-DCS não granger-causa IPCA12	4,03	0,0000

Tabela 5.16: Teste de causalidade de Granger entre IPCA e os núcleos propostos

Portando, conclui-se, com base nos resultados desse estudo, que se o BCB buscasse a estabilização dos núcleos teria em retorno uma política monetária mais parcimoniosa resultando na inflação acumulada controlada. A decisão de subir ou baixar a taxa de juros aparentemente seria ainda mais parcimoniosa usando o Núcleo-DCS pois a medida reage menos do que o Núcleo-S quando se compara a velocidade que os dois variam nos períodos de alta inflação.

5.3

Inflação no Brasil em 2018

Apenas para fins de exercício, apresenta-se a seguir a previsão para a inflação do Brasil em 2018. Sabe-se que o BCB possui modelos mais robustos e que levam em consideração outras variáveis econômicas que aumentam substancialmente o poder de predição da inflação. A previsão apresentada aqui não considera nenhuma outra variável além do próprio indicador de inflação sobre a estrutura definida na seção 4.2.

Meses	IPC-Br	IPCA	Núcleo-DCS	Focus*
jan/2018	0,80	0,63	4,96 [4,96 - 4,96]	0,40
fev/2018	0,25	0,38	4,95 [4,30 - 5,60]	0,44
mar/2018	0,47	0,42	4,94 [3,97 - 5,90]	0,32
abr/2018	0,45	0,48	4,93 [3,79 - 6,11]	0,38
mai/2018	0,36	0,37	4,92 [3,56 - 6,28]	0,30
jun/2018	0,08	0,21	4,90 [3,38 - 6,43]	0,20
jul/2018	0,20	0,21	4,90 [3,24 - 6,56]	0,19
ago/2018	0,18	0,25	4,91 [3,08 - 6,72]	0,19
set/2018	0,19	0,28	4,91 [2,95 - 6,93]	0,29
out/2018	0,30	0,34	4,91 [2,90 - 6,99]	0,35
nov/2018	0,45	0,43	4,90 [2,77 - 7,02]	0,38
dez/2018	0,54	0,58	4,90 [2,68 - 7,17]	0,47

*Previsão para o IPCA feita em 26/01/2018 para todo o ano de 2018 - Média

Tabela 5.17: Previsão do IPC-Br, do IPCA e do Núcleo-DCS para 2018

A Tabela 5.17 apresenta a previsão para o IPC-Br, para o IPCA e para o Núcleo-DCS para os 12 meses do ano de 2018. A previsão do Núcleo-DCS aparece anualizada. Além disso, apresenta-se as previsões do mercado para o IPCA (Focus).

Inicialmente obteve-se a previsão do IPC-Br e do Núcleo-DCS utilizando os procedimentos apresentados na seção 4.2.5. A previsão do IPCA foi obtida estimando uma regressão linear entre o IPCA e o IPC-Br e seus lags¹. Acumulando os valores para o ano de 2018, a previsão para o IPC-Br e para o IPCA é, respectivamente, de 4,36% e 4,69%. Para o Núcleo-DCS, espera-se variação de 4,91% com intervalo de confiança de 95% de [3,96 - 6,39]. Todos os valores encontram-se contidos no intervalo da meta da inflação para o próximo ano (3 a 6%).

¹A representação da equação é a seguinte: $IPCA_t = \alpha + \beta_1 IPCA_{t-12} + \beta_2 IPC-Br_t + \beta_3 IPC-Br_{t-1} + \beta_4 IPC-Br_{t-12} + \varepsilon_t$

6

Conclusão e trabalhos futuros

Núcleo da inflação tem sido uma das ferramentas usadas pelos bancos centrais no mundo como suporte na condução da política monetária. Pode-se dizer, segundo a revisão de literatura vista no Capítulo 2, que um núcleo da inflação busca remover as variações de curto prazo de um indicador de inflação, restando apenas a tendência da variável.

Viu-se que existem diversas formas de estimação de núcleo e as mais populares buscam encontrar os itens da cesta da inflação que acrescentam mais volatilidade ao índice final, removê-los ou suavizá-los e em seguida recalcular a inflação. No Brasil os núcleos estimados via tais métodos tradicionais não trazem grande informação sobre a tendência do nível dos preços (Capítulo 3). Por isso, buscando contribuir com o conjunto de ferramentas que o BCB poderia consultar na condução política monetária, propôs-se dois métodos de cálculo de núcleo: 1) o primeiro, denominado Núcleo-S, pode ser considerado um aprimoramento do núcleo de médias aparadas (seção 4.1). 2) O segundo, Núcleo-DCS, é estimado via Dynamic Conditional Score Models (seção 4.2).

Ambas as propostas forneceram uma informação mais clara a respeito da tendência atual da inflação e de seus possíveis movimentos futuros. As análises elaboradas no Capítulo 5 permitem concluir que os núcleos auxiliam no controle da inflação acumulada com uma política monetária mais parcimoniosa. Isto é, buscar controlar as medidas de núcleo traria como consequência o controle da inflação acumulada em 12 meses e isso com menos intervenções (mudanças recorrentes na taxa de juros).

Os modelos DCS, além de permitirem a estimação de núcleos, possibilitam a previsão da variável de interesse: a inflação. As previsões para os últimos dois anos observados foram feitas e observou-se RMSE em torno de $[0,3 - 0,4]$, erro superior ao obtido para a previsão do mercado $[0,11 - 0,25]$. Deve-se levar em conta que os modelos de previsões para inflação costumam considerar definições teóricas e outras variáveis econômicas. Nesse estudo em questão, considerou-se apenas o próprio passado da variável.

