

東北大学工学部 卒業論文

**人工流れ星周りにおける  
極超音速流体場の数値的研究**

機械知能・航空工学科  
大西・加藤・佐藤/高橋研究室

B6TB1505 林 大地

令和2年3月



# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>緒論</b>	1
1.1	天然の流れ星と極超音速環境下での空力加熱 . . . . .	1
1.2	人工流れ星 . . . . .	2
1.3	人工流れ星周りの流体場解析手法 . . . . .	4
1.4	本研究の目的 . . . . .	5
1.5	本論文の構成 . . . . .	5
<b>第 2 章</b>	<b>数値計算法</b>	7
2.1	軌道計算の数値計算法 . . . . .	7
2.2	Navier–Stokes 解析の数値計算法 . . . . .	12
2.3	DSMC 法の数値計算法 . . . . .	29
<b>第 3 章</b>	<b>軌道計算結果</b>	39
3.1	軌道計算の初期条件 . . . . .	39
3.2	大気モデルの軌道計算結果 . . . . .	39
3.3	速度変化と質量変化の軌道計算結果 . . . . .	40
3.4	その他パラメータの軌道計算結果 . . . . .	41
<b>第 4 章</b>	<b>軌道上最小 Knudsen 数地点での流体場解析結果</b>	49
4.1	計算条件 . . . . .	49
4.2	流体場解析結果 . . . . .	52
4.3	淀み点熱流束による比較 . . . . .	58
<b>第 5 章</b>	<b>軌道計算と DSMC 法の連成解析</b>	60
5.1	連成解析の手順 . . . . .	60
5.2	抗力係数の補正 . . . . .	61
5.3	淀み点熱流束の補正 . . . . .	65
<b>第 6 章</b>	<b>結論</b>	73



# 第1章

## 緒論

### 1.1 天然の流れ星と極超音速環境下での空力加熱

天然の流れ星は速いもので 72 km/s の極超音速で移動し [1]，流星体が地球大気に突入する際にプラズマ発光を起こす現象である [2–5]。極超音速で飛行する物体前方には強い衝撃波が形成され，対流加熱により物体は加熱される。さらに，温度が 10,000 K 程度になると，原子内の電子が励起され，脱励起する際に放出される輻射によって物体前方のみならず物体後部も加熱される。また，この輻射によって我々は天然の流れ星をプラズマ発光現象として目している。

流星は自然現象であるため出現時刻・大気突入速度・角度・質量・形状・密度などの不確定要素が多い。また，多くの流星体が大気突入の際に焼失するため，その物性を事後調査することも不可能である場合が多い。そのため，流星の発光の物理現象を正確に解き明かすことは難しいとされている [3]。

さらに，流星現象への理解が十分になされていない理由として，高層大気への観測手法の不足が挙げられる。高層大気観測は現在，全地球に展開しているレーダー・磁気計・光学観測装置・太陽望遠鏡などを用いた高層大気の地上観測ネットワークにおいて行われている。レーダーにより観測した電波と，カナダやアイスランドなどの極地においてオーロラやそれに伴う現象をカメラで捉えた光を組み合わせて高層大気の諸現象を観測することが現在の主な観測手法である。また，人工衛星をはじめとする宇宙物体の軌道運動の変化を観測し，大気状態を推定する方法もある。2000 年に打ち上げられた，高精度の加速度計を搭載した人工衛星 CHAMP [6](図 1.1) は，熱圏大気質量密度の詳細なデータを 10 年に渡って計測した。この観測データは極めて有益なものであり，高精度加速度計を搭載した衛星による観測が有効であることが示された [7]。しかし，これらによる観測が可能なのは，大気球の場合高度 30 km 以下，人工衛星の場合高度 300 km 以上の範囲に限られている。大気球や人工衛星の観測領域に

入らない高度 30 km から 300 km では、観測ロケットによる観測が行われている。観測実験は多岐に渡って行われてきたが、観測ロケットを高頻度に打ち上げることは難しいことから観測は 1–2 年に 1 度の頻度であるうえに、1 回の観測時間は数分から数十分と極めて短いため、継続的かつ中長期的な観測を行うことはできていない。したがって、高層大気については未だ謎が多いままであり、特に中間圏という大気区分に属する高度 80 km から 200 km における観測データは少ない [8]。この領域の大気を観測するためには、宇宙機や隕石、流星などの大気圏突入物体の軌道解析が有効かつほとんどの唯一の手法となる。しかし、地上に到達する宇宙機や隕石の再突入は稀であり、その観測機会は十分ではない。天然の流星や火球の観測はビデオカメラやレーダーを用いて長期に渡り行われているが、これらは発生時刻や場所の正確な予測が困難であるため、これらの観測を通して高精度なデータが求まるることは稀である [9]。

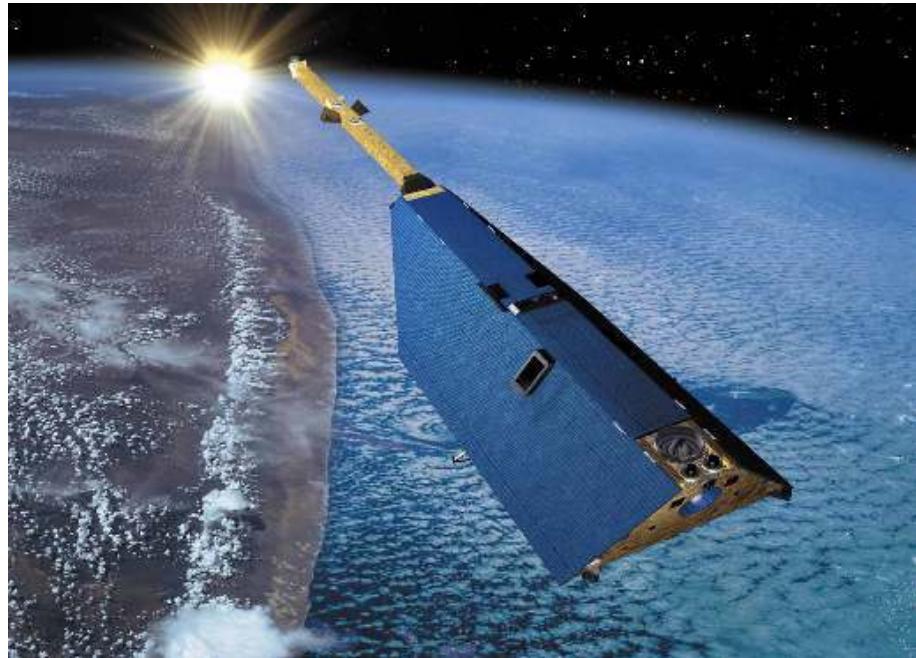


図 1.1 人工衛星 CHAMP [10].

## 1.2 人工流れ星

人工流星とは、観測ロケットや宇宙機から流星のもと（以降、流星源）を任意の軌道に投入し、大気圏に再突入させるなどの方法で人工的に発生させる流星のことである。形状や密度などの条件が既知な流星源を適切な軌道に投入して大気圏へ再突入させれば、流星の発生時刻や場所が予測できるため、高精度の科学観測を実施することが可能である。また、観測ロケットや宇宙機からの放出速度・放出角度を制御することで、

任意の地点で人工流星を発生させることも可能となり、観測場所への制約なく観測を行うことができる。

人工的に流星を発生させる構想は古く、1940年代からあるとされる。世界初の人工流星実験は1946年にFritz ZwickyらによってドイツV2ロケットを用いて実施されているが、ロケットの爆発により失敗に終わった。1957年には同じくV2ロケットを用いて米国空軍がホワイト・サンズで実験を行い、数cmのアルミニウム球が3発埋め込まれた釣鐘型弾薬を高度87kmで爆発させることで15km/s程度まで加速させ、人工流星を発生させることに成功している。その後、1960年代には、NASAのラングレー研究所によって天然流星のパラメータを決定する目的での人工流星実験が複数回行われている。この実験では、観測ロケットで飛行中に数cmほどの金属プロジェクトイルを約12km/sで大気圏突入させ、0等級ほどの人工流星を10個発生させた。この人工流星の発光はスーパーシュミットカメラなど4種類のビデオカメラによって観測され、低速の流星について、流星発光モデルの計算で用いる発光効率が高精度で求まるなどの成果があった。1970年以降は観測ロケットを用いた人工流星実験は行われていないが、さらなる人工流星実験を待ち望む研究者も存在する。

地球に再突入する宇宙機も人工流星と同様に観測に活用されたことがあり、Genesisカプセル、Stardustカプセルのほか、小惑星サンプルリターン探査機「はやぶさ」がその例として挙げられる。はやぶさは2010年に地球に帰還したが、その際にはカプセルのみならず探査機本体も惑星間空間から地球大気圏に約12km/sの速度で再突入し、明るく輝く人工火球となった(図1.2)。その再突入観測では、流星の物理モデルにおける摩耗係数や発光効率が算出されるなどの成果が挙げられ、貴重な観測例となっている。それ以外にも分光観測や、流星が形成する衝撃波とそれが発生させる超低周波音である衝撃波・インフラサウンド観測が行われた。このように、人工流星は不明なパラメータの多い天然流星のデータ較正に役立つほか、大気の密度や組成、上空での空気の流れを知るための発光観測にも貢献することができ、大きな科学的意義がある。

現在、Astro Live Experience社(以降、ALE)[11]は、人工流れ星プロジェクトを取り組んでいる。当該プロジェクトは、直径1cm程度の流星源を人工衛星に複数搭載して進行方向後ろ向きに放出し、大気圏に再突入させることで流星現象を人工的に模擬する試みである。人工衛星を用いた人工流星は観測ロケットを用いた人工流星と比べてコストを抑えることができ、一度打ち上げを行った後は搭載した流星源が尽きるまでミッションを継続することができる。ALE人工流星は、天然流星よりも明るく大気の電離も顕著であるため、有効な観測手法になる。また、人工流星は発光時間・場所を事前に認知でき、天然流星では高度的に観測が困難であった中間圏周辺を観測できるようになることが期待される[12]。

ALE 人工流星は素材や成分組成等の物性が既知であり、その発光を観測し天然流星の発光現象と比較することで、天然流星の光度曲線や成分組成、熱による変化から流星体の分裂と行った諸現象の理解につながると考えられる [13].

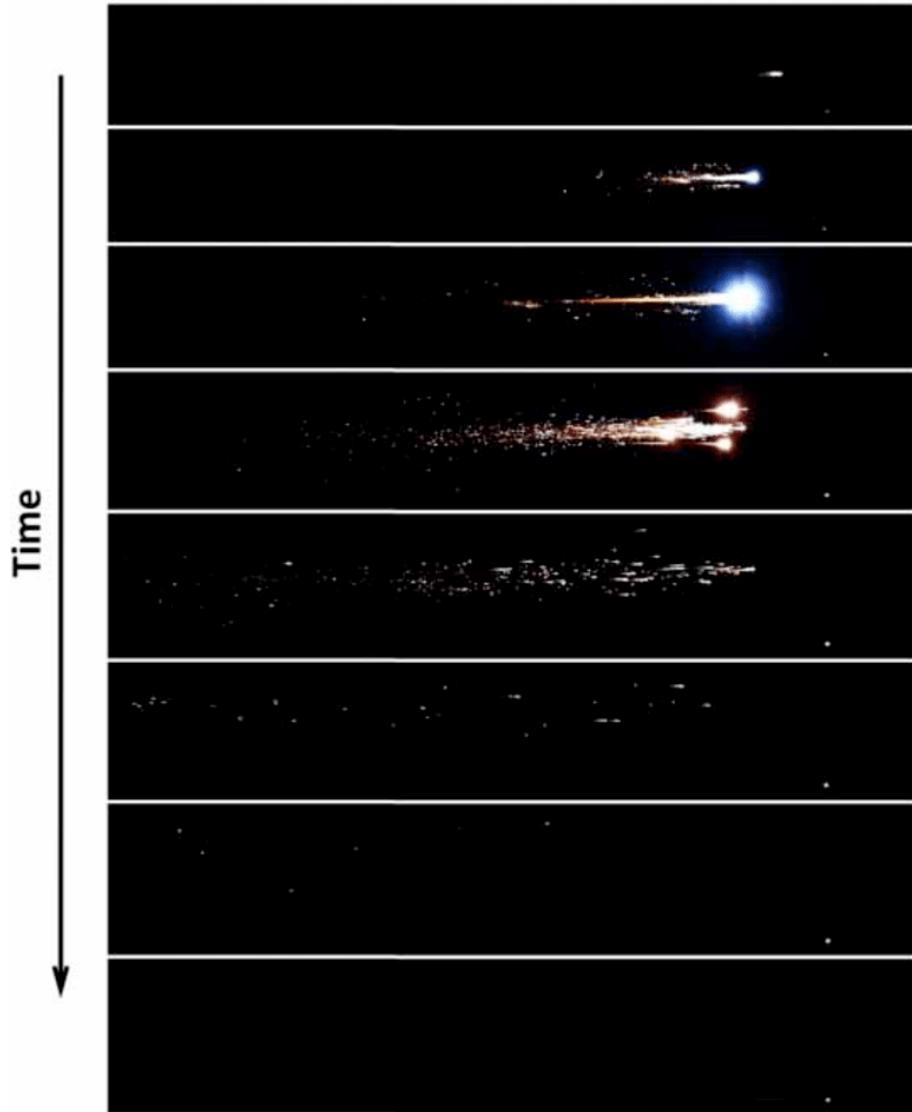


図 1.2 「はやぶさ」カプセル帰還時の発光の様子 [14].

### 1.3 人工流れ星周りの流体場解析手法

人工流れ星は人工衛星が移動する高度から放出され、再突入の過程で焼失する。放出から焼失の間に流星源は高度を落とし、大気密度は上がっていく。従って、流星源周りの流体場は自由分子流から希薄流、そして連続流になっていくことが予想される。

連続流の解析には Navier–Stokes 方程式を数値的に解く手法(以降, Navier–Stokes 解析)が一般に用いられる。Navier–Stokes 解析では気体分子の粒子群を連続体としてみなしているため、粒子の性質を表現することが難しい。粒子が他の粒子と衝突してから、再度他の粒子と衝突するまでの距離の平均値を平均自由行程といい、この平均自由行程が代表長さに対して無視できないほど大きい流れを希薄流体と呼ぶ。希薄流体では連続体近似が破綻するため、Navier–Stokes 解析を行うことが困難になる。この希薄流体に対する解析手法として Direct Simulation Monte Carlo 法 [15](以降, DSMC 法)がある。DSMC 法は粒子の運動を追跡する直接的な手法であるため、粒子数に比例して計算コストが高くなる。従って、DSMC 法は自由分子流に近いほど計算コストが下がり、連続流に近いほど計算コストが上がる。

## 1.4 本研究の目的

流星周りの流れ場解析はすでに行われているものの [16]、ALE 人工流れ星は観測との比較を行うことができるという利点がある。従って本研究では、ALE 人工流れ星を研究対象として、

- 極超音速希薄流体場の特性理解
- 流星の発光メカニズムの解明

を目的として、流体場の数値解析を行う。

ALE 人工流星の流体解析は Watanabe らにより行われているが [17]、アブレーションによる流星源直径の減少が考慮されていない。そこで本研究ではまず、流体解析の条件決定のために軌道計算を行う。すでに木村 [9] により軌道計算が行われているが、正確な定量的議論が行えないことや、流体解析と軌道計算の連成計算も見据えて、独自に軌道計算シミュレータを構築し、その結果を流体解析の条件として用いる。次に Navier–Stokes 解析および DSMC 法を用いて流体場解析を行い、目的達成を試みる。

## 1.5 本論文の構成

第 1 章では研究背景・先行研究・研究目的について述べた。第 2 章では軌道計算・Navier–Stokes 解析・DSMC 法における支配方程式や物理モデルなどの解析手法を述べる。第 3 章では軌道計算の条件および結果を示し、先行研究との比較を行う。第 4 章では希薄流が予想される流星源周りにおいて Navier–Stokes 解析と DSMC 法の使い分けが必要となるかの調査を目的として、軌道計算で得られた Knudsen 数分布にお

いて最小値をとる高度における流体場解析を行う。第 5 章では軌道計算と DSMC 法を連成させた解析を行い、DSMC 法による補正を加えた高精度な軌道計算を達成する。第 6 章では本研究の結論を述べる。

## 第 2 章

# 数値計算法

本章では、軌道計算・Navier–Stokes 解析・DSMC 法における数値計算法について述べる。

### 2.1 軌道計算の数値計算法

#### 2.1.1 支配方程式

軌道上を周回する人工衛星から進行方向後ろ向きに放出された流星源は、放出された地点を遠地点とした橢円軌道に投入される。放出された流星源の運動方程式は、流星源の位置  $\mathbf{r}$ 、速度  $\mathbf{v}$ 、質量  $m$  を用いて以下のように記述される。

$$m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\nabla U(\mathbf{r}) - \frac{1}{2} C_d S \rho v^2 \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}. \quad (2.1)$$

ここで、 $C_d$  は抗力係数、 $S$  は前面投影面積、 $\rho$  は大気密度であり、 $U(\mathbf{r})$  は地球の重力ポテンシャルである。

流星源は大気圏突入時に空力加熱を受け、アブレーションを起こす。アブレーションによる質量減少は以下のように表される。

$$L^* \frac{dm}{dt} = -\frac{1}{2} C_h S \rho v^3. \quad (2.2)$$

ただし、 $C_h$  は単位時間当たりに流星源に供給されるエネルギーのうち、アブレーションに必要となるエネルギーの割合で、熱伝達係数と呼ばれる。 $L^*$  は流星源が融解、気化及び破碎を含むアブレーションを起こすために単位質量当たりに必要になるエネルギーである。

さらに、質量の減少に伴って体積および投影面積も変化する。前面投影面積と質量

は形状変化係数  $\nu$  を用いて、次式に従う。

$$\frac{S}{S_e} = \left( \frac{m}{m_e} \right)^\nu. \quad (2.3)$$

ここで、 $S_e$  と  $m_e$  はそれぞれ人工衛星から放出された直後の前面投影面積と質量である。

本研究では、アブレーションによる質量減少過程において形状は変化せず、球形を保ったままであると仮定した。加えて流星源は質量密度が一様であると仮定すれば形状変化係数は以下のようになる。

$$\nu = \frac{2}{3}. \quad (2.4)$$

これは、球の質量は半径の 3 乗に比例し、前面投影面積は半径の 2 乗に比例するためである。

流星の発光強度は運動エネルギー  $E$  を用いて以下のように表される [18]。

$$I = -\tau \frac{dE}{dt} = -\tau \left( \frac{\nu^2}{2} \frac{dm}{dt} + mv \frac{dv}{dt} \right). \quad (2.5)$$

ここで  $\tau$  は発光効率と呼ばれるパラメータで、運動エネルギーがどれだけ発光に寄与するかを示す。発光効率の正確な見積もりは未だ研究途上であるため、本シミュレータでは便宜的に  $\tau = 0.01$  とした。また、流星の発光効率に関する理論的な知見は研究段階であり [19–21]、発光効率の見積もりには、空力計算とアブレーション計算の連成解析が必要になる。

### 2.1.2 熱流束モデル

流星源は極超音速で大気圏に突入するため、強い衝撃波が前方に形成され、空力加熱を受ける。この空力加熱は、流動によって行われる対流加熱と、高温により励起された原子が脱励起する際に放出する電磁波によって加熱される輻射加熱に分けられる。流星源は天然のものよりも低速で運動するため、本研究では対流加熱のみを考慮した。対流加熱による加熱率のモデルには、次式に示す Detra–Kemp–Riddle [22] の推算式 (DKR モデル、冷壁条件) を用いた。

$$q = \frac{110.35}{\sqrt{r}} \left( \frac{\nu}{\nu_{\text{ref}}} \right)^{-3.15} \left( \frac{\rho}{\rho_{\text{ref}}} \right)^{0.5}. \quad (2.6)$$

ここで、 $r$  は球半径で、 $\nu_{\text{ref}} = 7,925 \text{ m/s}$ 、 $\rho_{\text{ref}} = 1.225 \text{ kg/m}^3$  である。この式は軌道から決まる速度と大気密度を用いて対流加熱を見積もることが可能なため、再突入設計においてよく用いられる [23]。

### 2.1.3 抗力係数モデル

次に抗力係数について述べる。宇宙空間で周回する人工衛星に限っては、抗力係数は経験的に 2 前後であることが分かっているが、再突入物体に対しては抗力係数は定数ではなく軌道上で大きく変動することが分かっている。特に自由分子流から連続流へと遷移する領域は空気力学的にも熱力学的にもさまざまな変化が起こる領域であり、そこでの抗力係数の挙動の詳細は明らかでない。

Henderson によると、Mach 数が 1.75 以上の超音速領域における抗力係数  $C_d$  は以下に示すように Mach 数  $M$ , Reynolds 数  $Re$  の関数として求められる [24]。

$$C_d = \frac{0.9 + \frac{0.34}{M^2} + 1.86\sqrt{\frac{M}{Re}} \left[ 2 + \frac{2}{Sa^2} + \frac{1.058}{Sa} \sqrt{\frac{T_w}{T}} - \frac{2}{Sa^4} \right]}{1 + 1.86\sqrt{\frac{M}{Re}}}, \quad (2.7)$$

$$Sa = M \sqrt{\frac{\gamma}{2}}. \quad (2.8)$$

ここで  $\gamma$  は空気の比熱比であり、 $T_w$  は流星源の表面温度、 $T$  は大気温度である。

### 2.1.4 热伝達係数モデル

热伝達係数は流星源の質量減少に関するパラメータの一つであるが、その詳細な知見は未だ得られていない。Page ら [25] や Baldwin ら [26] が導出した 0.1 という値はひとつの指標となっており、Johnston らが数値流体計算により流星再突入を模擬した際も、熱伝達係数の比較対象として 0.1 を選んでいる [27]。

Prevtereaud によると、熱伝達係数  $C_h$  は次式のように、Mach 数  $M$  の関数として表される [28]。

$$C_h = \frac{2q}{\rho v^3} \frac{I_1}{I_2}, \quad (2.9)$$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \left( \sin^2 \theta + \frac{\cos^2 \theta}{1 + \zeta M^2} \right) \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \cos \theta \sin \theta \right\} d\theta, \quad (2.10)$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \left( \sin^2 \theta + \frac{\cos^2 \theta}{1 + \zeta M^2} \right) \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \cos^2 \theta \right\} d\theta. \quad (2.11)$$

ここで、 $q$  は流星源が受ける熱流束であり、先に示した DKR モデルでの見積もりを使用する。

## 2.1.5 大気モデル

本軌道計算シミュレータにおいて、大気密度及び大気温度はそれぞれ抗力・熱伝達係数の見積もりに必要となる。本研究では大気モデルとして米国海軍研究所 (U.S. Naval Research Laboratory: NRL) が公開している経験モデル NRLMSISE-00 を使用する。本モデルにおける入力パラメータとしては時刻・座標に加えて、太陽活動指数と磁気指数が挙げられる。

太陽は約 11 年周期で活発期と静穏期を繰り返している。太陽活動の指標として黒点の数が広く用いられている。黒点数も約 11 年周期で変動しており、黒点数が多い時期には太陽活動は活発となり太陽フレアも起きやすくなる。また、古くから F10.7 と呼ばれる値も太陽活動の指標として利用されている。この F10.7 は太陽から定常に放射されている波長 10.7 cm (2.8 GHz) の電磁場強度で Solar Flux Unit ( $10^{22} \text{ W/m}^2\text{Hz}$ ) という単位で表され、この値は黒点数と非常に良い相関があることが知られている。

また、地磁気の強度は常に変化しており、太陽活動と同じく 11 年周期で変動を繰り返しているほか、27 日周期、1 日周期といった短い期間でも変動している。さらに、数日間に渡って非常に地磁気が乱れる地磁気擾乱が起こることもあり、こうした複雑な地磁気活動度を準対数的に表現しようとする Kp 指数がある。Kp 指数は 1949 年頃 Bartles によって考案された指数で、現在はドイツの Geo Forschungs Zentrum [29] によって算出されている。この指数はサブオーロラ帯に位置する 13 ヶ所の観測所で観測された地磁気データから 3 時間ごとに算出され、各観測所における地磁気擾乱の振幅を対数的に表現した後、それらの平均値を 28 段階に表したものである。地磁気擾乱の程度を表す指標として広く用いられているほか、地磁気静穏日・擾乱日の決定にも使用される。Kp 指数は地磁気擾乱の振幅に対して対数的に応答するが、これを線形で表したのが ap 指数である。1 日分の 8 個の ap 指数の平均値が Ap 指数と呼ばれる日単位の指数である [29]。