Como trabalho futuro, têm-se a intenção de estimar os núcleos para o IPCA. Nesse trabalho, estimou-se apenas para o IPC-Br, uma proxy do IPCA, e mesmo assim os resultados foram satisfatórios para a análise do

IPCA. Também tem-se a intenção de estimar modelos econométricos segundo a metodologia do BCB para a previsão da inflação incluindo os núcleos como variáveis explicativas para avaliar o impacto dos núcleos na previsão.

Referências bibliográficas

- [1] ECKSTEIN, O.. **Core inflation** / Otto Eckstein. Prentice-Hall Englewood Cliffs, N.J, 1981.
- [2] WYNNE, M. A.. **Core Inflation: A Review of Some Conceptual Issues**. Federal Reserve Bank of St. Louis Review, 90:205 – 228, 2008.
- [3] BRYAN, M. F.; PIKE, C. J.. **Median price changes: an alternative approach to measuring current monetary inflation**. Economic Commentary, (Dec):1, 1991.
- [4] BRYAN, M. F.; CECCHETTI, S. G.. **Measuring core inflation**. In: **MONETARY POLICY**, p. 195–219. The University of Chicago Press, 1994.
- [5] DOW, J.. **Measuring inflation using multiple price indexes**. unpublished manuscript, 1994.
- [6] DIEWERT, W. E.. **On the stochastic approach to index numbers**. Technical report, University of British Columbia. Dept. of Economics, 1995.
- [7] QUAH, D.; VAHEY, S. P.. **Measuring Core Inflation?** Economic Journal, 105(432):1130–44, September 1995.
- [8] FREEMAN, D. G.. **Do core inflation measures help forecast inflation?** Economics Letters, 58(2):143–147, February 1998.
- [9] WYNNE, M.. **Core inflation: a review of some conceptual issues**. Working Paper Series 0005, European Central Bank, 1999.
- [10] CLARK, T.. **Comparing measures of core inflation**. Economic Review, (Q II):5–31, 2001.
- [11] COGLEY, T.. **A simple adaptive measure of core inflation**. Journal of Money, Credit and Banking, 34(1):94–113, 2002.
- [12] CRISTADORO, R.; FORNI, M.; REICHLIN, L. ; VERONESE, G.. **A core inflation index for the euro area***. Temi di discussione (Economic working papers) 435, Bank of Italy, 2002.

- [13] STOCK, J. H.; WATSON, M. W.. **Core inflation and trend inflation**. Working Paper 21282, National Bureau of Economic Research, June 2015.
- [14] RICH, R.; STEINDEL, C.. **A review of core inflation and an evaluation of its measures**. Staff Reports 236, Federal Reserve Bank of New York, 2005.
- [15] GAVIN, W. T.; MANDAL, R. J.. **Predicting Inflation: Food for Thought**. Regional Economist, 2002.
- [16] MEHRA, Y. P.; REILLY, D.. **Short-Term Headline-Core Inflation Dynamics**. Federal Reserve Bank of Richmond Economic Quarterly, 2009.
- [18] DA SILVA FILHO, T. N. T.; FIGUEIREDO, F. M. R.. **Has Core Inflation Been Doing a Good Job in Brazil?** Revista Brasileira de Economia, 65, 2011.
- [19] IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**, 2017.
- [20] IBRE. **Instituto Brasileiro de Economia**, 2017.
- [21] U.S. CENSUS BUREAU. **X-13ARIMA-SEATS Reference Manual Accessible HTML Output Version**, 2017.
- [22] FERREIRA, P. C.; MATTOS, D. M.; SPERANZA, T. ; TEIXEIRA, F. O.. **Inflation: Core Inflation**, 2017.
- [23] FERREIRA, P. C.; MATTOS, D. M. D. ; ARDEO, V. L.. **Triple-Filter Core Inflation: A Measure of the Inflation Trajectory**. Revista Brasileira de Economia, 71:397 – 411, 12 2017.
- [24] DA SILVA FILHO, T. N. T.; FIGUEIREDO, F. M. R.. **Revisitando as Medidas de Núcleo de Inflação do Banco Central do Brasil**. Working Papers Series 356, Central Bank of Brazil, Research Department, May 2014.
- [25] SANTOS, C.; CASTELAR, I.. **Avaliando as medidas de núcleo da inflação no brasil**. Economia Aplicada, 20(1):35–56, 2016.
- [26] CREAL, D.; KOOPMAN, S. J. ; LUCAS, A.. **Generalized autoregressive score models with applications**. Journal of Applied Econometrics, 28(5):777–795, 2013.
- [27] HARVEY, A. C.. **Dynamic models for volatility and heavy tails: with applications to financial and economic time series**, volumen 52. Cambridge University Press, 2013.

- [28] DURBIN, J.; KOOPMAN, S. J.. **Time Series Analysis by State Space Methods**. Oxford University Press, 2 edition, 2012.
- [29] KALLIOVIRTA, L.; OTHERS. **Diagnostic tests based on quantile residuals for nonlinear time series models**. 2009.
- [30] JARQUE, C. M.; BERA, A. K.. **A test for normality of observations and regression residuals**. *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, 55(2):163–172, 1987.
- [31] LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P.. **On a measure of lack of fit in time series models**. *Biometrika*, 65(2):297–303, 1978.
- [32] FERREIRA, P.; OLIVEIRA, I. ; TEIXEIRA, F.. **How Brazilian Consumers' Inflation Expectations are created**. unpublished manuscript, 2016.
- [33] GAGLIANONE, W. P.; ISSLER, J. V. ; MATOS, S. M.. **Applying a Microfounded-Forecasting Approach to Predict Brazilian Inflation**. Banco Central do Brasil - Working Paper, 436, 2016.