海洋と大気に関する調査および研究を行っているアメリカ海洋大気庁 (National Oceanic and Atmospheric Administration: NOAA) の宇宙天気予報センター (Space Weather Prediction Center: SWPC [30]) は F10.7, Ap 指数の変動について 2000 年から 2018 年までの記録に 2019 年の予測を加えた 10 年分のデータを公開しており、太陽活動及び地磁気活動の約 1 周期分を確認できる。また、太陽活動が極大期を迎えた約 2 年後に地磁気の擾乱が起きることが読み取れ、これは藤田 [31] によって指摘されている。

太陽活動が活発であるほど、また地磁気擾乱時ほど、大気密度と大気温度は高くなる。反対に、太陽活動や地磁気が静穏であるほど、大気密度と大気温度は低くなる。

木村 [9] は、太陽活動極大期および地磁気擾乱時の条件として  $F10.7 = 240$ , Ap 指数を 40, 太陽活動極小期および地磁気静穏時の条件として  $F10.7 = 60$ , Ap 指数を 1 と仮定して比較を行った。結果として高高度において特に大気温度が顕著な違いを示した一方で、流星源速度や質量減少率、流星源が受ける加熱率にはほとんど影響を及ぼさなかった。

従って本研究では、条件として太陽活動極大期および地磁気擾乱時の条件である  $F10.7 = 240$ , Ap 指数を 40 とする。

### 2.1.6 離散化手法

支配方程式である微分方程式の解析手法としては 4 段 4 次の陽的 Runge–Kutta 法を用いた。解きたい微分方程式が  $\frac{dy}{dt} = f(t, y)$  である時、Runge–Kutta 法は次式で表される。

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^s b_i k_i, \quad (2.12)$$

$$k_i = f \left( t_n + hc_i, y_n + h \sum_{j=1}^s a_{ij} k_j \right), \quad i = 1, \dots, s. \quad (2.13)$$

ここで  $n$  は時間ステップ、 $h$  は時間刻み幅、 $s$  は段数である。また、 $a_{ij}$  は係数、 $b_i$  は重み、 $c_i$  は節点であり、本研究で用いた 4 段 4 次の陽的 Runge–Kutta 法においてはそれぞれ次のブッチャ配列で与えられる。

$$\begin{array}{c|ccccc} c_1 & a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1s} & 0 & 0 \\ c_2 & a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2s} & 1/2 & 1/2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ c_s & a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{ss} & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline & b_1 & b_2 & \cdots & b_s & & 1/6 & 1/3 & 1/3 & 1/6 \end{array} \quad (2.14)$$

ただし、上三角行列は全て 0 になるので省略した。また、Runge–Kutta 法においての時間刻み幅は木村 [9] により  $1 \times 10^{-2}$  s で収束することが確かめられており、本研究においても  $1 \times 10^{-2}$  s を用いる。

## 2.2 Navier–Stokes 解析の数値計算法

### 2.2.1 支配方程式

流体を連続体とみなした際の支配方程式は、以下に示す 2 次元軸対称圧縮性 Navier–Stokes 方程式である。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\mathbf{F} - \mathbf{F}_{\text{vis}})}{\partial x} + \frac{\partial(\mathbf{G} - \mathbf{G}_{\text{vis}})}{\partial y} + \frac{1}{y}(\mathbf{H} - \mathbf{H}_{\text{vis}}) = \mathbf{W}. \quad (2.15)$$

ここで、 $\mathbf{Q}$  は保存量ベクトル、 $\mathbf{F}, \mathbf{G}$  は対流流束ベクトル、 $\mathbf{F}_{\text{vis}}, \mathbf{G}_{\text{vis}}$  は粘性流束ベクトル、 $\mathbf{H}, \mathbf{H}_{\text{vis}}$  はそれぞれ三次元圧縮性 Navier–Stokes 方程式を軸対称表記した際に対流流束と粘性流束から現れる項、 $\mathbf{W}$  は生成項であり、以下のように与えられる。

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \\ \rho_s \\ E_v + E_{el} \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u v \\ (E + p)u \\ \rho_s u \\ (E_v + E_{el})u \end{pmatrix}, \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)v \\ \rho_s v \\ (E_v + E_{el})v \end{pmatrix}, \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 \\ (E + p)v \\ \rho_s v \\ (E_v + E_{el})v \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{F}_{\text{vis}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_{tx} - q_{vx} - \sum_s \rho_s u_s h_s \\ -\rho_s u_s \\ -q_{vx} - \sum_s \rho_s u_s (e_{vs} + e_{els}) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} - q_{ty} - q_{vy} - \sum_s \rho_s v_s h_s \\ -\rho_s v_s \\ -q_{vy} - \sum_s \rho_s v_s (e_{vs} + e_{els}) \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

$$\mathbf{H}_{\text{vis}} = \begin{pmatrix} -\rho_s v_s \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} - \tau_{\theta\theta} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} - q_{ty} - q_{vy} - \sum_s \rho_s v_s h_s \\ -\rho_s v_s \\ -q_{vy} - \sum_s \rho_s v_s (e_{vs} + e_{els}) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{W}_s \\ \dot{W}_v \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

ここで,  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] は密度,  $u, v$  [m/s] はそれぞれ  $x, y$  方向の速度成分,  $E$  [J/m<sup>3</sup>] は単位体積あたりの全エネルギー,  $\rho_s$  [kg/m<sup>3</sup>] は化学種  $s$  の密度,  $E_v$  [J/m<sup>3</sup>] は単位体積あたりの振動エネルギー,  $E_{el}$  [J/m<sup>3</sup>] は単位体積あたりの電子エネルギーを表し,  $p$  [Pa] は圧力,  $\tau$  [N/m<sup>2</sup>] は粘性応力,  $u_s, v_s$  [m/s] はそれぞれ化学種  $s$  の拡散速度の  $x, y$  方向成分,  $q_t$  は並進・回転熱流束,  $q_v$  は振動・電子励起熱流束,  $h_s$  は化学種  $s$  の単位質量あたりのエンタルピー,  $e_{vs}$  は化学種  $s$  の振動エネルギー,  $e_{els}$  は化学種  $s$  の電子励起エネルギー,  $W_s$  は化学種  $s$  の生成量,  $W_v$  は振動・電子励起エネルギーの生成量を表す. 粘性応力  $\tau$  は, Stokes の定理を用いて以下のように与えられる.

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}\mu \left( 2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v}{y} \right), \quad (2.20)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( 2\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (2.21)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}\mu \left( 2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - 2\frac{v}{y} \right), \quad (2.22)$$

$$\tau_{\theta\theta} = \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} + 2\frac{v}{y} \right). \quad (2.23)$$

ここで,  $\mu$  は粘性係数を表す. 並進・回転熱流束  $q_t$ , 振動・電子励起熱流束  $q_v$  は Fourier の法則より以下のように与えられる.

$$q_{tx} = -\kappa_{tx} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (2.24)$$

$$q_{ty} = -\kappa_{ty} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (2.25)$$

$$q_{vx} = -\kappa_{vx} \frac{\partial T_v}{\partial x}, \quad (2.26)$$

$$q_{vy} = -\kappa_{vy} \frac{\partial T_v}{\partial y}. \quad (2.27)$$

ここで,  $T$  は並進・回転温度,  $T_v$  は振動・電子励起温度,  $\kappa_t$  は並進・回転温度に対する熱伝導係数,  $\kappa_v$  は振動・電子励起温度に対する熱伝導係数を表す. 化学種の拡散速度  $u_s$ ,  $v_s$  は Fick の法則より以下のように与えられる.

$$\rho_s u_s = -\rho D_s \frac{\partial c_s}{\partial x}, \quad (2.28)$$

$$\rho_s v_s = -\rho D_s \frac{\partial c_s}{\partial y}. \quad (2.29)$$

ここで,  $D_s$  は化学種  $s$  の拡散係数を表す.

本計算では, O, N, NO, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> の 5 化学種の内, O, N, NO の 3 化学種についての質量保存の式を解く. O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> の密度は, 以下の元素組成一定の仮定を用いて得られる.

$$\rho_{O_2} = M_{O_2}(\alpha_1\rho + \alpha_2\rho_O + \alpha_3\rho_{NO}), \quad (2.30)$$

$$\rho_{N_2} = M_{N_2}(\alpha_4\rho + \alpha_5\rho_N + \alpha_6\rho_{NO}). \quad (2.31)$$

ここで,  $M_s$  は化学種  $s$  の分子量を表し, パラメーター  $\alpha_i$  は以下のように与えられる.

$$\alpha_1 = \frac{1}{M_{O_2} + \frac{M_{N_2}}{fr}}, \quad (2.32)$$

$$\alpha_2 = -\alpha_1 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{M_{N_2}}{M_O} \right), \quad (2.33)$$

$$\alpha_3 = -\alpha_1 \left( 1 + \frac{1}{2fr} \left( \frac{1}{fr} - 1 \right) \frac{M_{N_2}}{M_{NO}} \right), \quad (2.34)$$

$$\alpha_4 = \frac{1}{M_{N_2} + M_{O_2}fr}, \quad (2.35)$$

$$\alpha_5 = -\alpha_4 \left( 1 + \frac{fr}{2} \frac{M_{O_2}}{M_N} \right), \quad (2.36)$$

$$\alpha_6 = -\alpha_4 \left( 1 - \frac{1 - fr}{2} \frac{M_{O_2}}{M_{NO}} \right), \quad (2.37)$$

$$fr = \frac{N_O + 2N_{O_2} + N_{NO}}{N_{N_2} + 2N_{N_2} + N_{NO}}. \quad (2.38)$$

ここで,  $N_s$  は化学種  $s$  のモル濃度であり, 以下のように与えられる.

$$N_s = \frac{\rho_s}{M_s}. \quad (2.39)$$

## 2.2.2 輸送係数モデル

空気を構成する化学種の粘性係数は, Blottner のモデル [32] により次のように与えられる.

$$\mu_s = 0.1 \exp [(A_s \ln T + B_s) \ln T + C_s]. \quad (2.40)$$

ここで, 定数  $A_s, B_s, C_s$  は表 2.1 に示す. それぞれの化学種における並進・回転温度と振動・電子励起温度の熱伝導係数  $\kappa_{ts}, \kappa_{vs}$  は Euken [33] の関係式より以下のように求める.

$$\kappa_{ts} = \mu_s \left( \frac{5}{2} c_{vtrs} + c_{vrots} \right), \quad (2.41)$$

$$\kappa_{vs} = \mu_s c_{vvibs}. \quad (2.42)$$

ここで, 化学種  $s$  の並進定積比熱  $c_{vtrs}$ , 回転定積比熱  $c_{vrots}$ , 振動定積比熱  $c_{vvibs}$  は以下のように与えられる.

$$c_{vtrs} = \frac{R}{M_s}, \quad (2.43)$$

$$c_{vrots} = \begin{cases} \frac{R}{M_s} & \text{for NO, O}_2, \text{N}_2 \\ 0 & \text{for O, N} \end{cases}, \quad (2.44)$$

$$c_{vvibs} = \begin{cases} \frac{R}{M_s} & \text{for NO, O}_2, \text{N}_2 \\ 0 & \text{for O, N} \end{cases}. \quad (2.45)$$

ここで,  $R$  は一般気体定数 ( $= 8.31447$ ) である. 多成分気体の粘性係数  $\mu$  および各熱伝導係数  $\kappa_{ts}, \kappa_{vs}$  は Wilke の近似混合則 [34] より以下のように求める.

$$\mu = \sum_s \frac{X_s \mu_s}{\phi_s}, \quad (2.46)$$

$$\kappa_{ts} = \sum_s \frac{X_s \kappa_{ts}}{\phi_s}, \quad (2.47)$$

$$\kappa_{vs} = \sum_s \frac{X_s \kappa_{vs}}{\phi_s}. \quad (2.48)$$

ここで,  $X_s$  はモル分率,  $\phi_s$  は補助関数であり, 以下のように定義される.

$$X_s = \frac{\frac{\rho_s}{M_s}}{\sum_r \frac{\rho_r}{M_r}}, \quad (2.49)$$

$$\phi_s = \sum_r X_r \left[ 1 + \sqrt{\frac{\mu_s}{\mu_r}} \left( \frac{M_r}{M_s} \right)^{\frac{1}{4}} \right]^2 \left[ \sqrt{8 \left( 1 + \frac{M_s}{M_r} \right)} \right]^{-1}. \quad (2.50)$$

また, 化学種  $s$  の拡散係数  $D_s$  はシュミット数一定 ( $S_c = 0.5$ ) を仮定し, 次式のように与えられる.

$$D_s = \frac{\mu}{S_c \rho}. \quad (2.51)$$

表 2.1 Blottner の粘性係数モデル [32]

化学種	$A_s$	$B_s$	$C_s$
O	0.0203144	0.4294404	-11.6031403
N	0.0115572	0.6031079	-12.4327495
NO	0.0436378	-0.0335511	-9.5676430
$O_2$	0.0449290	-0.0826158	-9.2019475
$N_2$	0.0268142	0.3177838	-11.3155513

### 2.2.3 熱化学モデル

極超音速流れ場中の物体前方に強い衝撃波が形成され、衝撃層内部では熱的・化学的に平衡状態に至らない場合が多いため、非平衡性を考慮する必要がある。本研究では熱化学非平衡モデルとして、並進温度と回転温度が平衡、振動温度と電子励起温度が平衡であることを仮定した Park の 2 温度モデル [35] を用いる。

#### 状態方程式

並進・回転温度  $T$  は以下の式より求められる。

$$E = \sum_s \rho_s c_{vs} T + E_v + E_{el} + \sum_s \rho_s h_s^0 + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2). \quad (2.52)$$

ここで、 $h_s^0$  は化学種  $s$  の生成エンタルピーであり、表 2.2 で与えられる。 $c_{vs}$  は並進・回転定積比熱であり、並進定積比熱  $c_{vtrs}$  と回転定積比熱  $c_{vrots}$  を用いて、以下のように与えられる。

$$c_{vs} = c_{vtrs} + c_{vrots}. \quad (2.53)$$

ここで、調和振動子かつ Boltzman 平衡分布を仮定すると、単位体積あたりの振動エネルギー  $E_v$  と二原子分子の振動エネルギー  $e_{vs}$  は以下のように与えられる。

$$E_v = \sum_s \rho_s e_{vs}, \quad (2.54)$$

$$e_{vs} = \frac{R}{M_s} \frac{\theta_{vs}}{\exp\left(\frac{\theta_{vs}}{T_v}\right) - 1}. \quad (2.55)$$

ここで、 $\theta_{vs}$  は化学種  $s$  の振動の特性温度であり、表 2.3 に示す。また、第一電子励起準位までを考慮すると、単位体積あたりの電子励起エネルギー  $E_{el}$  と化学種  $s$  の電子励起

エネルギー  $e_{els}$  は以下のように与えられる.

$$E_{el} = \sum_s \rho_s e_{els}, \quad (2.56)$$

$$e_{els} = \frac{R}{M_s} \frac{g_{1s} \theta_{els} \exp\left(\frac{-\theta_{els}}{T_v}\right)}{g_{0s} + g_{1s} \exp\left(\frac{-\theta_{els}}{T_v}\right)} \quad (s = O, N, O_2). \quad (2.57)$$

ただし, 励起状態  $k$  の縮退度  $g_{ks}$  と電子励起特性温度  $\theta_{els}$  は表 2.4 に示す. 振動・電子励起温度  $T_v$  は保存量  $E_v + E_{el}$  に対する関数  $f$  として以下のように書くことができ, Newton-Raphson 反復法により数値的に求める.

$$E_v + E_{el} = f(\rho_s, T_v). \quad (2.58)$$

圧力  $p$  は状態方程式から次のように与えられる.

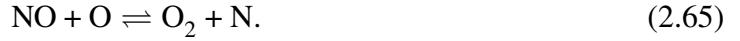
$$p = \sum_s \rho_s \frac{R}{M_s} T. \quad (2.59)$$

また, 各化学種  $s$  の単位質量あたりのエンタルピーは以下のように定義する.

$$h_s = c_{vs} T + \frac{R}{M_s} T + e_{vs} + e_{els} + h_s^0. \quad (2.60)$$

## 化学反応

本計算では, 5 化学種に対する 17 反応を考慮する.



ここで,  $M$  は各化学種 ( $O, N, NO, O_2, N_2$ ) を表す.  $i$  反応ごとの正味の生成質量  $R_i$  は以下のように与えられる.

$$R_1 = \sum_s \left[ k_{f1,s} \frac{\rho_{O_2}}{M_{O_2}} \frac{\rho_s}{M_s} - k_{b1,s} \left( \frac{\rho_O}{M_O} \right)^2 \frac{\rho_s}{M_s} \right], \quad (2.66)$$

$$R_2 = \sum_s \left[ k_{f2,s} \frac{\rho_{N_2}}{M_{N_2}} \frac{\rho_s}{M_s} - k_{b2,s} \left( \frac{\rho_N}{M_N} \right)^2 \frac{\rho_s}{M_s} \right], \quad (2.67)$$

$$R_3 = \sum_s \left[ k_{f3,s} \frac{\rho_{NO}}{M_{NO}} \frac{\rho_s}{M_s} - k_{b3,s} \frac{\rho_N}{M_N} \frac{\rho_O}{M_O} \frac{\rho_s}{M_s} \right], \quad (2.68)$$

$$R_4 = k_{f4} \frac{\rho_{N_2}}{M_{N_2}} \frac{\rho_O}{M_O} - k_{b4} \frac{\rho_{NO}}{M_{NO}} \frac{\rho_N}{M_N}, \quad (2.69)$$

$$R_5 = k_{f5} \frac{\rho_{NO}}{M_{NO}} \frac{\rho_O}{M_O} - k_{b5} \frac{\rho_{O_2}}{M_{O_2}} \frac{\rho_N}{M_N}. \quad (2.70)$$

化学種  $s$  に対する化学反応による生成量  $\dot{W}_s$  は以下のようになる.

$$\dot{W}_O = M_O(2R_1 + R_3 - R_4 - R_5), \quad (2.71)$$

$$\dot{W}_N = M_N(2R_1 + R_3 - R_4 - R_5), \quad (2.72)$$

$$\dot{W}_{NO} = M_N(-R_3 + R_4 - R_5), \quad (2.73)$$

$$\dot{W}_{O_2} = M_{O_2}(-R_1 + R_5), \quad (2.74)$$

$$\dot{W}_{N_2} = M_{N_2}(-R_2 + R_4). \quad (2.75)$$

順反応速度係数  $k_{fi}$  および逆反応速度  $k_{bi}$  は Park の 2 温度モデル [35] より, 以下の式から求める.

$$k_{fi} = C_{fi} T_a^{\eta_i} \exp\left(\frac{-\theta_i}{T_a}\right), \quad (2.76)$$

$$k_{bi} = \frac{k_{fi}}{K_{eqi}}. \quad (2.77)$$

Arrhenius パラメーター  $C_{fi}, \eta_i, \theta_i$  を表 2.5 に示す. 平衡係数  $K_{eq}$  は以下の曲線適合近似式により与えられる.

$$K_{eq} = \exp\left(A_1 Z + A_2 + A_3 \ln \frac{1}{Z} + A_4 \frac{1}{Z} + A_5 \frac{1}{Z^2}\right), \quad (2.78)$$

$$\text{where } Z = \frac{T_a}{10000}. \quad (2.79)$$

係数  $A_i$  の値を表 2.6 に示す. ここで,  $T_a$  は反応制御温度であり, 以下のように定義する.

$$T_a \equiv \sqrt{TT_v}. \quad (2.80)$$

表 2.2 生成エンタルピー

化学種	$h_s^0$ [J/kg]
O	15.588
N	33.755
NO	3.0077
$O_2$	0
$N_2$	0

表 2.3 振動特性温度

化学種	$\theta_{vs}$ [K]
NO	2712
O <sub>2</sub>	2260
N <sub>2</sub>	3390

表 2.4 縮退度および電子励起特性温度

化学種	$\theta_{els}$ [K]	$g_{0s}$	$g_{1s}$
O	22713	9	5
N	26498.5	4	10
O <sub>2</sub>	11356.5	3	2

表 2.5 順反応速度係数に関する定数

反応	M	$C_{fi}$ [m <sup>3</sup> /(mol · s)]	$\eta_i$	$\theta_i$ [K]
$O_2 + M \rightleftharpoons O + O + M$	O, N	$1.0 \times 10^{16}$	-1.5	59500
	NO, O <sub>2</sub> , N <sub>2</sub>	$2.0 \times 10^{15}$	-1.5	59500
$N_2 + M \rightleftharpoons N + N + M$	O, N	$3.0 \times 10^{16}$	-1.6	113200
	NO, O <sub>2</sub> , N <sub>2</sub>	$7.0 \times 10^{15}$	-1.6	113200
$NO + M \rightleftharpoons N + O + M$	O, N, NO	$1.1 \times 10^{11}$	0.0	75500
	O <sub>2</sub> , N <sub>2</sub>	$5.0 \times 10^9$	0.0	75500
$N_2 + O \rightleftharpoons NO + N$	-	$6.4 \times 10^{11}$	-1.0	38400
$NO + O \rightleftharpoons O_2 + N$	-	$8.4 \times 10^6$	0.0	19450

表 2.6 平衡定数に関する係数

反応	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
$O_2 + M \rightleftharpoons O + O + M$	0.553880	16.275511	1.776300	-6.57200	0.031445
$N_2 + M \rightleftharpoons N + N + M$	1.535100	15.42160	1.29930	-11.4940	-0.006980
$NO + M \rightleftharpoons N + O + M$	0.558890	14.53108	0.553960	-7.53040	-0.014089
$N_2 + O \rightleftharpoons NO + N$	0.976460	0.890430	0.745720	-3.96420	-0.007123
$NO + O \rightleftharpoons O_2 + N$	0.004815	-1.744300	-1.22270	-0.95824	-0.045545

## エネルギー交換

式 (2.19) で示した振動・電子励起エネルギーの生成項は以下の式で与えられる.

$$\dot{W}_v = Q_{T-V} + Q_{D-V} + Q_{E-Ex}. \quad (2.81)$$

ここで,  $Q_{T-V}$  は並進・回転-振動エネルギーの緩和項,  $Q_{D-V}$  は解離反応による振動エネルギーの生成項,  $Q_{E-Ex}$  は化学反応による電子励起エネルギーの生成項を表す.  $Q_{T-V}$  は Park が修正した Landau-Teller 緩和方程式 [36] を用いて以下のように与えられる.

$$Q_{T-V} = \sum_s Q_{T-V_s}, \quad (2.82)$$

$$Q_{T-V_s} = \rho_s \frac{e_{vs}^*(T) - e_{vs}}{\tau_{sLT} + \tau_{cs}} \left| \frac{T_{\text{shock}} - T_v}{T_{\text{shock}} - T_{\text{vshock}}} \right|^{S-1}. \quad (2.83)$$

ここで,

$$S = 3.5 \exp \left( -\frac{5000}{T_{\text{shock}}} \right). \quad (2.84)$$

また,  $e_{vs}^*(T)$  は並進・回転温度  $T$  における振動エネルギー,  $T_{\text{shock}}$ ,  $T_{\text{vshock}}$  は衝撃波背後の代表温度であり, 各方位角におけるセル番号  $j$  を用いて以下のように定義する.

$$T_{\text{shock}} = \max (3991.2, T(j)). \quad (2.85)$$

$\tau_{sLT}$  は Landau-Teller 緩和時間を表し, Millikan-White のモデル [37] を用い, 以下のように与えられる.

$$\tau_{sLT} = \frac{\sum_s X_r}{\sum_r \frac{X_r}{\tau_{srLT}}}, \quad (2.86)$$

$$\tau_{srLT} = \frac{1}{p} \exp \left( A_{sr} T^{-1/3} - B_{sr} \right) p \text{ in atm.} \quad (2.87)$$

ここで、係数  $A_{sr}, B_{sr}$  を表 2.7 に示す。また、Park の衝突制限緩和時間  $\tau_{cs}$  は以下のように与えられる。

$$\tau_{cs} = \frac{1}{\bar{c}_s \sigma_{sr} N_s N_A}. \quad (2.88)$$

ここで、 $N_A$  はアボガドロ数 ( $= 6.02214 \times 10^{23}$ ) であり、化学種  $s$  の熱速度  $\bar{c}_s$ 、制限衝突面積  $\sigma_{sr}$  は以下のように与える。

$$\bar{c}_s = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_s}}, \quad (2.89)$$

$$\sigma_{sr} = 10^{-21} \left( \frac{50000}{T} \right)^2. \quad (2.90)$$

$Q_{D-V}$  は解離反応による振動エネルギーの増減を表し、以下のように与えられる。

$$Q_{D-V} = \sum_s \hat{D}_s \dot{W}_s. \quad (2.91)$$

本研究では、選択的解離モデルを用い、分子の解離エネルギー  $\tilde{D}_s$  の 30% を解離する分子の平均振動エネルギー  $\hat{D}_s$  とする。ここで、解離エネルギー  $\tilde{D}_s$  を表 2.8 に示す。 $Q_{E-Ex}$  は各化学種の生成量から振動エネルギーと電子励起エネルギーの収支を考え以下のように与えられる。

$$Q_{E-Ex} = \sum_s e_{els} \dot{W}_s. \quad (2.92)$$

表 2.7 振動緩和時間に関する定数

分子化学種	衝突化学種	$A_i$	$B_i$
NO	O	49.5	0.042
	N	49.5	0.042
	NO	49.5	0.042
	O <sub>2</sub>	49.5	0.042
	N <sub>2</sub>	49.5	0.042
O <sub>2</sub>	O	47.7	0.059
	N	72.4	0.015
	NO	136	0.030
	O <sub>2</sub>	138	0.030
	N <sub>2</sub>	134	0.030
N <sub>2</sub>	O	72.4	0.015
	N	180	0.026
	NO	225	0.029
	O <sub>2</sub>	229	0.030
	N <sub>2</sub>	221	0.029

表 2.8 解離エネルギー

化学種	$\tilde{D}_i$ [kJ/mol]
NO	75500
O <sub>2</sub>	59360
N <sub>2</sub>	113200

## 2.2.4 局所 Knudsen 数の評価

本研究では流体の希薄度を表す Knudsen 数も重要な無次元数になる。Knudsen 数には、主流の平均自由行程と代表長さを用いて全体的な希薄度を示す Body-length Global Knudsen Number ( $Kn_{BGL}$ ) の他に、流れ場の局所的な Knudsen 数を定義できる Gradient-length Local Knudsen Number ( $Kn_{GLL}$ ) [38] があり、以下のように表される。

$$Kn_{GLL} = \max(Kn_{GLL-\rho}, Kn_{GLL-T}, Kn_{GLL-V}), \quad (2.93)$$

$$Kn_{GLL-Q} = \frac{\lambda}{Q} \left| \frac{\partial Q}{\partial l} \right|. \quad (2.94)$$

ここで、 $Q$  は流体場の物理量(密度  $\rho$ , 温度  $T$ , 速度  $V$ )であり、 $l$  は流れ場中のある 2 点間の距離である。また、平均自由行程  $\lambda$  は粘性係数  $\mu$ , 密度  $\rho$ , 熱速度  $\bar{c}$  を用いて以下の式によって求める。

$$\lambda = \frac{3\mu}{\rho\bar{c}}. \quad (2.95)$$

## 2.2.5 離散化手法

本研究では、空間の離散化には有限体積法を用いる。支配方程式 (2.15) を任意の四辺形セル  $S$  について積分を行う。

$$\iint_S \left\{ \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F} - \mathbf{F}_{vis}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G} - \mathbf{G}_{vis}}{\partial y} + \frac{1}{y} (\mathbf{H} - \mathbf{H}_{vis}) \right\} dS = \iint_S \mathbf{W} dS. \quad (2.96)$$

また、セルの形状が時間変化しないと仮定し、流束ベクトルに対してガウスの発散定理を用いると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{Q} dS + \oint_{\partial S} \{(\mathbf{F} - \mathbf{F}_{vis}) n_x + (\mathbf{G} - \mathbf{G}_{vis}) n_y\} dl + \iint_S \frac{1}{y} (\mathbf{H} - \mathbf{H}_{vis}) dS = \iint_S \mathbf{W} dS. \quad (2.97)$$

ここで,  $n_x, n_y$  はそれぞれセル境界の法線ベクトルの  $x, y$  成分を表す. 各セルでの値は, そのセル自身の面積を用いて規格化し, 以下のように与えられる.

$$\hat{\mathbf{Q}} = \frac{\iint_S \mathbf{Q} dS}{\iint_S dS}, \quad (2.98)$$

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{\iint_S \mathbf{H} dS}{\iint_S dS}, \quad (2.99)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_{\text{vis}} = \frac{\iint_S \mathbf{H}_{\text{vis}} dS}{\iint_S dS}, \quad (2.100)$$

$$\hat{\mathbf{W}} = \frac{\iint_S \mathbf{W} dS}{\iint_S dS}. \quad (2.101)$$

離散化の際に, セルの面積  $\Delta S$  ( $= \iint_S dS$ ), セル境界の長さ  $\Delta l$  ( $= dl$ ), 時間の刻み幅  $\Delta t$  ( $= dt$ ) をそれぞれ与え, 離散化された式は以下のように表される.

$$\frac{\Delta \hat{\mathbf{Q}}}{\Delta t} \Delta S + \sum_{k=1}^4 \{(\mathbf{F} - \mathbf{F}_{\text{vis}})n_x + (\mathbf{G} - \mathbf{G}_{\text{vis}})n_y\} \Delta l_k + \frac{1}{y}(\hat{\mathbf{H}} - \hat{\mathbf{H}}_{\text{vis}})\Delta S = \hat{\mathbf{W}}\Delta S. \quad (2.102)$$

本研究では, 時間積分にはオイラー陽解法を用いており, 以下のように与えられる.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Q}}^{n+1} &= \hat{\mathbf{Q}}^n + \Delta \hat{\mathbf{Q}} \\ &= \hat{\mathbf{Q}}^n - \frac{\Delta t}{\Delta S} \sum_{k=1}^4 \{(\mathbf{F} - \mathbf{F}_{\text{vis}})n_x + (\mathbf{G} - \mathbf{G}_{\text{vis}})n_y\} \Delta l_k - \Delta t \left\{ \frac{1}{y}(\hat{\mathbf{H}} - \hat{\mathbf{H}}_{\text{vis}}) - \hat{\mathbf{W}} \right\}. \end{aligned} \quad (2.103)$$

## 2.2.6 数値流束の評価

実際の計算においては一般曲線座標における数値流束が必要となる. いま, セルのある面を考える. 単位面ベクトルを  $\mathbf{n}$  で表し, この面ベクトルに対して垂直となる 2 つのベクトル  $\mathbf{l}, \mathbf{m}$  を考える. ただし, それぞれは以下のように関係付けられる.

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{l} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{m} = \mathbf{l} \cdot \mathbf{m} = 0, \quad (2.104)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{m} = \mathbf{l} \cdot \mathbf{l} = 1. \quad (2.105)$$

これらのベクトルを用いるとセル表面に対して垂直方向, 接線方向の速度成分が求まり, 以下のようになる.

$$U = un_j, \quad V = vl_j, \quad W = wm_j. \quad (2.106)$$

FVS 系のスキームは, セル表面で数値流束を求める際に必ずしも一般曲線座標に変換された数値流束に対してスキームを適用しなくてもよく, 直交座標系で表現された数

値流束と同形の数値流束に対してスキームを適用し、その後、一般曲線座標系の数値流束に変換することができる。

まず、 $\xi$  方向のセル表面での数値流束を考える。簡単にするため、ここでは単位面積当たりの数値流束を考える。

$$\hat{\mathbf{F}}_1 = n_j \mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho u U + n_1 p \\ \rho v U + n_2 p \\ \rho w U + n_3 p \\ (E + p)U \\ \rho \gamma_s U \\ E_v U \end{pmatrix}. \quad (2.107)$$

いま、次のような変換マトリックス  $\mathbf{T}$  を考え、 $\hat{\mathbf{F}}_1$  に左からかけると、

$$\mathbf{T} \hat{\mathbf{F}}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_1 & n_2 & n_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & l_2 & l_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & m_2 & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho u U + n_1 p \\ \rho v U + n_2 p \\ \rho w U + n_3 p \\ (E + p)U \\ \rho \gamma_s U \\ E_v U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho U^2 + p \\ \rho UV + p \\ \rho UW + p \\ (E + p)U \\ \rho \gamma_s U \\ E_v U \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{F}}_1, \quad (2.108)$$

となる。FVS 系のスキームでは単純に  $\hat{\mathbf{F}}$  を気流の特性方向に従って分離するので、

$$\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}^+ + \bar{\mathbf{F}}^- = \mathbf{T} (\hat{\mathbf{F}}^+ + \hat{\mathbf{F}}^-) = \mathbf{T} \hat{\mathbf{F}}^+ + \mathbf{T} \hat{\mathbf{F}}^-. \quad (2.109)$$

となり、逆行列  $\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{T}^\top$  を用いれば、

$$\hat{\mathbf{F}}^+ = \mathbf{T}^{-1} \bar{\mathbf{F}}^+, \quad \hat{\mathbf{F}}^- = \mathbf{T}^{-1} \bar{\mathbf{F}}^-, \quad (2.110)$$

となる。ここで、逆行列  $\mathbf{T}^{-1}$  は以下の通りである。

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_1 & l_1 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_2 & l_2 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_3 & l_3 & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.111)$$

すなわち、数値流束としては  $\bar{\mathbf{F}}$  に対してスキームを構築すればよいことが分かる。この数値流束  $\bar{\mathbf{F}}$  は直交座標系での数値流束とほぼ同じ形をしており、異なる点としては速度が通常  $x, y, z$  成分で表されるところがセル表面に垂直及び接線方向の速度成分で

表されている点である。このようにして作られた数値流束に、以下のように  $\mathbf{T}^{-1}$  をかけることで最終的なセル表面での数値流束が求まり、次式のようになる。

$$\hat{\mathbf{F}} = \begin{pmatrix} \bar{F}_1 \\ x_1 \bar{F}_2 + l_1 \bar{F}_3 + m_1 \bar{F}_4 \\ x_2 \bar{F}_2 + l_2 \bar{F}_3 + m_2 \bar{F}_4 \\ x_3 \bar{F}_2 + l_3 \bar{F}_3 + m_3 \bar{F}_4 \\ \bar{F}_5 \\ F_{5+s}^- \\ F_{5+s+1} \end{pmatrix}. \quad (2.112)$$

また、和田は従来から人工粘性が過剰であり、境界層内流れの捕獲に問題があると指摘されていた FVS 系のスキームを改良し、特に接触不連続面での人工粘性を小さくすることで境界層内流れの解像度を向上させた AUSM–DV スキーム [39] を提案した。この AUSM–DV スキームは FVS 系のスキームの特徴である頑丈さを持っているので、特に安定性が要求される非平衡反応流の解析には適したスキームである。よって、本研究における数値流束の評価には AUSM–DV スキームを用いる。

AUSM–DV スキームでの数値流束は以下のように表される。

$$\bar{\mathbf{F}}_{\text{AUSMDV}} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_{5+s} \\ f_{5+s+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_L^+ \rho_L + U_R^- \rho_R \\ s f_2^{\text{AUSMV}} + (1-s) f_2^{\text{AUSMD}} + p_L^+ + p_R^- \\ \frac{f_1 + |f_1|}{V_L} + \frac{f_1 - |f_1|}{2} V_R \\ \frac{f_1 + |f_1|}{2} W_L + \frac{f_1 - |f_1|}{2} W_R \\ \frac{f_1 + |f_1|}{2} H_L + \frac{f_1 - |f_1|}{2} H_R \\ \frac{f_1 + |f_1|}{2} \gamma_{sL} + \frac{f_1 - |f_1|}{2} \gamma_{sR} \\ \frac{f_1 + |f_1|}{2} \left( \frac{E_v}{\rho} \right)_L + \frac{f_1 - |f_1|}{2} \left( \frac{E_v}{\rho} \right)_R \end{pmatrix}. \quad (2.113)$$

ここで、

$$f_2^{\text{AUSMV}} = U_L^+ \rho_L U_L + U_R^- \rho_R U_R, \quad (2.114)$$

$$f_2^{\text{AUSMD}} = \frac{f_1 + |f_1|}{2} U_L + \frac{f_1 - |f_1|}{2} U_R, \quad (2.115)$$

$$s = \frac{1}{2} \left( 1 + \min \left( 1, K \frac{|p_R - p_L|}{\min(p_L, p_R)} \right) \right), \quad (2.116)$$

$$\alpha_L = \frac{2 \left( \frac{p}{\rho} \right)_L}{\left( \frac{p}{\rho} \right)_L + \left( \frac{p}{\rho} \right)_R}, \quad \alpha_R = \frac{2 \left( \frac{p}{\rho} \right)_R}{\left( \frac{p}{\rho} \right)_L + \left( \frac{p}{\rho} \right)_R}, \quad (2.117)$$

$$p_L^+ = \begin{cases} p_L \left( \frac{u_L}{c_m} + 1 \right)^2 \left( 2 - \frac{u_L}{c_m} \right)^{\frac{1}{4}}, & \text{if } \frac{|u_L|}{c_m} \leq 1, \\ p_L \frac{u_L + |u_L|}{2u_L}, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2.118)$$

$$p_R^- = \begin{cases} p_R \left( \frac{u_R}{c_m} - 1 \right)^2 \left( 2 + \frac{u_R}{c_m} \right) \frac{1}{4}, & \text{if } \frac{|u_R|}{c_m} \leq 1, \\ p_R \frac{u_R + |u_R|}{2u_R}, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2.119)$$

であり、 $K$  は通常、 $K = 10$  の値を用いている。また、式 (2.113) を式 (2.112) に従つてセル表面での数値流束に変換すると、

$$\hat{\mathbf{F}}_{\text{AUSMDV}} = \begin{pmatrix} f_1 \\ n_1 f_2 + l_1 f_3 + m_1 f_4 \\ n_2 f_2 + l_2 f_3 + m_2 f_4 \\ n_3 f_2 + l_3 f_3 + m_3 f_4 \\ f_5 \\ f_{5+s} \\ f_{5+s+1} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} f_1 \\ n_1 f_2 + \frac{f_1 + |f_1|}{2} (u_{1L} - n_1 U_L) + \frac{f_1 - |f_1|}{2} (u_{1R} - n_1 U_R) \\ n_2 f_2 + \frac{f_1 + |f_1|}{2} (u_{2L} - n_2 U_L) + \frac{f_1 - |f_1|}{2} (u_{2R} - n_2 U_R) \\ n_3 f_2 + \frac{f_1 + |f_1|}{2} (u_{3L} - n_3 U_L) + \frac{f_1 - |f_1|}{2} (u_{3R} - n_3 U_R) \\ f_5 \\ f_{5+s} \\ f_{5+s+1} \end{pmatrix}, \quad (2.120)$$

となる。ここで注目すべきは、計算を行うにはセルの面ベクトルのみが必要になるとということであり、接線方向のベクトルは数値流束の計算には必要がないことがわかる [40]。

### 2.2.7 空間精度の高次化

空間精度は MUSCL 法により 2 次精度を保持する [41]。MUSCL 法は 1 次精度風上差分法が TVD 条件を満たすことに注目して、セル境界の左右の物理量 (L-state, R-state) を、それを取り囲むいくつかの位置での物理量などから内挿によって決め、それを用いて数値流束を計算する。内挿の際に流束制限関数を導入することで TVD 条件を満たすことができる。本計算では、特性変数を内挿することによって高次精度を達成する。

保存変数を  $\mathbf{Q}$ 、流束ヤコビアン行列を  $A$  とし、1 次元オイラー方程式を凍結し、以下のように局所的に線形化する。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + A \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} = \mathbf{0}. \quad (2.121)$$

流束ヤコビアン行列は線形独立な右固有ベクトル  $(R_1, R_2, R_3)$  を持つ。ここで、右固有ベクトルを並べて構成した変換行列  $T = (R_1, R_2, R_3)$  と固有値が対角成分に並ぶ対

角行列  $\Lambda$  を考える.  $AT = T\Lambda$  が成り立つので, 右側から  $T$  の逆行列をかけると,

$$A = T\Lambda T^{-1}, \quad (2.122)$$

が成り立つ. ここで, 特性変数  $\mathbf{W}$  を  $\mathbf{W} = T^{-1}\mathbf{Q}$  で定義すると式 (2.121) は

$$\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} = \mathbf{0}, \quad (2.123)$$

となる.  $\Lambda$  が対角行列であることから, 3 個のスカラー方程式に分離されることになる. 従って, 特性変数の各成分毎にスカラー方程式に対する TVD スキームを適用することが出来る. TVD 条件を満たすように minmod リミッターを用いてセル境界における特性変数をそれぞれ内挿すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{i+1/2}^L &= \mathbf{W}_i + \frac{1}{4} \{(1 - \mu) \text{minmod}(\Delta_{i-1/2}, \omega \Delta_{i+1/2}) \\ &\quad + (1 + \mu) \text{minmod}(\omega \Delta_{i-1/2}, \Delta_{i+1/2})\}, \end{aligned} \quad (2.124)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{i-1/2}^R &= \mathbf{W}_i - \frac{1}{4} \{(1 + \mu) \text{minmod}(\Delta_{i-1/2}, \omega \Delta_{i+1/2}) \\ &\quad + (1 - \mu) \text{minmod}(\omega \Delta_{i-1/2}, \Delta_{i+1/2})\}, \end{aligned} \quad (2.125)$$

と書ける. ただし  $\Delta$  は特性変数の差分を表す.  $\omega$  は圧縮率であり,

$$\omega = \frac{3 - \mu}{1 - \mu}, \quad (2.126)$$

を用いる. 次に特性変数からもとの保存変数に逆変換することを考える. 変換行列  $T$  を左からかけると,

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{i+1/2}^L &= \mathbf{Q}_i + \frac{T_{i+1/2}}{4} \{(1 - \mu) \text{minmod}(\Delta_{i-1/2}, \omega \Delta_{i+1/2}) \\ &\quad + (1 + \mu) \text{minmod}(\omega \Delta_{i-1/2}, \Delta_{i+1/2})\}, \end{aligned} \quad (2.127)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{i-1/2}^R &= \mathbf{Q}_i - \frac{T_{i-1/2}}{4} \{(1 + \mu) \text{minmod}(\Delta_{i-1/2}, \omega \Delta_{i+1/2}) \\ &\quad + (1 - \mu) \text{minmod}(\omega \Delta_{i-1/2}, \Delta_{i+1/2})\}, \end{aligned} \quad (2.128)$$

を得る. 注意すべき点は, 変換行列  $T$  が minmod 制限関数の外側に残されている点である. 言い換えると, 変換行列  $T$  と minmod 制限関数は可換ではない. ただし変換行列  $T$  の評価は, Roe 平均 [42] を用いて行う.

## 2.3 DSMC 法の数値計算法

### 2.3.1 DSMC 法の概要

希薄流の領域では、連続体近似が破綻し、Navier–Stokes 方程式が成立しなくなる。この場合は Boltzmann 方程式を支配方程式として流体解析を行う必要がある。本研究では、Boltzmann 方程式を確率的に解くモンテカルロ直接法 [15] (Direct Simulation Monte Carlo: DSMC) により流星源周りにおける流体場解析を行う。DSMC 法は Boltzmann 方程式を解く手法であるが、すべての実在粒子に対して計算を行うのは計算コストが膨大になり現実的ではない。そこで実在粒子を代表させた DSMC 粒子を計算が可能な数配置し、確率的な衝突を介して Boltzmann 方程式を解いている。また DSMC 法では、粒子の運動と粒子同士の衝突はカップリングしておらず、それぞれ時間刻み幅の間で別個に計算される。DSMC 法の計算は大きく分けて以下の 4 つのステップから成る：

1. 粒子をそれぞれの持つ速度で時間刻み幅分だけ移動させる。
2. 移動した粒子の位置からそれぞれの粒子が所属する格子を決定する。
3. 各格子内部で衝突させる。
4. 粒子の状態から巨視的な量をサンプリングする。

粒子を配置しそれぞれの運動を追跡するために、計算領域全体は有限の格子に分割される。初期状態の粒子は乱数を用いてランダムに配置され、位置・速度をそれぞれの粒子に割り当てる。そして、定常解を得るまで時間刻み幅ごとに反復計算する。速度・圧力・密度・温度などの巨視的な量は粒子が持つ微視的な量から単純に重み付けし、平均をとることで得る。

### 2.3.2 時間及び空間離散化

DSMC 法でのモデル化において、時間刻み幅内における粒子の運動と粒子間衝突が独立であるという仮定が必要になる。従って、各粒子はそれぞれの速度を持って時間刻み幅分だけ等速に移動し、その後適当な衝突が行われる。このような粒子の移動と粒子間衝突を交互に反復することで流れは物理的に現実的な方法で発達する。粒子の運動と粒子間衝突が独立であるという仮定は、時間刻み幅を平均自由時間よりも短く取ることで成り立つ [15]。

粒子の適切な衝突相手を選択し、巨視的な量を定義するために計算領域は格子に分割され、空間解像度を上げるほど衝突の距離が短くなるためより多くの粒子が必要に

なる。また、DSMC 法の計算コスト・計算時間は DSMC 粒子数に比例するため、特に低 Knudsen 数流れの計算では、計算コストと空間解像度のトレードオフを考慮する必要がある。

### 2.3.3 巨視的な量のサンプリング

DSMC 法では粒子の位置・速度が各時間ステップについて計算され、それらの値を用いて密度・圧力・温度などの流れ場の巨視的な量をサンプリングすることができる。従って、DSMC 法も連続流と同様の物理量によって結果を議論することが可能である。

巨視的な量は閉じた格子内に存在する粒子の情報に基づいている必要がある。数密度が  $n$  の体積  $V$  内には実在粒子が  $N_r$  存在しているとした時、この  $N_r$  は平均が  $nV$  で標準偏差が  $\sqrt{nV}$  のポアソン分布  $P$  に従い、次の式で表される。

$$P(N_r) = \frac{(nV)^{N_r}}{N_r!} e^{-(nV)}. \quad (2.129)$$

また、統計的に正規化された分散は平均値と標準偏差の比で定義される変動係数  $CV$  であり、

$$CV(N_r) = \frac{\sqrt{Var(N_r)}}{E(N_r)} = \frac{1}{\sqrt{nV}}, \quad (2.130)$$

である。体積  $V$  内のサンプル粒子数を  $N$  は、次式で示される平均値と分散が  $nV/F_N$  に等しいポアソン分布  $P$  に従う。

$$P(N) = \frac{(nV/F_N)^N}{N!} e^{-(nV/F_N)}. \quad (2.131)$$

ここで、 $F_N$  は 1 サンプル粒子によって表される実在粒子数であり、その変動係数は以下で表される。

$$CV(N) = \sqrt{\frac{F_N}{nV}}. \quad (2.132)$$

式 (2.130) および式 (2.132) から、DSMC 法では実在気体の統計的変動が係数  $\sqrt{F_N}$  で增幅され、 $F_N$  は  $10^{10}\text{--}10^{12}$  に収まることが分かる。平均分子間隔  $\delta$  を使用すると、 $nV$  は  $V/\delta^3$  と表せる。従って、散乱のレベルを妥当なレベルに制限するには、巨視的な量の瞬時値をサンプリングするセルの大きさが以下の条件を満たす必要がある。

$$V^{1/3} \gg (F_N)^{1/3} \delta. \quad (2.133)$$

さらに、流れ場の解像度を確保するために、セルの大きさは巨視的勾配のスケール長より小さくする必要がある。通常、DSMC 法の実際のアプリケーションでは、散乱条

件に反しない限りは不可能である。しかし、式(2.133)は瞬間的な平均に対してのみ満たす必要があるため、代替の平均化手法によって達成することが可能になる。

1つの平均化手法は時間平均である。特定の時間間隔でセル内の巨視的な量を平均化し、定常流を記述する。2つ目の方法としては、アンサンブル平均である。同様の条件で複数ケース計算して平均化することで、非定常流の巨視的な量を確立できる。これらの手法によって、実質的に全ての流れ場を記述できる。しかし、両者は確率的であるため、変動の影響をうける。標準偏差は、サンプルサイズの平方根に反比例するため、時間平均のサンプリング間隔またはアンサンブル平均の繰り返し数をそれぞれ増やすことで、任意のレベルまで減らすことが可能である。

### 2.3.4 衝突サンプリング

衝突を正確にモデル化するために、体積  $V_c$  のセル内部にある実在気体の粒子数密度  $n$  の場合を考える。このセルには  $nV_c$  個の実在粒子が存在し、平均サンプル粒子数は  $\bar{N} = nV_c/F_N$  である。実際のサンプル粒子数は確率変数であり  $N$  と表す。運動論によると、このセル内の時間刻み幅  $\Delta t$  における衝突の総数  $N_T$  は次式による。

$$N_T = \frac{1}{2} N v \Delta t = \frac{1}{2} N n \overline{\sigma_T c_r} \Delta t. \quad (2.134)$$

ただし、 $v = n \overline{\sigma_T c_r}$  である。

セル内の衝突のランダムサンプリングの手法は様々提案されているが、ここでは一般に広く用いられている no time counter method: NTC 法 [43] について述べる。

NTC 法では、時間刻み幅  $\Delta t$  で 2 つの分子間で衝突が発生する確率は、セル体積に対する相対速度  $c_r$  での総衝突断面積  $F_N \sigma_T$  として計算される。

$$P = \frac{F_N \sigma_T c_r \Delta t}{V_c}. \quad (2.135)$$

1 つのサンプリング確率は、 $N(N - 1)/2$  全ての潜在的なペアについて計算し、各衝突を対応する発生確率で選択して与える。ただし通常、 $P$  は非常に小さく、計算時間はセル内の分子数の 2 乗に比例するため、この直接法の効率は低くなる。したがって、NTC 法では、考えられる全ての衝突ペアの一部のみを考慮し、それらの確率は式(2.135)をこの部分で割ることで増加する。最大の効率を達成するために、最大確率が 1 に等しくなるように次式で表される比が選択される。

$$P_{\max} = \frac{F_N (\sigma_T c_r)_{\max} \Delta t}{V_c}. \quad (2.136)$$

最初に衝突断面積と相対速度の積の最大値である  $(\sigma_T c_r)_{\max}$  を十分大きく選択でき、シミュレーション中により高い値に更新される。時間刻み幅での衝突ペアの数は、

式(2.136)に  $N(N - 1)/2$  をかけることで得られる。ただし、 $N$  は統計的な変動を受けるため、 $N(N - 1)$  を瞬時値またはアンサンブル平均値  $N\bar{N}$  で置き換えることが推奨される。また、NTC 法の時間刻み幅ごとの衝突とみなされる粒子ペアの数は、

$$\frac{1}{2} \frac{N\bar{N}F_N(\sigma_T c_r)_{\max} \Delta t}{V_c}, \quad (2.137)$$

であり、次式の確率によって選択される。

$$P = \frac{\sigma_T c_r}{(\sigma_T c_r)_{\max}}. \quad (2.138)$$

時間刻み幅ごとに実行される衝突の数は、 $P_{\max}$  の正確な値の影響を受けずに、次式に従う。

$$N_{T, \text{NTC}} = \frac{1}{2} \frac{N\bar{N}F_N \overline{\sigma_T c_r \Delta t}}{V_c} = \frac{1}{2} N n \overline{\sigma_T c_r \Delta t}. \quad (2.139)$$

この数は、式(2.134)で得られた理論値と一致し、この手順によって  $N$  で線形の計算時間が得られる [15]。

### 2.3.5 希薄流となる条件

希薄流となる条件は一般的に Knudsen 数  $Kn$  によって定義される。Knudsen 数は代表長さと平均自由行程の比で、以下の式で定義される。

$$Kn = \frac{\lambda}{L}. \quad (2.140)$$

ここで、 $\lambda$  は平均自由行程、 $L$  は流れの代表長さであり、本研究のように球体周りの場合は球体直径を一般的に用いる。平均自由行程は仮定によって様々な定義がされるが、本研究では Bird [15] による以下の式を用いる。

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi} d_{\text{ref}}^2 n (T_{\text{ref}}/T)^{\omega-1/2}}. \quad (2.141)$$

ここで、 $d_{\text{ref}}$  は分子直径、 $n$  は分子数密度、 $T_{\text{ref}}$  は地表での大気温度、 $T$  は大気温度である。また、 $\omega$  は粘性係数  $\mu$  と温度  $T$  を関係付ける係数で、 $\mu \propto T^\omega$  という形で定義される。

表 2.9 に示すのは、Knudsen 数によって特徴付けられる、流れの分類である。 $Kn$  が 0.01 より小さいときは流れは連続流とみなすことができ、Navier-Stokes 解析が可能になる。また、 $Kn$  が 10 より大きい際は、流れは自由分子流であるとみなすことができ、自由分子流すなわち衝突を考慮しない分子流れの解析が可能になる。その中間の希薄度の場合、遷移流となり、この領域に関して一般に DSMC 法が有効である。

表 2.9 Knudsen 数による流れの分類

$Kn$	$Kn < 0.01$	$0.01 < Kn < 10$	$10 < Kn$
流れの分類	連続流領域	遷移流領域	自由分子流領域

### 2.3.6 2 体弹性衝突

粒子の運動を計算するためには、粒子同士の衝突に対する物理モデルが必要である。希薄流では、3 体以上同士の衝突は無視できるほどに稀であるため、DSMC 法においては 2 体衝突のみが考慮される。ここで考慮する弹性衝突とは、並進エネルギーと内部エネルギーの交換が衝突によって行われないことを意味する。

### 2.3.7 モーメントとエネルギー交換

質量が  $m_1, m_2$  で、衝突前の速度が  $c_1, c_2$  である 2 体衝突において衝突後の速度  $c_1^*, c_2^*$  を求めることを考える。 $c_r = c_1 - c_2$  を相対速度として、2 粒子の重心速度を  $c_m$  とする。この時、1 次モーメントとエネルギー保存により次が成り立つ [15]。

$$c_1^* = c_m + \frac{m_2}{m_1 + m_2} c_r^*, \quad (2.142)$$

$$c_2^* = c_m - \frac{m_2}{m_1 + m_2} c_r^*. \quad (2.143)$$

相対速度の大きさは衝突によって変化せず、重心は衝突に影響されないので、相対速度ベクトルの向きの計算は衝突前後の速度変化によって計算される。また、換算質量  $m_r$  は以下のように示される。

$$m_r = \frac{m_1 * m_2}{m_1 + m_2}. \quad (2.144)$$

分子間衝突は、多くの場合、分子間力の強い相互作用によって行われる。分子間力の場は球対称と仮定されることが多く、引力・斥力を持つ。すなわち、無限大の距離では力が 0 となり、距離に反比例して強く引きつけられる。また、衝突の力学は図 2.1 に示すように、古典的な 2 体問題として扱われる。

### 2.3.8 衝撃パラメータと衝突断面積

2 つの分子の速度を分離して、弹性衝突を表すためには 2 つの衝撃パラメータが必要となる。1 つ目は、重心座標系での乱れていない軌道の最も近いアプローチ  $b$  の距離で、2 つ目は、Collision plane と Reference plane の角度  $\varepsilon$  である。ただし、分子の衝突前および衝突後の軌道は、同じ平面である。

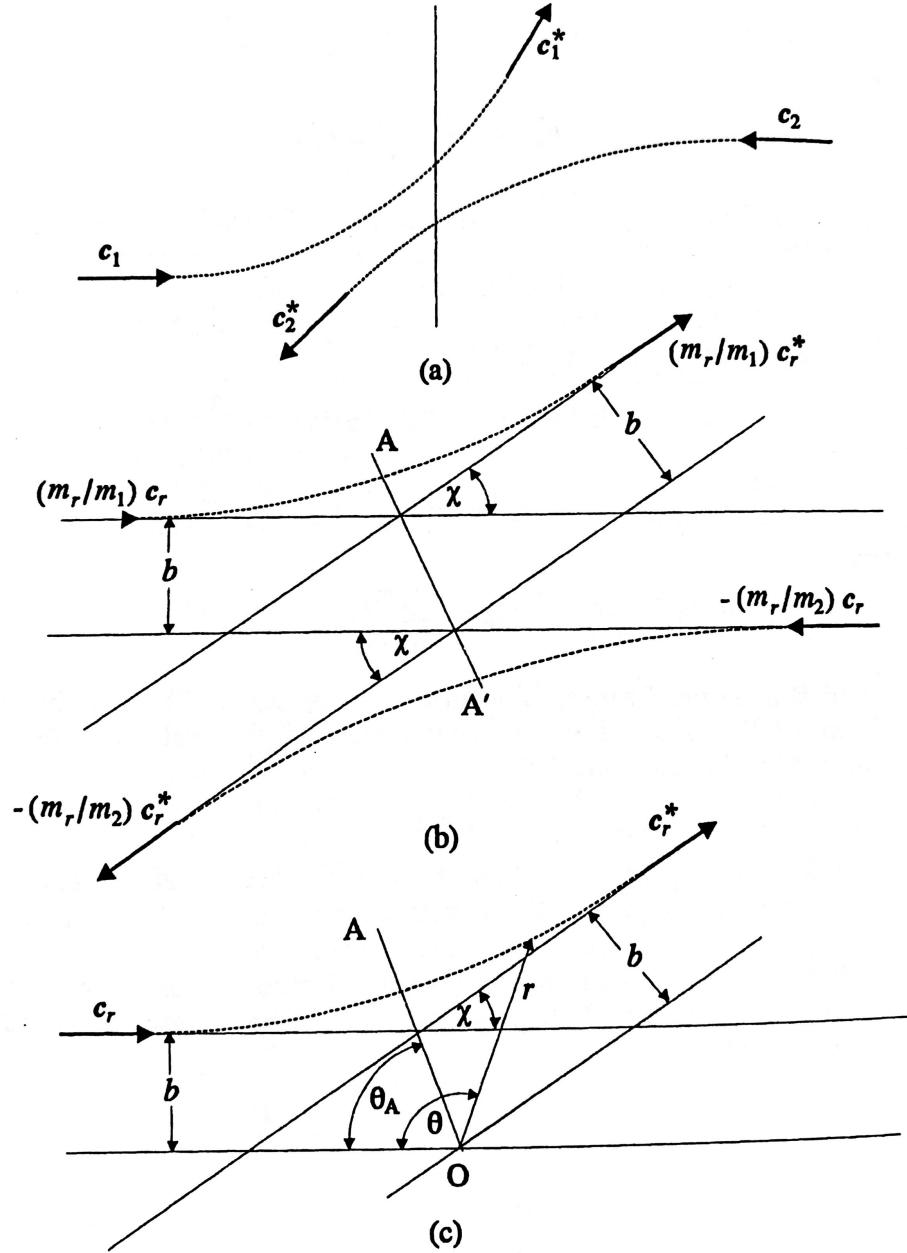


図 2.1.2 体衝突の表現 : (a) 基準となる実験系, (b) 基準の重心座標系での 2 体衝突, (c) 換算質量粒子と固定散乱中心の相互作用 [15].

パラメータ  $b$  および  $\varepsilon$  は、特定の偏向角  $\chi$  を与える。パラメータ  $b$  と  $\varepsilon$  に対応する微分断面積  $\sigma d\Omega$  は、

$$\sigma d\Omega = bdbd\varepsilon, \quad (2.145)$$

であり、 $d\Omega$  はベクトル  $c_r^*$  方向の微小立体角である。図 2.2 より、

$$d\Omega = \sin \chi d\chi d\varepsilon, \quad (2.146)$$

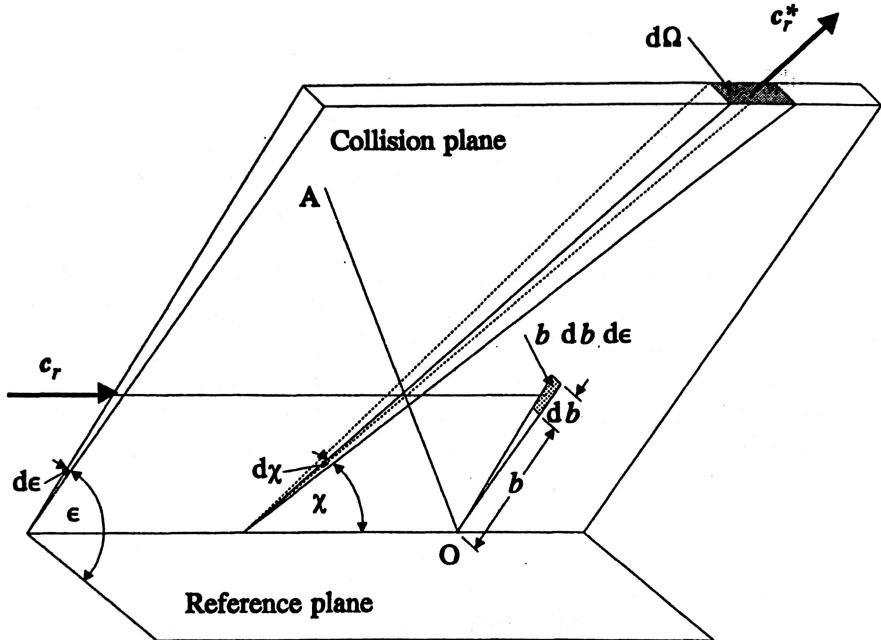


図 2.2 衝突パラメータ [15].

従って,

$$\sigma = \frac{b}{|\sin \chi|} \frac{db}{d\chi}. \quad (2.147)$$

また, 全衝突断面積  $\sigma_T$  は次式で表される.

$$\sigma_T = \int_0^{4\pi} \sigma d\Omega = 2\pi \int_0^\pi \sigma \sin \chi d\chi. \quad (2.148)$$

さらに粘性係数の断面積  $\sigma_\mu$  は次式のようになる.

$$\sigma_\mu = \int_0^{4\pi} (\sin^2 \chi) \sigma d\Omega = 2\pi \int_0^\pi (\sin^3 \chi) \sigma \sin \chi d\chi. \quad (2.149)$$

衝突前の速度方向に垂直となる衝突後の速度成分は  $c_r \sin \chi$  である. この積分は, 粘性係数を算出するために, Chapman–Enskog 理論 [15] で用いられる.

拡散断面積とも呼ばれる運動量輸送断面積は,

$$\sigma_M = \int_0^{4\pi} (1 - \cos \chi) \sigma d\Omega = 2\pi \int_0^\pi (1 - \cos \chi) \sin \chi d\chi. \quad (2.150)$$

粘性係数の断面積と同様にして, 衝突前の速度方向に垂直となる衝突後の速度成分は  $c_r (1 - \cos \chi)$  である. この積分は, 拡散係数を算出するために, Chapman–Enskog 理論 [15] で用いられる.

### 2.3.9 Variable Soft Sphere モデル

DSMC 法における衝突は、物理モデルと計算効率の双方を考慮した分子モデルを選択する必要がある。近年の DSMC 法で一般に用いられる分子モデルとして、Koura と Matsumoto [44] により提唱された Variable Soft Sphere (VSS) モデルがある。VSS モデルでは接触の瞬間に無限の反発力を持ち、それ以外の場合は力を及ぼさない弾性球として分子を扱う。このモデルでは分子の直径  $d$  と相対速度  $c_r$  の関係は以下のようになる。

$$d \propto c_r^{(1/2)-\omega}. \quad (2.151)$$

ただし、 $\omega$  はモデルパラメータである。また、偏向角は衝突パラメータ  $b$  を用いて次式のようになる。

$$\chi = 2 \cos^{-1} \left( \frac{b}{a} \right)^{1/a}. \quad (2.152)$$

ここで、 $a$  は VSS モデルの散乱パラメータで、VSS モデルでの全衝突断面積は  $\sigma_T = \pi d^2$  で与えられる。これにより VSS モデルでの粘性係数が求められて、

$$\mu = \frac{5}{16} \frac{(\alpha+1)(\alpha+2)\sqrt{\pi mk} \left(\frac{4k}{m}\right)^\xi T^{\frac{1}{2}+\xi}}{\alpha \Gamma(4-\xi) \sigma_{T,\text{ref}} c_{r,\text{ref}}^{2\xi}}, \quad (2.153)$$

となる。

VSS モデルは単純でかつ、平衡 [45] および非平衡 [46] 両方の条件下で单原子分子の輸送特性を正確に予測できるため、DSMC 法で良く用いられる。さらに、より現実的であるが計算コストがより高い Lennard-Jones ポテンシャルや Morse ポтенシャルと比較すると計算効率がより高いという特徴もあり、本研究では VSS モデルを使用する。

表 2.10 本研究で用いる VSS モデルのパラメータ

化学種	$d$ [m]	$\omega$ [-]	$T_{\text{ref}}$ [K]	$\alpha$ [-]
O <sub>2</sub>	$3.96 \times 10^{-10}$	0.77	273.15	1.4
N <sub>2</sub>	$4.07 \times 10^{-10}$	0.77	273.15	1.6
O	$3.00 \times 10^{-10}$	0.77	273.15	1.0
N	$3.00 \times 10^{-10}$	0.77	273.15	1.0
NO	$4.00 \times 10^{-10}$	0.77	273.15	1.0

### 2.3.10 内部エネルギー

多原子分子においては内部エネルギー モードが存在するため、多原子分子の衝突を記述するには並進および内部のエネルギー 状態との緩和断面積が必要である。ただし、全ての断面が分かっている場合でも、多数の遷移があるためこの方法は複雑化する。

多原子分子を効率よく計算する方法としては、単原子分子のモデルに多原子分子の機能を追加するという手法がある。従って、VSS モデルに内部エネルギー モードと並進および内部エネルギー 交換を行う方法を追加することで、多原子分子へと拡張する。内部エネルギー モードは自由度  $\zeta$  によって特徴付けられる。

DSMC 法においては、現象論的な Larsen–Borgnakke(GLB) モデルがエネルギー 交換に用いられる。この GLB モデルでの非弾性衝突後の内部エネルギー は、全エネルギー の平衡分布からサンプリングし以下のように割り当てられる。

$$f\left(\frac{E_{tr}}{E_c}\right) = \frac{\Gamma[5/2 - \omega + \zeta]}{\Gamma[5/2 - \omega]\Gamma[\zeta]} \left(\frac{E_{tr}}{E_c}\right)^{3/2-\omega} \left(1 - \frac{E_{tr}}{E_c}\right)^{\zeta-1} \quad (2.154)$$

$$f\left(\frac{E_i}{E_c}\right) = \frac{\Gamma[5/2 - \omega + \zeta]}{\Gamma[5/2 - \omega]\Gamma[\zeta]} \left(1 - \frac{E_i}{E_c}\right)^{3/2-\omega} \left(\frac{E_i}{E_c}\right)^{\zeta-1} \quad (2.155)$$

ただし、 $E_{tr}$  は並進エネルギー、 $E_i$  は内部エネルギー、 $E_c = E_{tr} + E_i$  は衝突分子ペアの全エネルギー、 $\gamma$  はガンマ関数である。衝突モデルは、 $\omega$  を介して平衡分布となるため、平衡分布を実際に衝突している分子の分布から区別している [15]。

回転エネルギーと異なり、並進エネルギーよりも広い間隔のエネルギー 状態を持つため、振動モードは完全には励起されない。従って、エネルギー 状態を連続的に記述するよりも離散的な記述が必要である。2 原子分子の振動モードの離散的なエネルギー 状態は、それぞれがポテンシャルおよび運動エネルギー から影響され、調和振動子モデルおよび非調和振動子モデルを使用して記述される。

### 2.3.11 化学反応モデル

空気の中性粒子そのイオンから成る NASA Air-11 混合気体の化学反応は、Park のメカニズムによって説明されている [47, 48]。このメカニズムには一酸化窒素の解離反応が考慮されており、流星周りにおける一酸化窒素の存在は過去に研究がなされている [49–51]。

本研究における化学反応は Bird [15] による Total Collision Energy (TCE) 法を用いる。TCE モデルでは既知の反応係数に基づいて反応確率を定義する。

### 2.3.12 SPARTA カーネル

DSMC 法を実行可能なオープンソースコードとして, MONACO [52] や DAC [52], dsmcFoam(+) [53–55] などがあるが, 本研究における DSMC 法の計算コードには SPARTA カーネル [56–58] を用いた. SPARTA は GPL ライセンスのオープンソースソフトウェアとして配布され, 単列計算または, MPI ライブラリを用いた領域分割による並列計算が可能である. DSMC 法への理解と入力ファイルの記述が必要になる.

入力ファイルは以下のような 4 つの手順によって記述される.

1. 初期化
2. 問題定義
3. 条件設定
4. シミュレーションの開始

3 番目および 4 番目の手順は計算が収束するまで反復することができる.

#### 1. 初期化

ここでは, シミュレーションに必要なパラメータの設定を行う. ここで設定するパラメータは単位系 (CGS 単位系または SI 単位系), 乱数に用いるシード値, 計算領域の次元 (2 次元または 3 次元) が含まれる.

#### 2. 問題定義

ここでは, シミュレーションの開始に必要となる全てのパラメータを設定する. 計算領域となるボックスの大きさ, 計算領域境界におけるサンプル粒子の振る舞い, 格子数の設定, 計算領域内部における固体表面の設置, 粒子の分子組成と初期状態の設定などが含まれる.

#### 3. 条件設定

初期化および問題定義の次は入力ファイルでの条件設定を行う. ここでは, 出力方法や出力する物理量, 衝突モデル, 化学モデル, 並列計算での動的負荷分散, 境界条件, 固体表面での反射モデルの選択などを定義する. この部分はシミュレーション結果の品質に大きく関わり, 重要である. さらにこの部分では, 固体表面の特性計算, 時間刻み幅, サンプリング間隔も具体的に定義する. サンプリング間隔の設定が適切に行われないと結果の品質が著しく低下し, 出力結果の書き込み頻度は計算時間に大きく影響するため慎重に指定する必要がある.

# 第 3 章

## 軌道計算結果

本章では軌道計算の結果を示し、先行研究との比較を行うことで軌道計算の妥当性を議論する。

### 3.1 軌道計算の初期条件

本研究における軌道計算での初期条件を以下の表に示す。

表 3.1 軌道計算における初期条件

初期時刻	2020 年 1 月 1 日 0:0:0 (UTC)
初期位置	W43° N60° 高度 375 km
初期速度	7,330.0 m/s
初期流星源形状	球, $\phi 10$ mm
流星源密度	5,000 kg/m <sup>3</sup>

ここで、初期速度とは人工衛星の進行方向後ろ向きに放出される速度であり、地球中心に対して半径方向速度は持たないものとした。また、この初期条件は木村ら先行研究で用いられた初期条件 [59] と同様の条件を設定した。

また本研究において、質量減少の過程でマシンゼロまで解き議論する必要は無いため、質量が  $10^{-9}$  以下になると流星源が消滅したとして計算を終了する。

### 3.2 大気モデルの軌道計算結果

NRLMSISE-00 大気モデルによって得られた大気密度を図 3.1 に示す。実線は本研究のもの、鎖線が木村 [59] による先行研究のものである。両者は良好な一致を示していることが確認される。

次に、大気モデルにより得られた大気温度を図 3.2 に示す。高度 150 km 以上の高高度において先行研究との差異が生じている。この差異は座標の差異によるものだと考えられる。先行研究では流星源の移動に伴って座標を更新しているが、本研究では放出される方向が不明だったため初期座標で固定している。この差異によって高高度での大気温度に差異が生じていると考えられる。大気温度はアブレーションに影響するため、大気密度が低く対流加熱が起こりにくい高高度ではこの差異の影響はほとんどないと考えられる。また、高度 100 km 以下の高度においても差異が生じているが、こちらも高高度での差異と同様に座標の差異によるものだと考えられる。

### 3.2.1 粘性係数のモデルによる違い

木村による先行研究では粘性係数の見積もりに以下に示す Sutherland の式 [60] を用いている。

$$\mu = \mu_{\text{ref}} \left( \frac{T}{T_{\text{ref}}} \right)^{3/2} \frac{T_{\text{ref}} + S}{T + S}. \quad (3.1)$$

ここで、 $\mu_{\text{ref}}$ ,  $T_{\text{ref}}$  はそれぞれ地球表面での粘性係数と温度であり、 $S$  は Sutherland 定数である。空気における各係数は  $\mu_{\text{ref}} = 1.7894 \times 10^{-5}$  Pa s,  $T_{\text{ref}} = 288.15$  K,  $S = 110.4$  K とした [61]。

空気に対する粘性係数の見積もりには Sutherland の式以外に知られているものがあり、代表的なものとしては以下に示す Maxwell と Rayleigh によるべき乗則 (Power law) が知られている。

$$\mu = \mu_{\text{ref}} \left( \frac{T}{T_{\text{ref}}} \right)^{2/3}. \quad (3.2)$$

ここで、 $\mu_{\text{ref}} = 1.716 \times 10^{-5}$  Pa s,  $T_{\text{ref}} = 273.0$  K である。

ここでは、粘性係数のモデルがどのように影響するかを先に述べた 2 つのモデルを比較することで検証する。図 3.3 に Sutherland の式とべき乗則による粘性係数分布を示す。Sutherland の式による見積もりの方がべき乗則による見積もりよりも変化の幅が広く、どちらのモデルも大気温度を唯一の従属変数としているため、Sutherland の式の方が温度変化により敏感に反応する。しかし、大気温度と同様に差異が高高度で生じているためこの差異は無視できるとして、先行研究で用いられている Sutherland の式を本研究でも用いることとした。

## 3.3 速度変化と質量変化の軌道計算結果

軌道計算により得られた流星源の速度変化を図 3.4 に示す。木村による先行研究と良好に一致しており、大気密度の差異がほとんど影響を与えていない。高度約 100 km

以上の高高度では大気密度が低いため動圧抵抗が小さく、従ってほとんど重力ポテンシャルによる等加速度運動で加速していることが確認される。7,600 m/s ほどまで加速した後、急に動圧抵抗を受けて数 10 km の降下で約 2,500 m/s まで減速している。

また、軌道計算により得られた流星源の質量変化を図 3.5 に示す。こちらも速度変化と同様に先行研究と良好な一致を示した。このことから大気モデルによる大気温度の差異はほとんど質量変化に影響を与えなかったと考えられる。アブレーションによる質量減少が再現されており、高度 150 km 以下において空力加熱により急激に質量が減少している。

### 3.4 その他パラメータの軌道計算結果

流体場解析において最も影響を与えるのは大気モデルと速度・質量変化であるが、軌道計算の正確性を議論するために、その他のパラメータについても先行研究と比較する。

流星源の Mach 数変化を図 3.6 に示す。高度約 200–350 km と約 70–120 km において差異が確認できる。Mach 数は速度と音速の比であり、図 3.4 に示すように速度については良好な一致を示したため、これは音速の差異によるものであると分かる。本研究では、音速  $a$  を以下のように定義している。

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (3.3)$$

ただし、 $R$  は一般気体定数である。本研究及び木村の先行研究において比熱比  $\gamma$  は一定という仮定を行っているため、温度が差異に影響している。図 3.2 と比較すると差異が生じる高度が概ね一致しており、温度差異が Mach 数に影響を与えたと考えられる。

流星源の Reynolds 数変化を図 3.7 に示す。こちらも Mach 数同様に差異が生じているが、流星源が放たれる高度 375 km すでに差異が生じている。この差異は粘性係数の違いによるものであると考えられる。木村 [9] によると粘性係数を Sutherland の式で求めているが、論文に記載のプログラムを見ると式が間違っており、粘性係数の高度変化が本研究のものと全く異なる分布を示している。この粘性係数の違いが Reynolds 数分布に影響を与えたと考えられる。

流星源の Knudsen 数変化を図 3.8 に示す。Knudsen 数は Mach 数に比例し、Reynolds 数に反比例する関係にある。従って図 3.7 に示した Reynolds 数の違いが影響し、分布が一致していないと考えられる。また、高度 73 km 地点において最小値を取っており、流星源の軌道上において最も連続流に近い高度となっている。本研究では、この地点についての流体場解析を行い、第 4 章でその結果を議論する。

流星源の抗力係数変化を図 3.9 に示す。抗力係数は Mach 数・Reynolds 数・大気温度の関数として求めているため、これらのパラメータが抗力係数の差異を生じさせている。また、抗力係数の差異は初期高度 375 km から生じているため、粘性係数の違いによる Reynolds 数の差異が最も影響している。

流星源が受ける熱流束変化を図 3.10 に示す。熱流束の見積もりに用いている DKR モデルは流星源半径・速度・大気密度の関数であり、それらの差異が熱流束に差異を与えているものの、概ね良好な一致を示している。

最後に、流星源の熱伝達係数変化を図 3.11 に示す。抗力係数とは異なり、概ね良好に一致したが、初期高度 375 km で差異が見られる。熱伝達係数は Mach 数と熱流束の関数となっており、粘性係数が異なるために生じる初期高度での Mach 数の差異が影響を及ぼしていると考えられる。

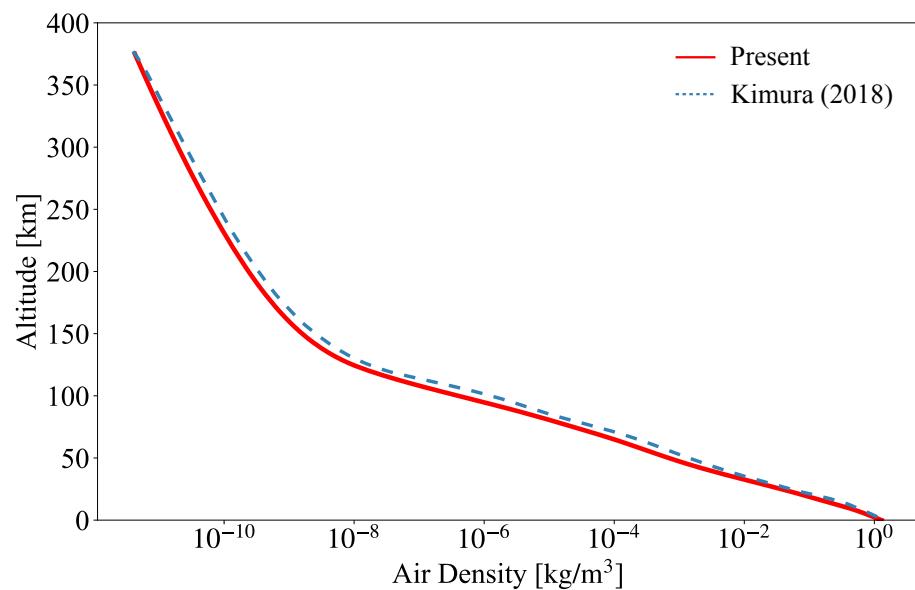


図 3.1 大気モデルにより得られた大気密度.

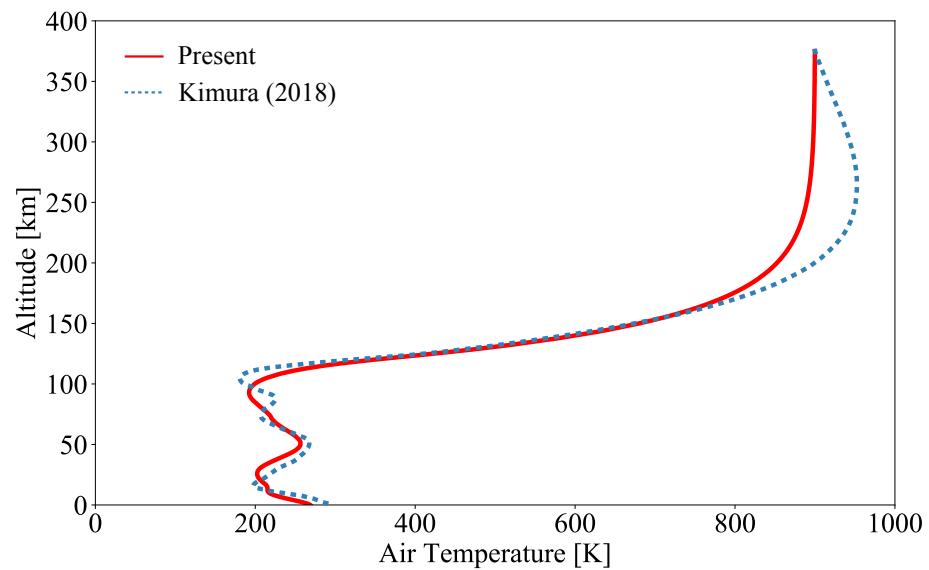


図 3.2 大気モデルにより得られた大気温度.

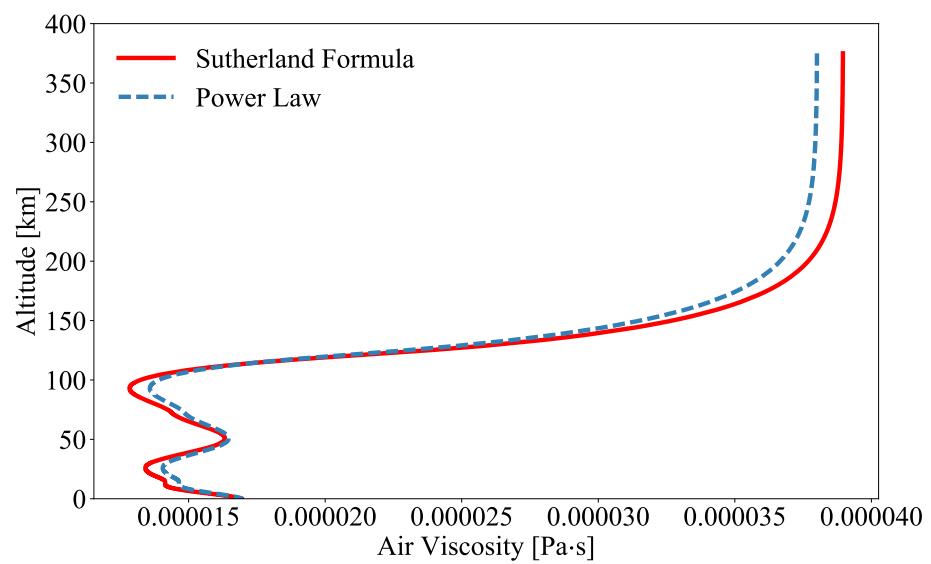


図 3.3 Sutherland の式とべき乗則による粘性係数分布.

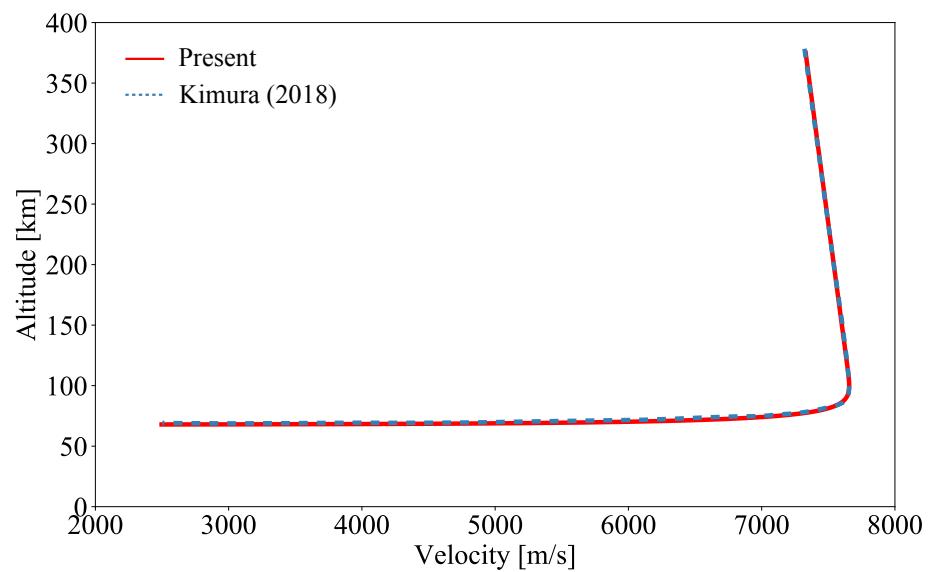


図 3.4 軌道計算によって得られた流星源の速度変化.

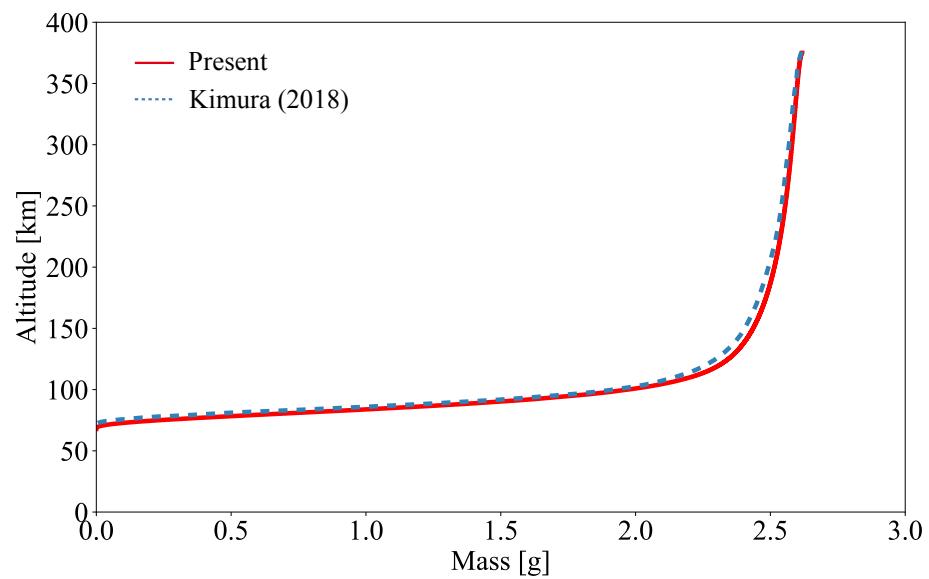


図 3.5 軌道計算によって得られた流星源の質量変化.

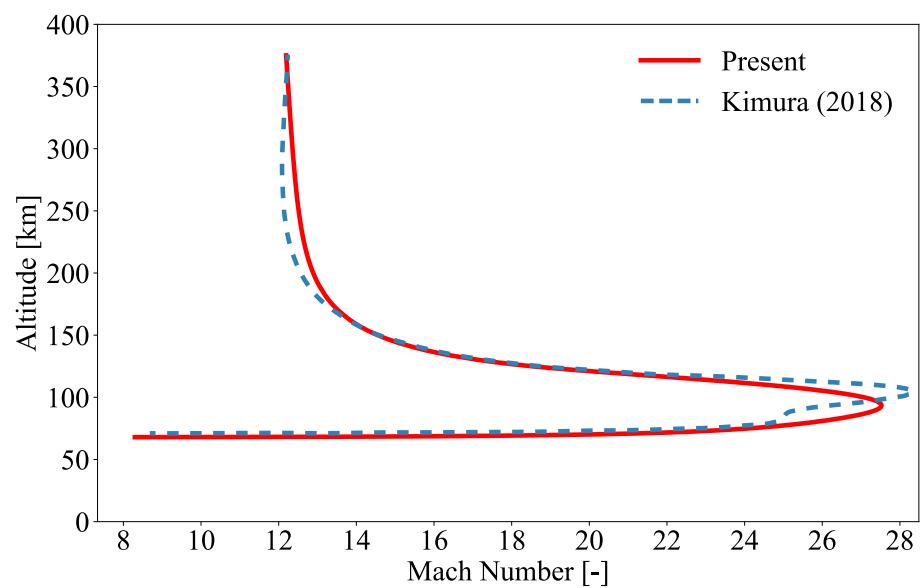


図 3.6 軌道計算によって得られた流星源の Mach 数変化.

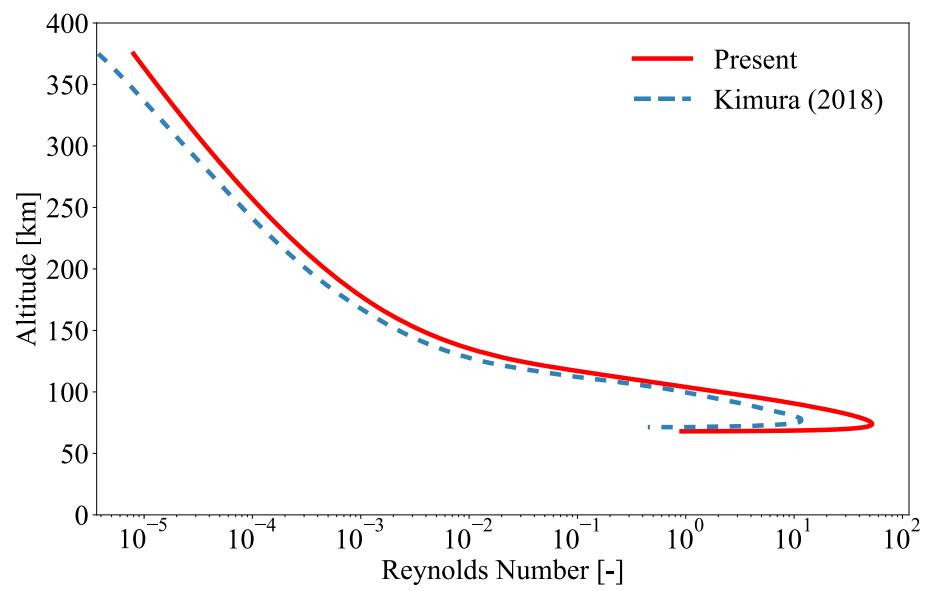


図 3.7 軌道計算によって得られた流星源の Reynolds 数変化.

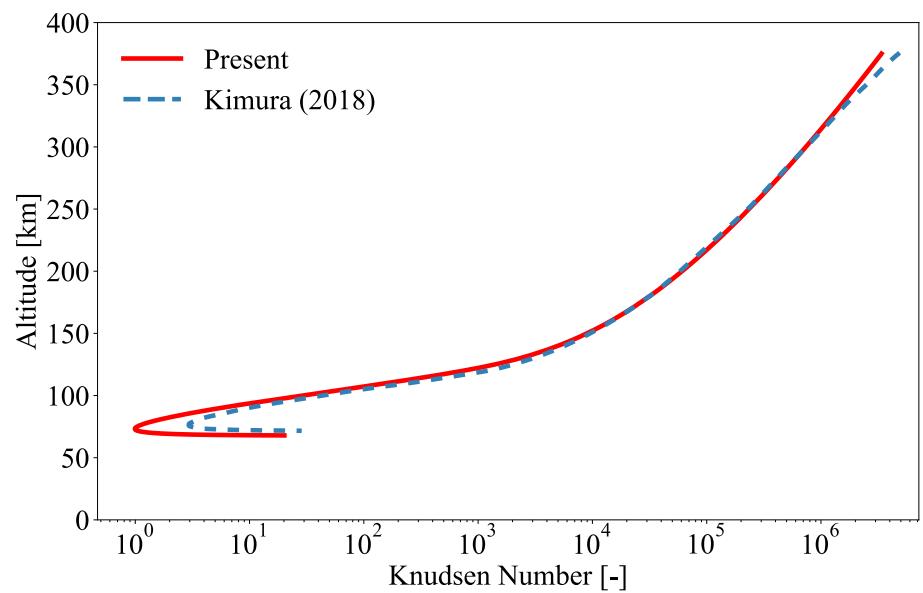


図 3.8 軌道計算によって得られた流星源の Knudsen 数変化.

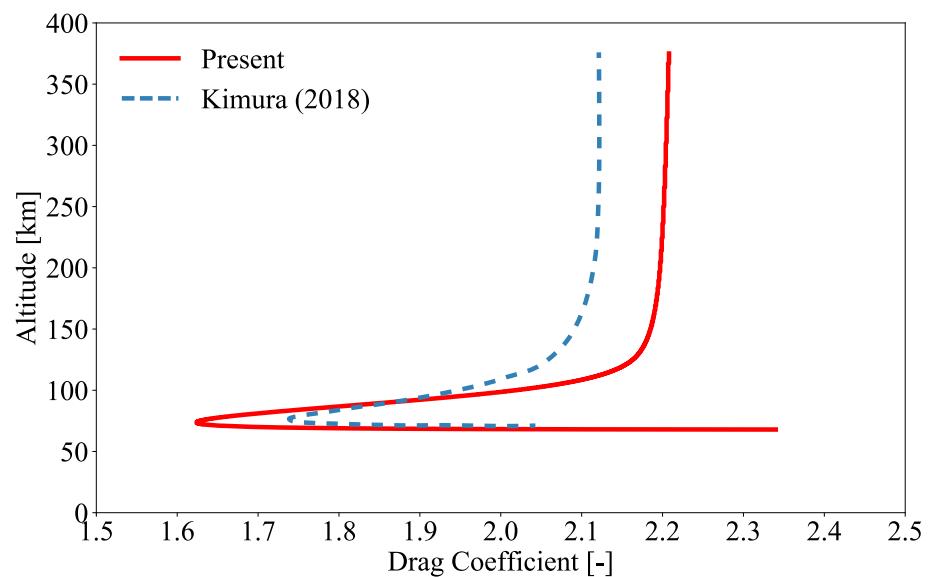


図 3.9 軌道計算によって得られた流星源の抗力係数変化.

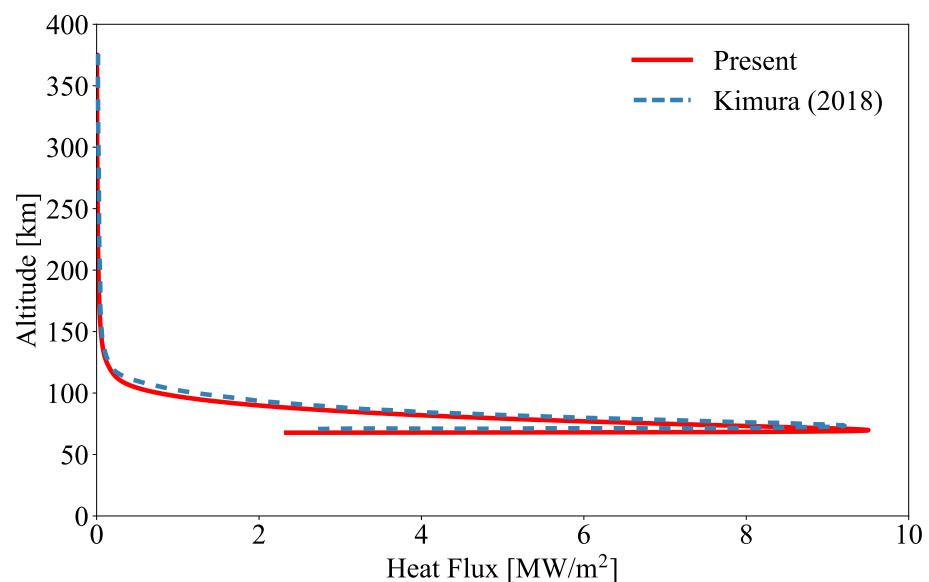


図 3.10 軌道計算によって得られた流星源が受ける熱流束変化.

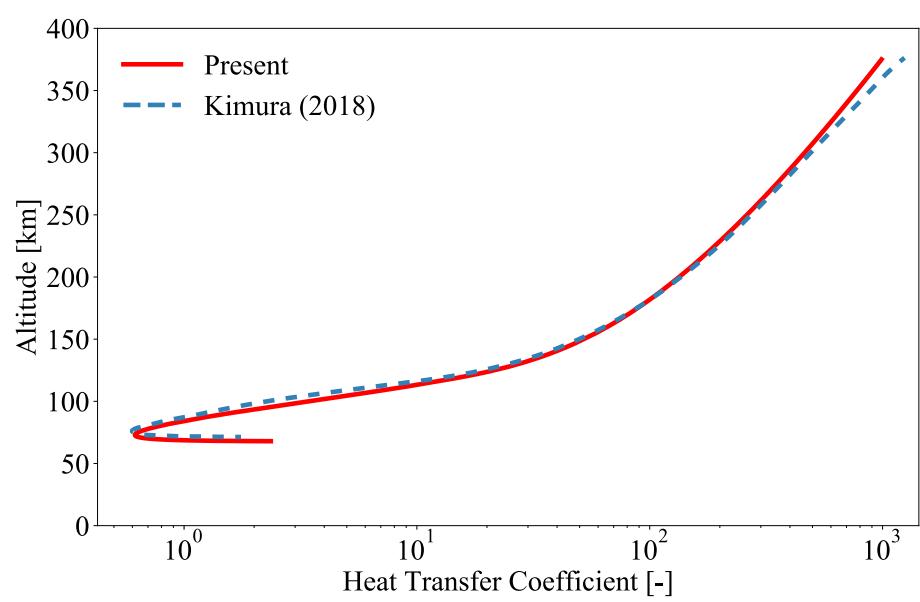


図 3.11 軌道計算によって得られた流星源の熱伝達係数変化.

## 第 4 章

# 軌道上最小 Knudsen 数地点での流体場解析結果

希薄流の解析には DSMC 法が広く用いられるが、連続流を DSMC 法で解くと大量の計算リソースと膨大な計算時間がかかるため、連続流には Navier–Stokes 解析を用いるのが一般的である。流星源は地上に落下する以前にアブレーションによって消滅し、流星源が運動するのは高度 50 km 以上であるため、希薄流が支配的である可能性が高い。従って軌道上の多くの範囲で DSMC 法を使用すればよいということになる。しかし、流星源が地上に近づいてくると大気の希薄度は下がり、連続流になる可能性も考えられる。

そこで本章では、Navier–Stokes 解析と DSMC 法の使い分けが必要となるかを調査することを目的として、流星源が人工衛星より放出されてからアブレーションによって消滅する間で、最も Knudsen 数が小さくなる地点での流体場解析結果について議論する。

### 4.1 計算条件

#### 4.1.1 主流条件

最小 Knudsen 数となった地点の主流条件を表 4.1 に示す。表に示すとおり流星源直径は初期の 10 mm から 3.60 mm にアブレーションによって減少しており、また最小 Knudsen 数ですらほとんど 1 に近く、遷移流であることが示されている。

表 4.1 最小 Knudsen 数地点における主流条件

流星源高度	73.2 km
主流速度	6,880.0 m/s
主流温度	219.0 K
主流密度	$3.018 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^3$
流星源直径	3.60 mm
Reynolds 数	52.0
Knudsen 数	0.9926

#### 4.1.2 Navier–Stokes 解析の計算条件

Navier–Stokes 解析に用いる計算格子を図 4.1 に示す。半径 10 cm の半円と半径 1.80 mm の流星源を境界としており、流星源表面では滑りなし境界としている。また、 $x$  軸上においては軸対称計算を可能にするために反射境界としている。

格子点数は  $301 \times 301$  で中心から半径方向外側に向けて指数関数的に粗くなる格子を採用した。粘性流では壁面近傍の最小格子幅  $\Delta x_{\min}$  は物体表面上の境界層を捉るために、以下の式で与えられる格子幅程度にすればよいことが知られている [62]。

$$\Delta x_{\min} = L_{\text{ref}} \frac{0.1}{\sqrt{Re}} \quad (4.1)$$

ここで、 $L_{\text{ref}}$  は代表長さ、 $Re$  は Reynolds 数である。本研究では最小格子幅を  $2 \mu\text{m}$  とした。

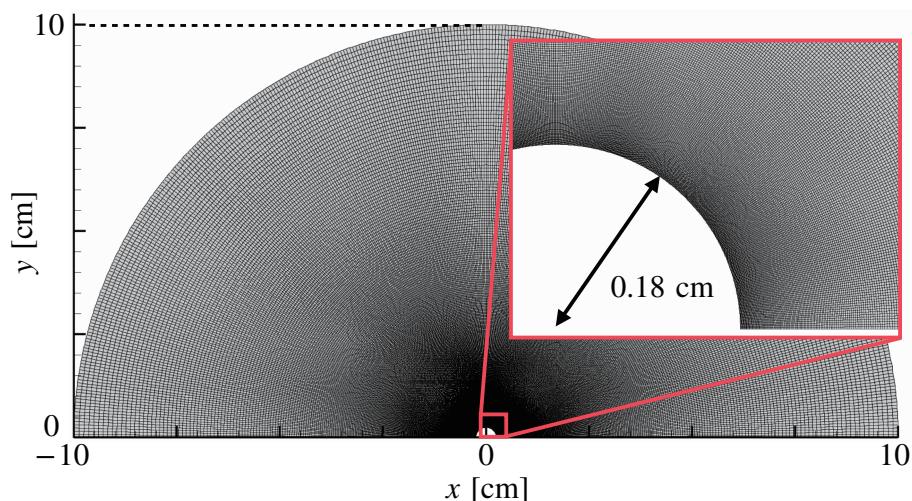


図 4.1 Navier–Stokes 解析に用いる計算格子。

また, Navier–Stokes 解析の他の条件としては, Courant 数を 0.2, 壁面温度  $T_w$  を 1,000 K とし, 等温壁とした.

#### 4.1.3 DSMC 法の計算条件

DSMC 法に用いる計算格子を図 4.2 に示す. 計算領域は  $x$  方向に 2 cm,  $y$  方向に 1 cm の長方形となっている. この長方形を  $500 \times 250$  の格子点に分割し, 一辺が  $40 \mu\text{m}$  の直交等間隔格子を計算格子として採用した.

また, 本研究で使用する SPARTA [56] コードにおける固体表面は, 格子を配置した後に埋め込まれ, 半径 1.80 mm の半円を計算領域の原点と円の中心が重なるようにして流星源を配置した.

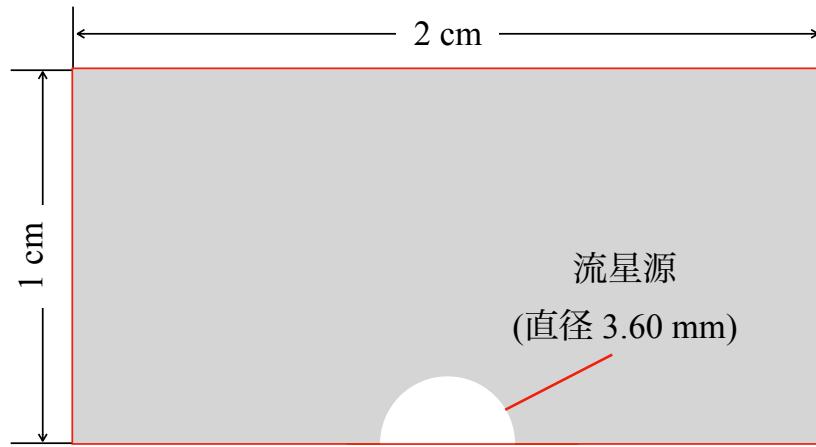


図 4.2 DSMC 法に用いる計算格子.

また, DSMC 法におけるその他の計算条件については表 4.2 に示す.

表 4.2 DSMC 法における計算条件

時間刻み幅	$1 \times 10^{-9} \text{ s}$
衝突モデル	VSS モデル
壁面反射	散乱反射 (適応係数 1)

## 4.2 流体場解析結果

### 4.2.1 解析結果の妥当性の検証

Navier–Stokes 解析での平均自由行程分布を図 4.3 に示す。この図におけるカラースケールは対数でプロットしている。ただし、平均自由行程は粘性係数より算出しており、平均速度はそのセルにおける速度の大きさとした。平均自由行程は圧縮され密度が高くなる流星源前方で  $1 \times 10^{-4} \text{ m}$  程度まで小さくなっている。一方で、剥離による膨張領域となる流星源後流では、平均自由行程が  $1 \times 10^{-1} \text{ m}$  程度まで長くなっている。

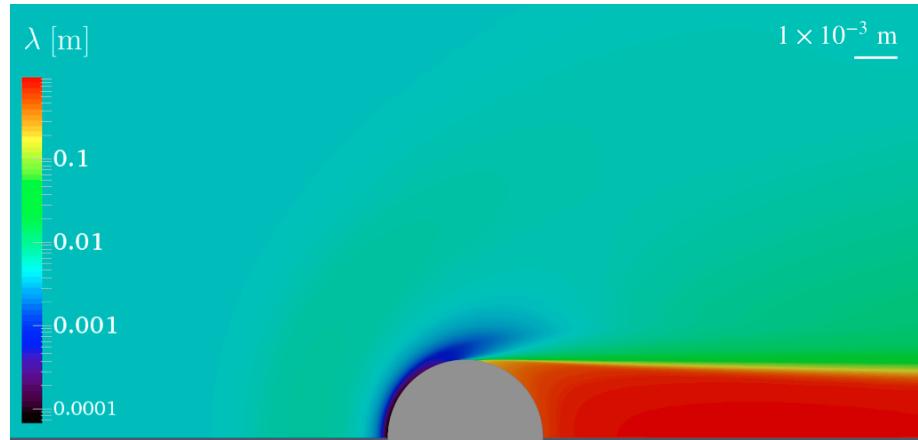


図 4.3 Navier–Stokes 解析での平均自由行程分布。

また、Navier–Stokes 解析での局所 Knudsen 数分布を図 4.4 に示す。ただし、局所 Knudsen 数は Gradient-length Local Knudsen 数  $Kn_{GLL}$  [38] であり、そのセルにおける平均自由行程と、物理量の勾配によるスケール長の比で算出している。領域のほとんどで Knudsen 数は 1 を超えており、連続体近似の破綻が示唆されている。特に衝撃層・流星源後流において  $10^2$  から  $10^3$  程度まで Knudsen 数が増大している。

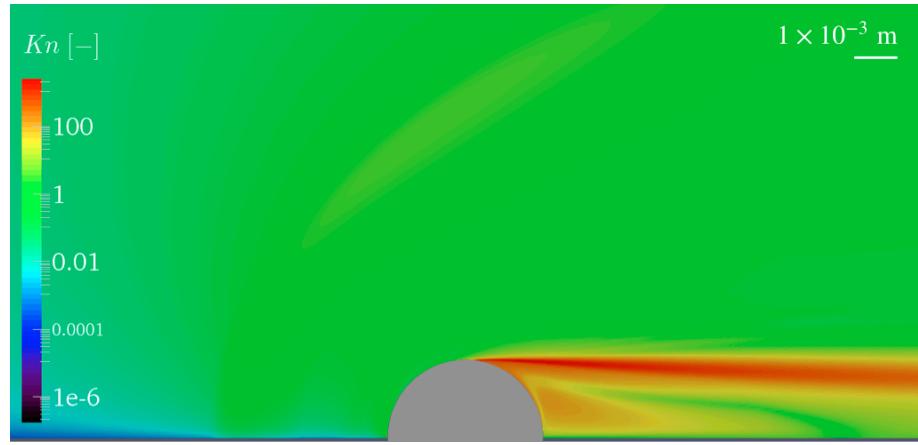


図 4.4 Navier–Stokes 解析での Knudsen 数分布.

従って、最小 Knudsen 数高度においても局所的にも Navier–Stokes 解析が適用できる領域が存在せず、希薄流になっていることが確認された。この結果より、流星源周りの流体場解析ではどの高度においても DSMC 法を用いればよいと考えられる。

次に、DSMC 法でのサンプル粒子数を図 4.5 に示す。主流領域においては 1 格子あたり 150 以上のサンプル粒子が存在しており、統計的に十分な数が存在している。流星源前方では 3,000 を超えるサンプル粒子が存在している一方で、流星源の後流ではサンプル粒子が回り込むことができず、サンプル粒子が 1 つも存在しない領域が計算領域右端まで存在していることが分かる。

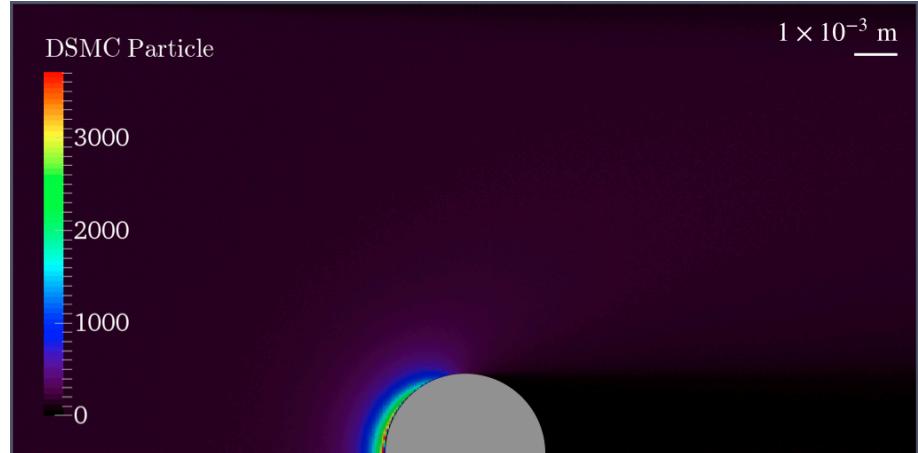


図 4.5 DSMC 法でのサンプル粒子数分布.

また、DSMC 法によって得られた平均自由行程とセルサイズの比の分布を示す。ほとんどの領域で  $\lambda/\Delta x$  は 10 を超えており、平均自由行程よりも十分小さい格子幅を取っていることが分かる。

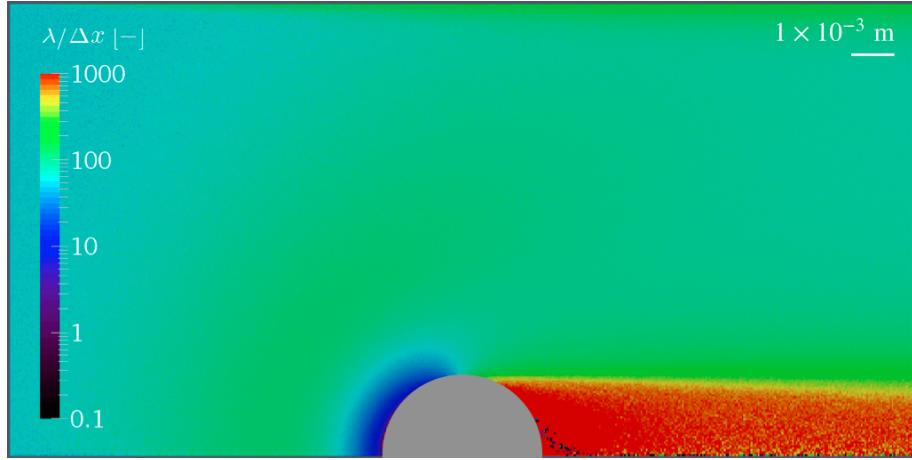


図 4.6 DSMC 法によって得られた平均自由行程とセルサイズの比 ( $\lambda/\Delta x$ ) の分布.

ここまで得られた結果から、Navier–Stokes 解析は連続体近似の破綻により解析結果の信頼性が低く、一方で本研究における DSMC 法による解析は、統計的に十分な粒子数や格子幅を取っていることが分かった。以降は Navier–Stokes 解析および DSMC 法で得られた巨視的な量を比較し、どのような違いが現れるかを示す。

#### 4.2.2 速度および温度分布の比較

Navier–Stokes 解析および DSMC 法によって得られた  $x$  方向速度分布を図 4.7 に示す。流星源前方では、減速領域が DSMC 法の方が厚くなっていることが分かる。また、流星源後流においては全く異なる分布を示している。DSMC 法では流星源直後から尾を引くように減速領域が存在するのに対して、Navier–Stokes 解析では橢円形に分布している。DSMC 法での結果を見ると、多次元的な広がりはほとんど無く、少しでも流星源よりも上にある主流についてはそのまま流れ去る様子が確認できる。

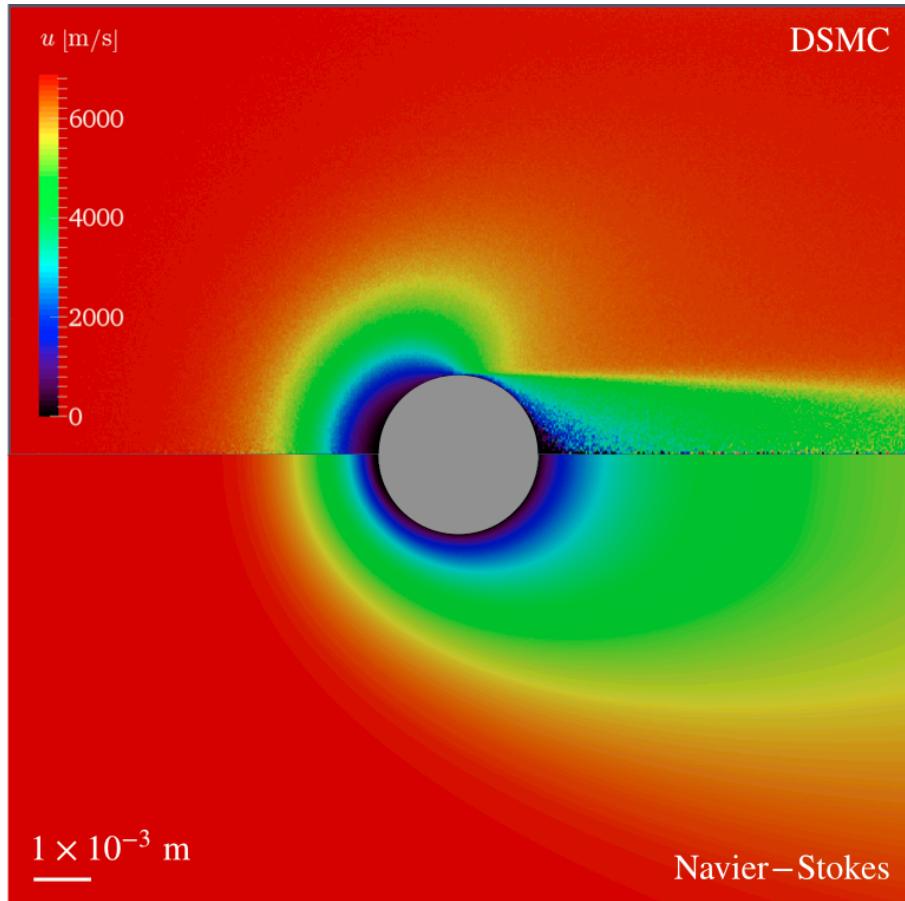


図 4.7 Navier–Stokes 解析および DSMC 法によって得られた  $x$  方向速度分布.

また, Navier–Stokes 解析および DSMC 法によって得られた  $y$  方向速度分布を図 4.8 に示す.  $x$  方向速度分布では大きく分布が異なったのと比較して, こちらは一致する領域が広い. 流星源前方で流星源に衝突した気体は斜め上方向へ流れしていくことが分かる. 一方で, 流星源直後の分布は両者で異なる. DSMC 法では  $y$  方向速度が負の領域が存在するが, Navier–Stokes 解析ではほとんど確認できない. この結果から, DSMC 法では気体分子が後流で流星源に回り込む様子を捉えているが, Navier–Stokes 解析では見られないことが分かる.

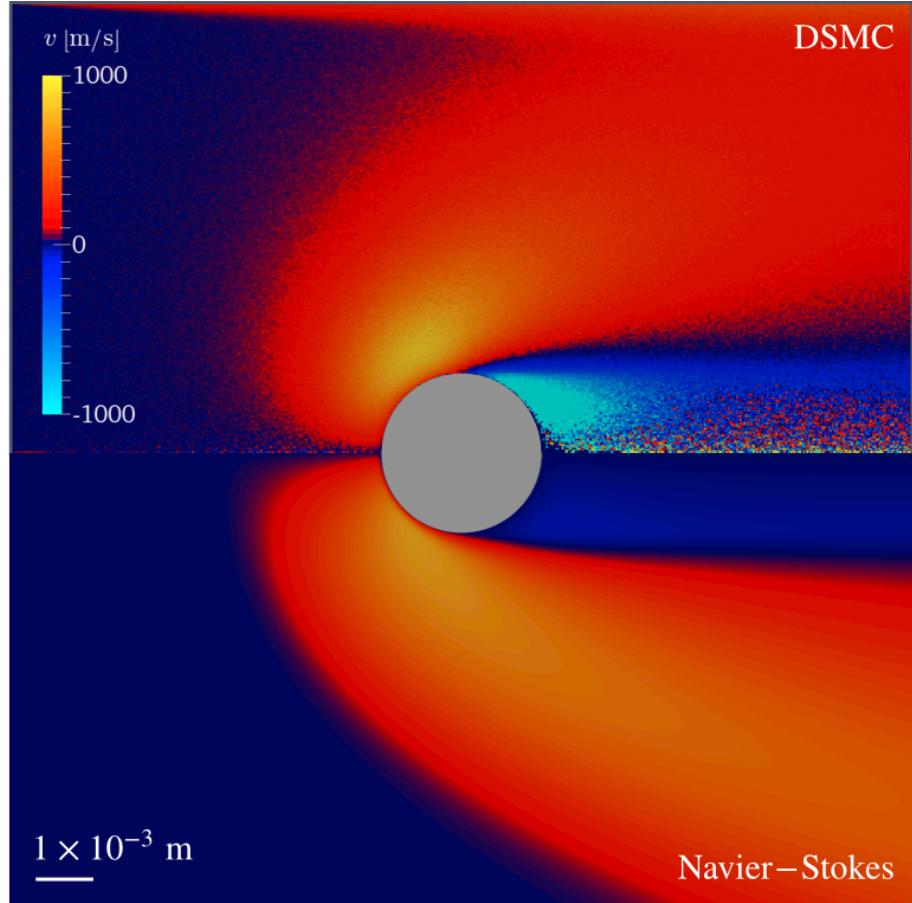


図 4.8 Navier–Stokes 解析および DSMC 法によって得られた  $y$  方向速度分布.

また, Navier–Stokes 解析および DSMC 法によって得られた並進温度分布を図 4.9 に示す. 淀み点は, DSMC 法で約 18,800 K, Navier–Stokes 解析で約 10,800 K であり, DSMC 法において約 1.6 倍ほど大きく見積もられた. さらに, 流星源前方の衝撃層の厚みも異なっており, DSMC 法の方が厚くなっている. 衝撃層の厚さは, 平均自由行程程度になることが知られており [63], 流星源直径と同程度の平均自由行程である本主流条件では, DSMC 法においてその特性をよく表すことができている. さらに,  $x$  方向速度分布と似た後流形状をしていることから, 流星源表面で気体分子が滑るか否かが大きく後流に影響していると考えられる.

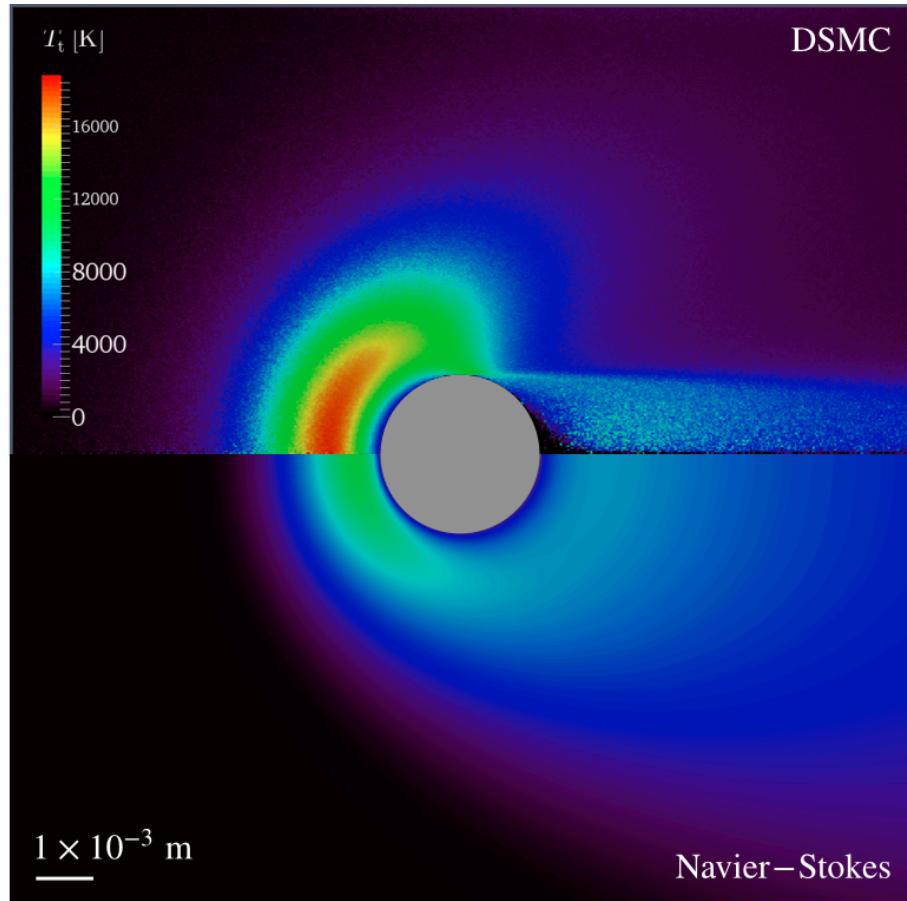


図 4.9 Navier–Stokes 解析および DSMC 法によって得られた並進温度分布.

また、DSMC 法で得られた分布において、計算領域の上境界で勾配が確認される。上境界の境界条件は流出境界としており、この境界から出でていくサンプル粒子は単純に消去される。図 4.8 を見ると明らかなように、この境界では上方向に速度を持っていることがわかる。計算領域左端での流入境界から入ってきた粒子は  $y$  方向速度を持たないが、上境界で値を与えていないために DSMC 法の結果に勾配が現れたと考えられる。この勾配の大きさは衝撃層での勾配と比べて無視できるほど小さいとこに加え、流星源から離れた位置に形成されるため影響は無視できると考えられる。

### 4.3 淀み点熱流束による比較

淀み点を 0 度とし、流星源表面位置を方位角で表したときの熱流束分布を図 4.10 に示す。ここで、黒い鎖線で示すのは軌道計算に用いた DKR モデルによって見積もられた淀み点熱流束である。

また、軌道計算において対流熱流束の推算に用いている DKR モデルによる熱流束と、Navier–Stokes 解析および DSMC 法によって得られた淀み点における熱流束の比較を表 4.3 に示す。軌道計算に用いた DKR モデルで見積もられた熱流束である約  $8 \text{ MW/m}^2$  を基準として比較すると、DKR モデルでの熱流束に対して Navier–Stokes 解析は約 9 割に過小評価された。一方 DKR モデルでの熱流束に対する DSMC 法での熱流束は、約 5 割と大きく過小評価されたことが分かる。

本計算条件の全体 Knudsen 数はほとんど 1 に達し、Navier–Stokes 解析から局所的にも連続流領域がほとんど存在しておらず、希薄流になっている可能性が極めて高い。仮に DSMC 法により見積もられた淀み点熱流束が Navier–Stokes 解析の見積もりよりも実際の物理現象をより良く再現できていると仮定すれば、この結果から軌道計算における熱流束の予測には希薄流にも対応した DKR モデル以外のモデルを使用するか、DKR モデルで得られる熱流束を何らかの方法で補正する必要があると考えられる。

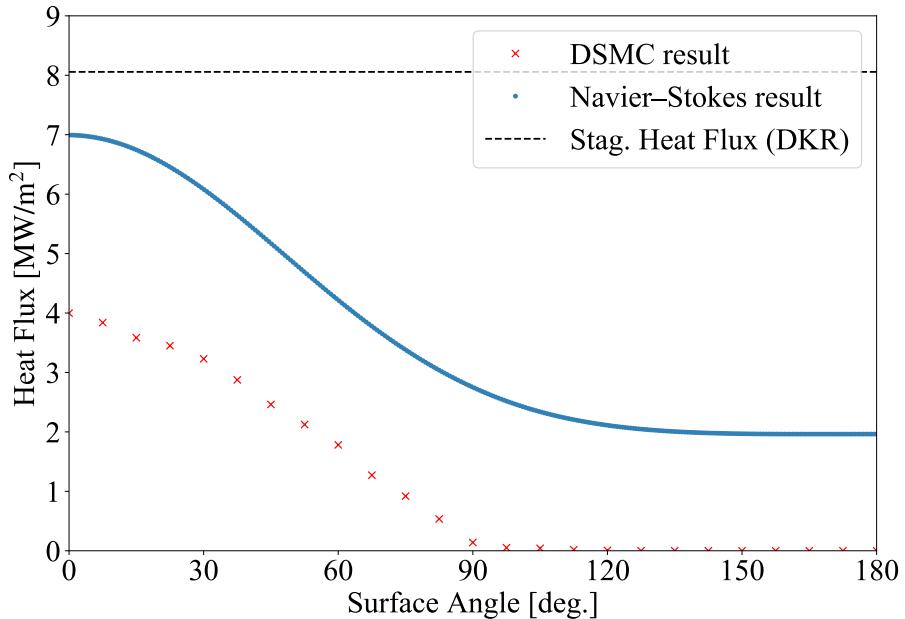


図 4.10 DKR モデルによる淀み点熱流束と流星源表面における熱流束。

表 4.3 淀み点における熱流束の比較.

	DKR モデル	Navier–Stokes 解析	DSMC 法
淀み点熱流束 [MW/m <sup>2</sup> ]	8.057	6.994	3.998
DKR モデルとの比 [-]	–	0.87	0.49

Navier–Stokes 解析と DSMC 法による流れ場解析では大きく異なる結果を得た. Knudsen 数を考慮すると連続体近似は破綻しており, DSMC 法が適している考えられるが, 本研究での流体場解析結果を用いた明確な根拠を示すことができなかつたため, 今後実験値や理論値 [64, 65] との比較を行い, DSMC 法が人工流れ星周りの流体場解析に適していることを示す必要がある.

## 第 5 章

# 軌道計算と DSMC 法の連成解析

第 4 章で得られた結果より、軌道計算で用いられる DKR モデルによる淀み点熱流束と、DSMC 法によって得られる淀み点熱流束が大きく異なることが分かった。これは DKR モデルは連続体を仮定しており、希薄流で適用することが困難であることを意味する。従って、自由分子流では DKR モデルと解離し、連続流に近づくにつれて DKR モデルに一致することが予想される。

本章では、軌道計算における複数地点で DSMC 法による流れ場解析を行い、軌道上でどのように淀み点熱流束が変化するかを調査する。また、その結果をもとにして DKR モデルでの淀み点熱流束を補正し、DSMC 法との連成解析として改めて軌道計算を行う。

### 5.1 連成解析の手順

軌道計算の時間刻み幅は  $1 \times 10^{-2}$  s である一方で、DSMC 法の時間刻み幅は  $1 \times 10^{-8}$  s から  $1 \times 10^{-6}$  s 程度であり、時間スケールが大きく異なる。従って、連成解析を行うにあたりその手順を工夫する必要がある。

本研究では、Knudsen 数と淀み点熱流束に相関があると仮定して、Knudsen 数のオーダーが切り替わるタイミングで DSMC 法による流体場解析を行い、それぞれで淀み点熱流束の補正を行う。従って、具体的な手順は以下のようになる。

1. 初期高度で DSMC 法を行う。
2. DSMC 法による結果より淀み点熱流束の補正係数を算出する。
3. 補正係数を考慮した軌道計算を、Knudsen 数のオーダーが切り替わるまで行う。
4. Knudsen 数のオーダーが切り替わる地点の条件を用いて DSMC 法による流体場解析を行う。
5. 以降、手順 2 から 4 を流星源が消滅するまで繰り返す。

また, Henderson による抗力係数モデル [24] の妥当性も同様の手順により検証を行う.

## 5.2 抗力係数の補正

### 5.2.1 DSMC 法との連成解析による補正係数の算出

まず, Henderson による抗力係数モデル [24] の妥当性を検証する. DSMC 法と軌道計算の連成解析によって得られた Knudsen 数に対する抗力係数の補正係数を以下の表に示す.

表 5.1 軌道計算および DSMC 法の連成解析による抗力係数の補正係数

$Kn$	補正係数 ( $C_d^*$ )
$1.2 \times 10^7$	0.908
$1 \times 10^6$	0.905
$1 \times 10^5$	0.888
$1 \times 10^4$	0.935
$1 \times 10^3$	1.02
$1 \times 10^2$	0.894
$1 \times 10^1$	1.03
2	1.05
1	1.08
$5 \times 10^{-1}$	1.13
$2 \times 10^{-1}$	1.07
$1 \times 10^{-1}$	1.03

ここで, 抗力係数の補正係数は, DSMC 法によって得られた抗力係数と, Henderson によるモデル式で得られた抗力係数の比となっている. 従って, 抗力係数の補正係数  $C_d^*$  は以下のように与える.

$$C_d^* = \frac{C_{d,DSMC}}{C_{d,Henderson}}. \quad (5.1)$$

ただし,  $C_{d,DSMC}$ ,  $C_{d,Henderson}$  はそれぞれ DSMC 法で得られた抗力係数と Henderson のモデル式による抗力係数である.

結果を見ると,  $Kn = 1 \times 10^7, 5 \times 10^{-1}$  を除いて  $\pm 10\%$  以下の差異となっており, 両者は概ね一致している.

### 5.2.2 補正された抗力係数による軌道への影響

次に、この補正係数を組み込んだ軌道計算を実施し、補正なしの軌道計算結果と比較する。補正係数の変化する幅が小さいことから、線形補間などは行わず、ステップ状に補正係数を抗力係数にかけ合わせた。まず、抗力係数への補正あり・なしの抗力係数変化を図 5.1 に示す。補正係数をかけた方は高度によってステップ状に抗力係数が変化していることが確認できる。また、抗力係数への補正あり・なしの流星源速度変化を図 5.2 に示す。両者は良好に一致しているが、消滅によって途切れるタイミングが補正ありの方が遅くなっていることが分かる。

次に、抗力係数への補正係数あり・なしの質量変化・Reynolds 数変化・Knudsen 数変化をそれぞれ図 5.3 から 5.5 に示す。どの結果においても、補正ありとなしでは良好に一致していることが確認できる。ただし、速度変化と同様に、消滅のタイミングに差異が生じている。

流星源消滅のタイミングが変化した原因としては、熱流束の見積もりの差異が影響したためと考えられる。補正あり・なしの流星源が受ける熱流束変化を図 5.6 に示す。高度 80 km 付近における熱流束の極大値を見ると、補正ありの最大熱流束が補正なしのものと比べて小さくなっている。これによって、アブレーションによる質量減少が遅れ、結果として消滅のタイミングに差異を及ぼしたと考えられる。しかし、消滅した高度を比較すると、補正ありの場合で高度 67.2 km、補正なしでは高度 67.7 km であり、その差は 0.5 km に留まった。

DSMC 法との連成計算による補正を加えた場合と Henderson のモデル式 [24] は概ね一致した。すなわち、人工流れ星の軌道上での抗力係数は Henderson のモデル式 [24] に従い、DSMC 法との連成計算による補正の必要は無いことが分かった。

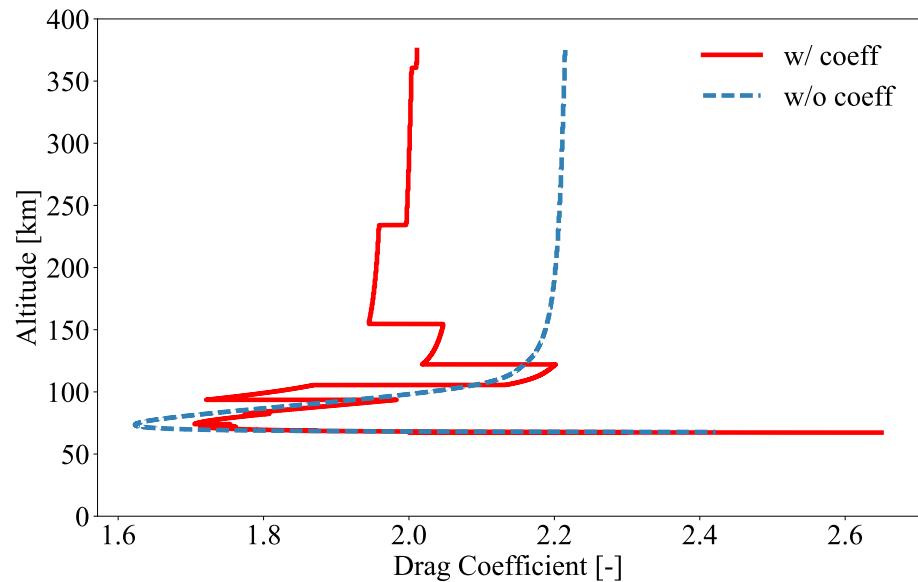


図 5.1 抗力係数の補正係数あり (w/) となし (w/o) による抗力係数変化.

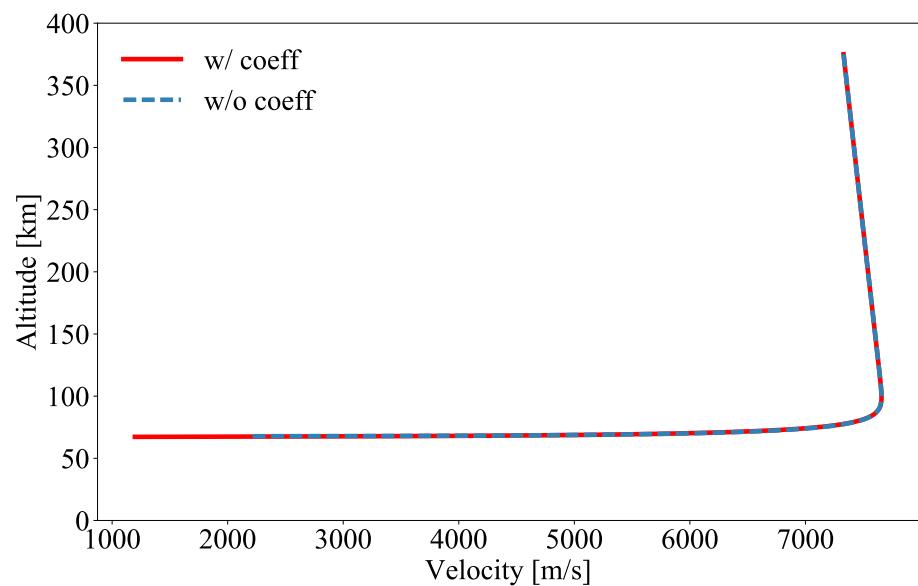


図 5.2 抗力係数の補正係数あり (w/) となし (w/o) による速度変化.

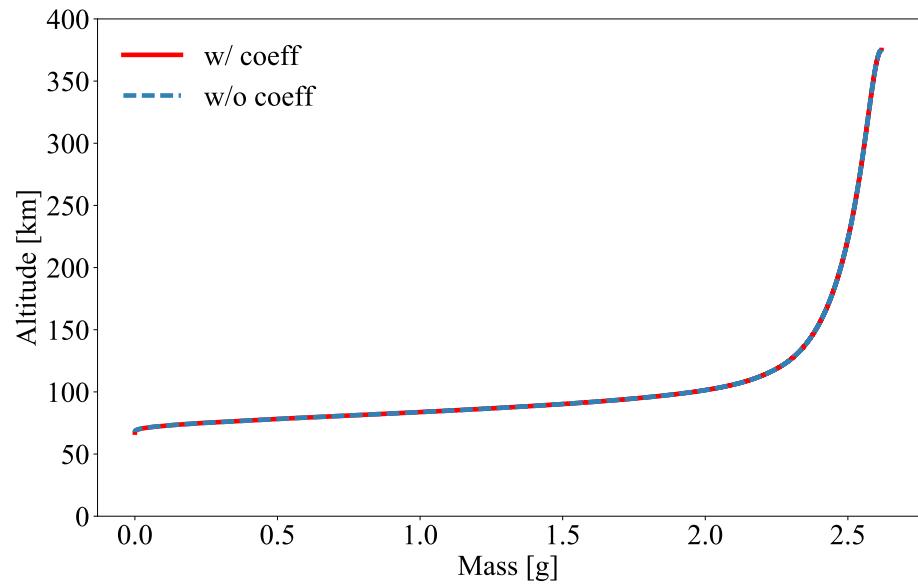


図 5.3 抗力係数の補正係数あり (w/) となし (w/o) による質量変化.

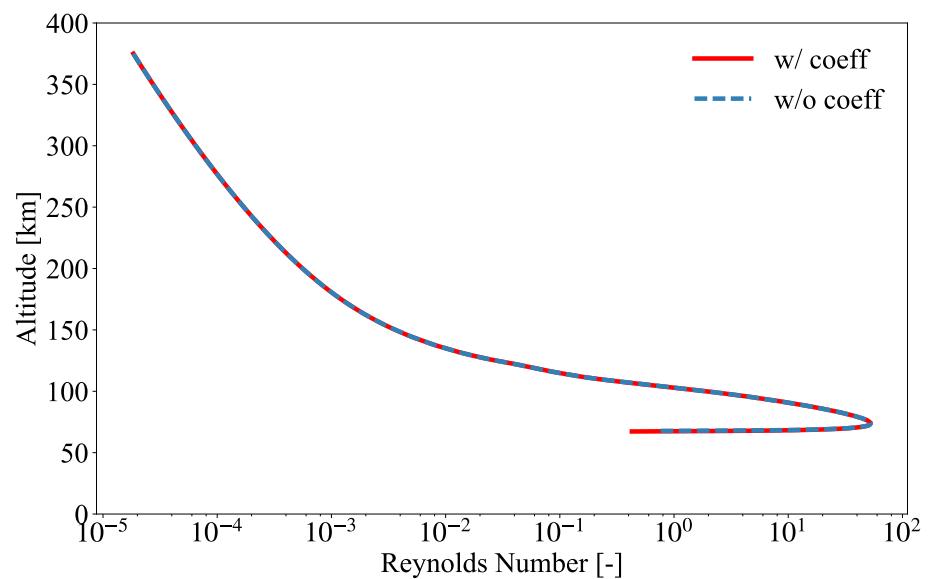


図 5.4 抗力係数の補正係数あり (w/) となし (w/o) による Reynolds 数変化.

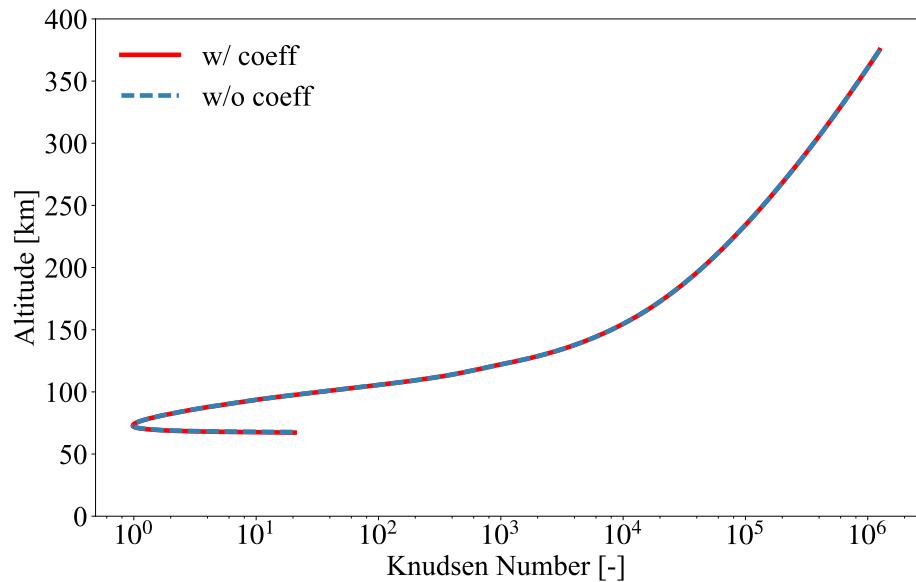


図 5.5 抗力係数の補正係数あり (w/) となし (w/o) による Knudsen 数変化.

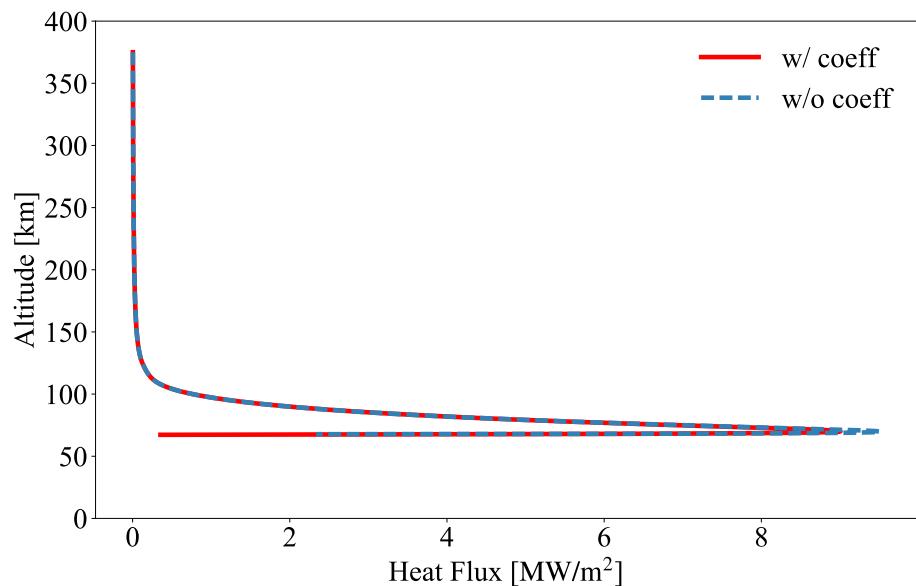


図 5.6 抗力係数の補正係数あり (w/) となし (w/o) による熱流束変化.

## 5.3 淀み点熱流束の補正

### 5.3.1 DSMC 法との連成解析による補正係数の算出

次に、淀み点熱流束について補正を試みる。DSMC 法との連成解析によって得られた Knudsen 数に対する淀み点熱流束の補正係数を以下の表に示す。

表 5.2 軌道計算および DSMC 法の連成解析による淀み点熱流束の補正係数

$Kn$	補正係数 ( $q_0^*$ )
$1.2 \times 10^7$	$8.13 \times 10^{-4}$
$1 \times 10^6$	$2.41 \times 10^{-3}$
$1 \times 10^5$	$2.36 \times 10^{-3}$
$1 \times 10^4$	$6.94 \times 10^{-3}$
$1 \times 10^3$	$2.59 \times 10^{-2}$
$1 \times 10^2$	$7.35 \times 10^{-2}$
$1 \times 10^1$	$1.82 \times 10^{-1}$
2	$3.66 \times 10^{-1}$
1	$4.98 \times 10^{-1}$
$5 \times 10^{-1}$	$6.96 \times 10^{-1}$
$2 \times 10^{-1}$	$8.74 \times 10^{-1}$
$1 \times 10^{-1}$	1.04

ここで、淀み点熱流束の補正係数  $q_0^*$  の定義は、DSMC 法によって得られる淀み点熱流束と DKR モデルによって得られる淀み点熱流束の比であり、以下のように与える。

$$q_0^* = \frac{q_{0,\text{DSMC}}}{q_{0,\text{DKR}}} \quad (5.2)$$

結果を見ると、Knudsen 数が大きいほど DKR モデルと乖離し、Knusen 数が 0.1 において概ね一致するということが分かる。これは、DKR モデルが連続流を仮定しているために自由分子流に近づくほど予測が不正確になるためと考えられる。さらに、この結果を両対数でプロットし、最小二乗法によって線形近似を行ったものを図 5.7 に示す。

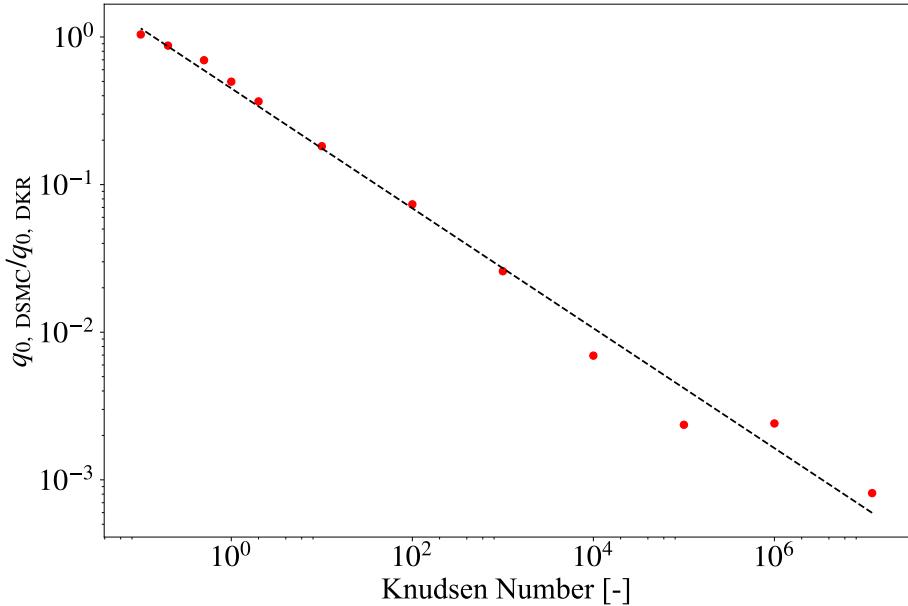


図 5.7 Knudsen 数と淀み点熱流束の補正係数の関係(両対数).

ここで、最小二乗法による傾きは  $-0.4062$ , 切片は  $-0.3481$  で相関係数は  $-0.9947$  となった。相関係数はほとんど  $-1$  になっていることからも、Knusen 数と補正係数には相関がある。従って、DKR モデルで得られる淀み点熱流束を以下の式によって補正すれば DSMC 法での淀み点熱流束に近づく。

$$q'_{0,\text{DKR}} = \begin{cases} q_{0,\text{DKR}} \times \exp [-0.4062 \times \log_{10} (Kn - 0.3481)], & Kn > 0.1, \\ q_{0,\text{DKR}}, & Kn \leq 0.1. \end{cases} \quad (5.3)$$

ただし、 $q'_{0,\text{DKR}}$  は補正後の淀み点熱流束を示す。

### 5.3.2 淀み点熱流束への補正による軌道への影響

次に、この補正を行った場合と行わない場合の軌道計算の比較を行う。ただし、抗力係数に関しては、先に述べたとおり補正による影響は無視できるほど小さく、Henderson のモデル式に従うものとした。

淀み点熱流束への補正あり・なしの速度変化および質量変化を図 5.8, 図 5.9 に示す。速度変化を見ると、両者は概ね一致している。しかし、質量変化を見ると、補正を加えることによって特に高高度での質量減少が非活性になっている。さらに、高度を落として連続流に近づくと、高度 80 km 付近で急激に質量が減少し、補正を加えない場合とほとんど同じ高度で消滅していることが分かる。

次に、補正あり・なしでの淀み点熱流束変化を図 5.10 に示す。補正を加えた場合、極大値が約 1.4 倍に増大したことが確認できる。しかし、極大値を迎える高度より高

高度では補正を加えた方が小さくなっている、高度 80 km 付近で両者が交差している。

また、淀み点熱流束への補正あり・なしでの抗力係数変化・Mach 数変化・Reynolds 数変化・Knudsen 数変化をそれぞれ図 5.11 から図 5.14 に示す。それぞれ極大値・極小値の多少の差異が見られるが、概ね両者は一致している。

さらに、淀み点熱流束に補正を加えた場合の最大発光地点を比較する。ただし、人工衛星からの放出角度が不明なため、初期座標からの変化角にその高度における地球中心からの距離をかけ合わせた、周方向距離で議論する。補正を加えない場合の最大発光地点は周方向に 6413 km で、補正を加えた場合は 6464 km であった。両者の差異は 51 km であり、ALE 人工衛星は発光地点から半径 200 km 以内で地上から観測されるとしており [11]、想定される観測範囲から考えるとこの差異は許容できるものではないと考えられる。

また、得られた軌道計算結果において、流星源が消滅するタイミングに差異が現れていることが分布から確認できる。これは消滅と判断する閾値の違いである。第 3 章で述べたように、質量がマシンゼロになるまでの議論は必要ないため、 $1 \times 10^{-9} \text{ g}$  で計算を終了している。しかし、補正を加えた場合では数値的な振動が発生したため、消滅の閾値を  $1 \times 10^{-7} \text{ g}$  に更新している。この更新によって消滅のタイミングが変化した。閾値の変更については、微小質量であることに加え、発光にはほとんど寄与しないため許容できる。

以上の結果により、DKR モデルをそのまま使用した場合と、DSMC 法との連成解析によって補正を加えた場合での軌道計算結果は大きく異なり、特に高度 100 km 以上の高高度における質量減少の振る舞いに差異が生じることが分かった。また、最大発光地点を比較するとその差異は 51 km であり、観測に与える影響は大きいことが分かった。

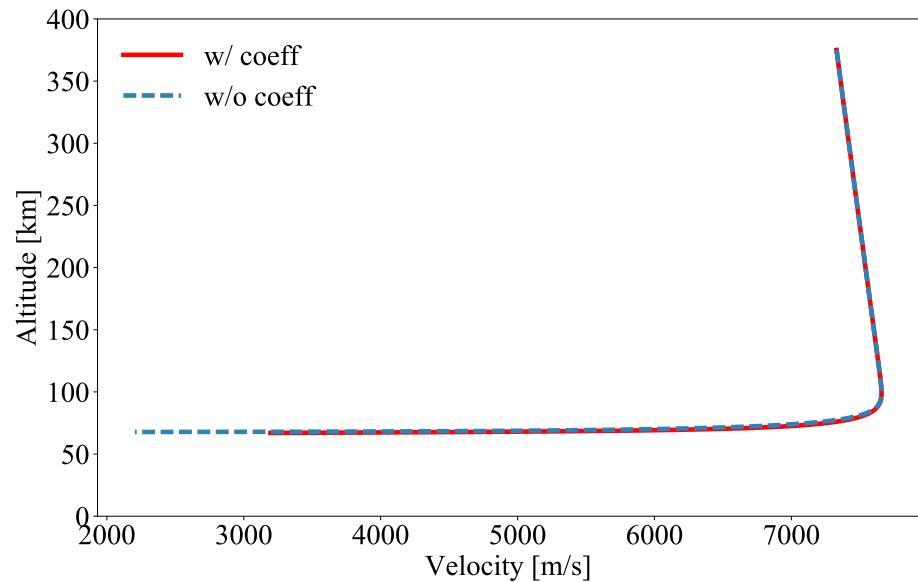


図 5.8 淀み点熱流束の補正係数あり (w/) となし (w/o) による速度変化.

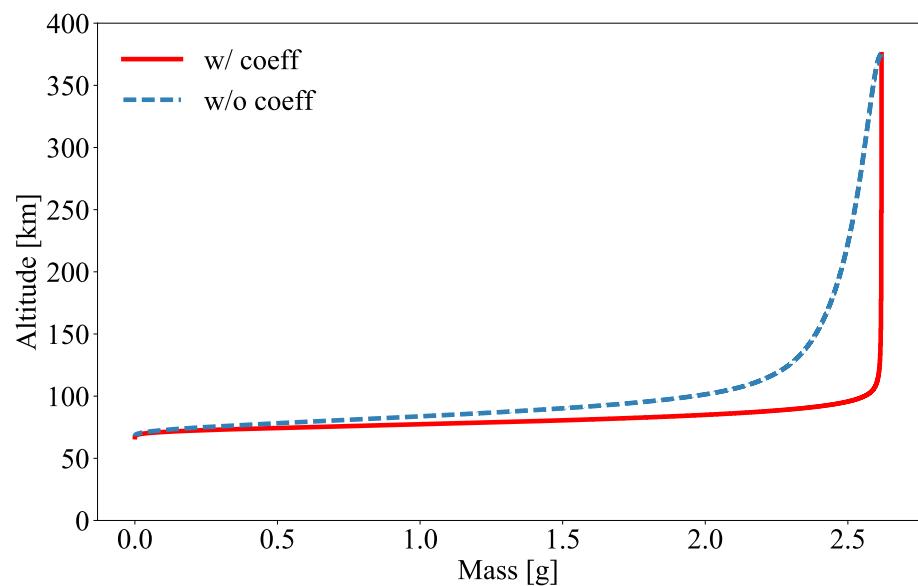


図 5.9 淀み点熱流束の補正係数あり (w/) となし (w/o) による質量変化.

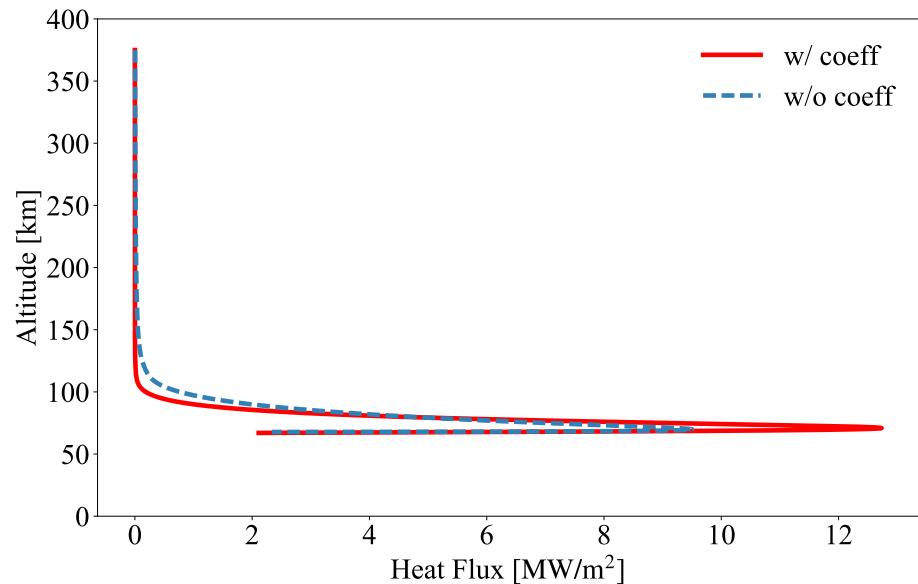


図 5.10 濡み点熱流束変化.

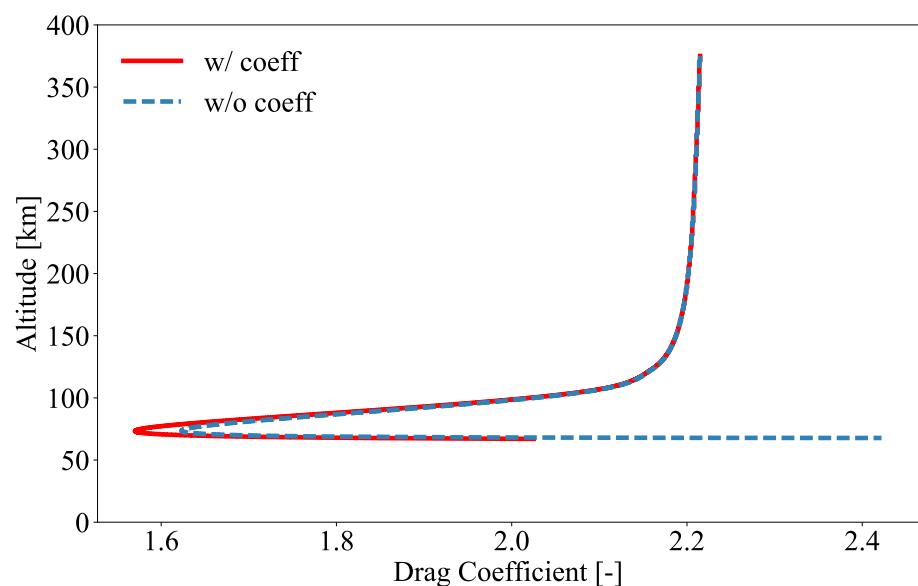


図 5.11 濡み点熱流束の補正係数あり (w/) となし (w/o) による抗力係数変化.

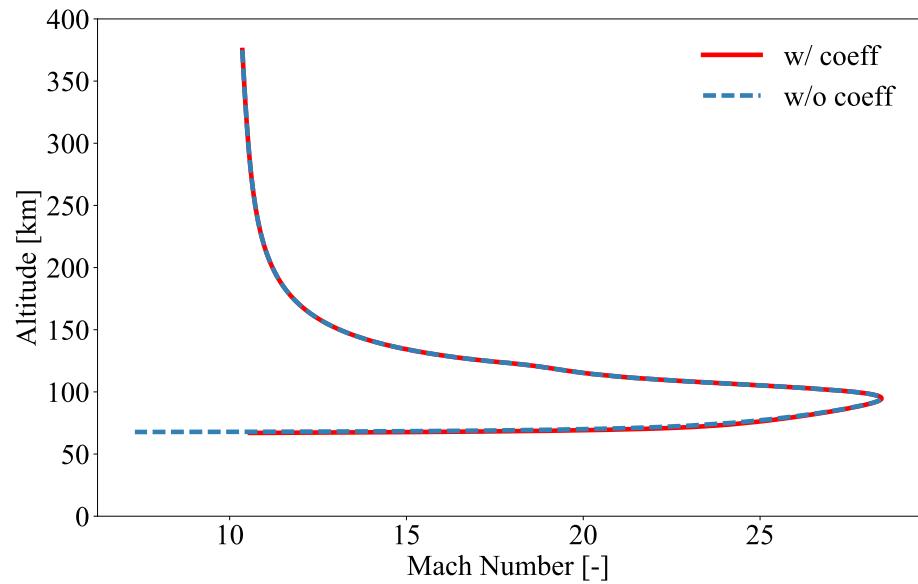


図 5.12 淀み点熱流束の補正係数あり (w/) となし (w/o) による Mach 数変化.

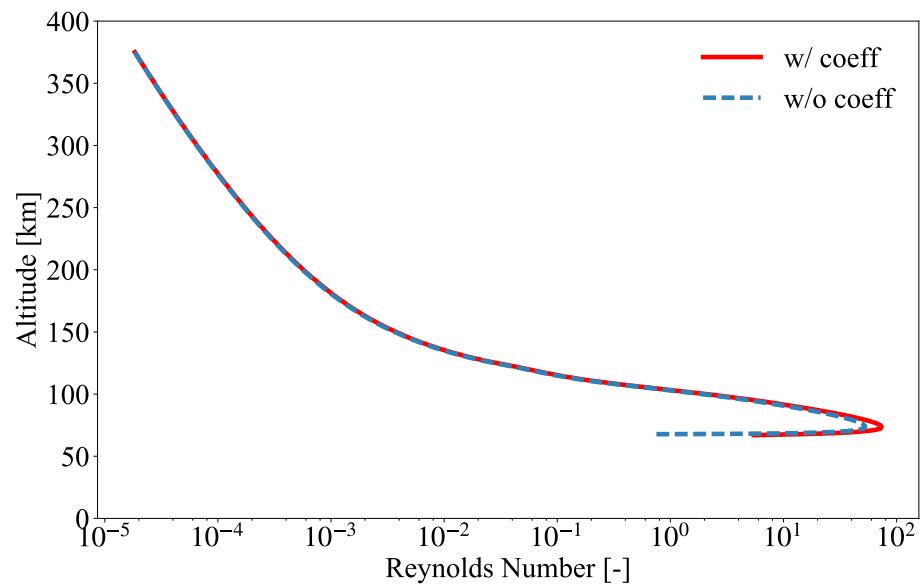


図 5.13 淀み点熱流束の補正係数あり (w/) となし (w/o) による Reynolds 数変化.

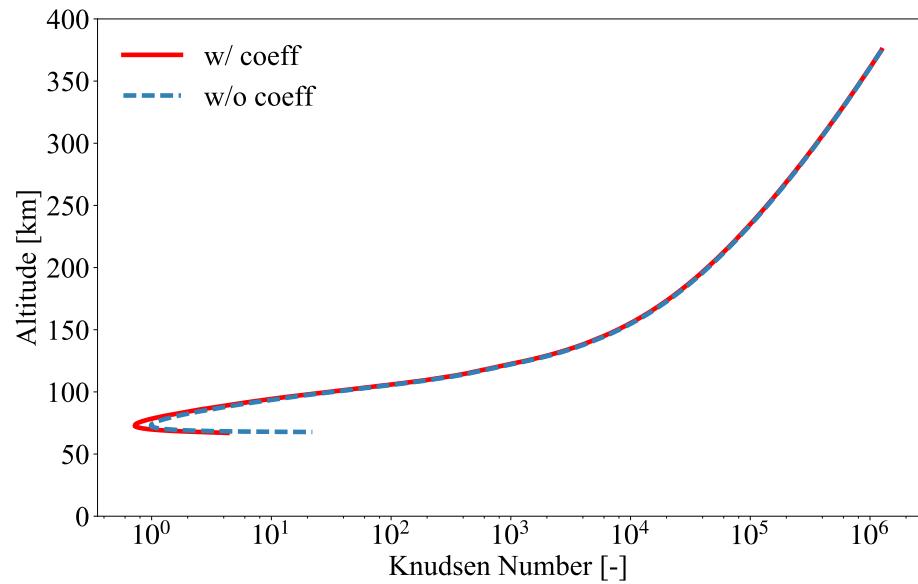


図 5.14 淀み点熱流束の補正係数あり (w/) となし (w/o) による Knudsen 数変化.

# 第 6 章

## 結論

本研究では ALE 人工流れ星を対象として、軌道計算及び流体場解析を行った。軌道計算は先行研究と同様の手法を用いて行い、特に流星源速度変化及び流星源質量変化の分布において良好な一致を示した。さらに粘性係数算出法を改善することでより正確な軌道計算を行うことが可能になった。

次に軌道計算で得られた軌道上において、最小 Knudsen 数を取る高度 73 km 地点での流体場解析を行った。解析手法としては Navier–Stokes 方程式を解く Navier–Stokes 解析と、DSMC 法を用いた。Navier–Stokes 解析により得られた局所 Knudsen 数を見ると、ほとんどの領域で Knudsen 数は 1 を超え、連続体近似が破綻していることが示唆された。また、DSMC 法との比較では  $x$  方向および並進温度において両者は大きく異なる分布を示した。さらに、淀み点熱流束により流体場解析結果を比較した。比較対象として軌道計算で用いた DKR モデルを使用した。Navier–Stokes 解析での淀み点熱流束は DKR モデルの 87% だったのに対して、DSMC 法での淀み点熱流束は DKR モデルの 49% に過小評価された。DKR モデルは連続体を仮定したモデルであり、人工流れ星の軌道のように高高度に適用することは困難であると考えられる。また、DSMC 法と DKR モデルでの淀み点熱流束が大きく異なったことから、実際に流星源が受ける加熱率は本研究で示したものよりも小さくなっている、これによって軌道が変わってしまう可能性が考えられる。

最後に、軌道計算と DSMC 法の連成解析を行った。本研究では Knudsen 数と抗力係数・淀み点熱流束にそれぞれ相関があると仮定した。まず、Knudsen 数のオーダーが切り替わる地点で DSMC 法による流体場解析を行い、DSMC 法で得られた抗力係数と Henderson のモデル式 [24] を比較することで、人工流れ星が移動する軌道に適用する補正テーブルを作成した。抗力係数の連成解析では、淀み点熱流束と異なり、どの Knudsen 数においても約 80% 以上一致した。この結果を用いて抗力係数を補正し、軌道計算を行ったところ、得られた軌道は補正を行わない場合とほぼ一致し、抗力係

数は Henderson のモデル式 [24] に従うことが分かった.

抗力係数と同様にして DSMC 法との連成解析により淀み点熱流束の補正を行った. DSMC 法により得られる淀み点熱流束と DKR モデルでの淀み点熱流束を比較することで補正テーブルを作成した. 作成した補正テーブルを見ると, 淀み点熱流束の補正係数は Knudsen 数と相関係数  $-0.9947$  の負の相関があることがわかった. さらに, 線形近似を行うことで淀み点熱流束を補正する関数を定義し, 補正を加えた軌道計算を行ったところ, 軌道は大きく変化し, 特に高度 100 km 以上の高高度における質量減少の様子が異なることが分かった. また, 最大発光地点を補正のあり・なしで比較を行ったところ, 51 km の差異が生じた. 発光地点から半径 200 km 以内での観測を想定した ALE 人工流れ星にとって, 約 50 km の差異は無視できるものではなく, 観測地点のより厳格な検証を行う必要性が示唆された.

この連成解析によって, 遷移領域においても, DSMC 法による正確な淀み点熱流束を見積りを反映した軌道計算を行うことが可能になり, 以前のものよりも高精度な軌道計算を達成した.

今後は, アブレーションを考慮した DSMC 法による解析 [57] を行い, 発光効率の見積もりを行うことで, 流星の発光メカニズムを調査する.

# 参考文献

- [1] I. P. Williams, “The velocity of meteoroids: a historical review”, *Atmospheric Chemistry and Physics*, **4** (2), pp. 471–475, 2004.
- [2] 長沢工, 流星と流星群 流星とはどうして光るのか, 地人書館, 1997.
- [3] Z. Ceplecha, J. Borovička, W. G. Elford, D. O. ReVelle, R. L. Hawkes, V. Porubčan, and M. Šimek, “Meteor phenomena and bodies”, *Space Science Reviews*, **84** (3-4), pp. 327–471, 1998.
- [4] W. G. Ayers, “Luminous efficiency of an artificial meteor at 11.9 kilometers per second”, Technical Report TN D-2931, NASA, 1965.
- [5] S. Abe, “Meteoroids and Meteors – Observations and Connection to Parent Bodies”, in *Small Bodies in Planetary Systems*, pp. 1–38, Springer, 2008.
- [6] C. Stolle, H. Lühr, M. Rother, and G. Balasis, “Magnetic signatures of equatorial spread F as observed by the CHAMP satellite”, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, **111** (A2), p. A02304, 2006.
- [7] 藤原均, 三好勉信, 陣英克, 品川裕之, 野澤悟徳, 小川泰信, 東尾奈々, “宇宙天気としての熱圏・電離圏変動の研究”, 第9回宇宙環境シンポジウム講演論文集, 39–42頁, 2013.
- [8] K. Sato, M. Kohma, M. Tsutsumi, and T. Sato, “Frequency spectra and vertical profiles of wind fluctuations in the summer Antarctic mesosphere revealed by MST radar observations”, *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, **122** (1), pp. 3–19, 2017.
- [9] 木村菜摘, “人工流星の軌道と発光強度に関するパラメータ感度分析”, 修士学位論文, 首都大学東京大学院, 2018.
- [10] N. Zehentner, “Kinematic orbit positioning applying the raw observation approach to observe time variable gravity”, Ph.D. dissertation, 2017.
- [11] “ALE Co., Ltd. -衛星から人工流れ星を流す宇宙ベンチャー”, <https://star-ale.com/>, (Accessed on 03/03/2020).
- [12] 平賀涼子, 蒲池康, A. Lemal, 岡島礼奈, “ALE 人工流れ星で観る地球大気とその

活用可能性”, 第 62 回宇宙科学技術連合講演会, 講演番号 1S12, 2017.

- [13] P. Jenniskens, M. A. Wilson, D. Packan, C. O. Laux, C. H. Krüger, I. D. Boyd, O. P. Popova, and M. Fonda, “Meteors: A delivery mechanism of organic matter to the early Earth”, in *Leonid Storm Research*, pp. 57–70, Springer, 2000.
- [14] J. Grinstead, P. Jenniskens, A. Cassell, J. Albers, and M. Winter, “Airborne observation of the Hayabusa sample return capsule Re-entry”, in *42nd AIAA Thermophysics Conference*, p. 3329, 2011.
- [15] G. A. Bird and J. M. Brady, *Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows*, Clarendon Press, Oxford, 1994.
- [16] E. A. Silber, W. K. Hocking, M. L. Niculescu, M. Gritsevich, and R. E. Silber, “On shock waves and the role of hyperthermal chemistry in the early diffusion of overdense meteor trains”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **469** (2), pp. 1869–1882, 2017.
- [17] M. Watanabe, H. Sahara, S. Abe, T. Watanabe, Y. Nojiri, and L. Okajima, “Development of artificial meteor for observation of upper atmosphere”, *Acta Astronautica*, **121**, pp. 172–178, 2016.
- [18] O. Popova, “Meteoroid ablation models”, *Earth, Moon, and Planets*, **95** (1-4), pp. 303–319, 2004.
- [19] D. Subasinghe, M. Campbell-Brown, and E. Stokan, “Luminous efficiency estimates of meteors-I. Uncertainty analysis”, *Planetary and Space Science*, **143**, pp. 71–77, 2017.
- [20] D. Subasinghe and M. Campbell-Brown, “Luminous Efficiency Estimates of Meteors. II. Application to Canadian Automated Meteor Observatory Meteor Events”, *The Astronomical Journal*, **155** (2), pp. 1–13, 2018.
- [21] D. O. ReVelle, “Bolide Physical Theory with Application to PN and EN Fireballs.”, Technical Report, Los Alamos National Laboratory, 2001.
- [22] N. H. Kemp and F. R. Riddell, “Heat transfer to satellite vehicles re-entering the atmosphere”, *Journal of Jet Propulsion*, **27** (2), pp. 132–137, 1957.
- [23] 西面敦義, 犬飼耕平, 服部友哉, 青野正寛, 市原大輔, 上野宙輝, 岡原卓矢, 栗原理也, 鈴木秀明, 森拓也, “ブラックアウト回避実験衛星「TWINS」”, 第 18 回衛星設計コンテスト設計の部衛星設計解析書, 2010.
- [24] C. B. Henderson, “Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows”, *AIAA Journal*, **14** (6), pp. 707–708, 1976.
- [25] W. A. Page, D. L. Compton, W. J. Borucki, D. L. Ciffone, and D. M. Cooper,

- “Radiative transport in inviscid nonadiabatic stagnation-region shock layers”, *AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics: Thermal Design Principles of Spacecraft and Entry Bodies*, **21**, pp. 75–114, 1969.
- [26] B. Baldwin and Y. Sheaffer, “Ablation and breakup of large meteoroids during atmospheric entry”, *Journal of Geophysical Research*, **76** (19), pp. 4653–4668, 1971.
  - [27] C. O. Johnston, E. C. Stern, and L. F. Wheeler, “Radiative heating of large meteoroids during atmospheric entry”, *Icarus*, **309**, pp. 25–44, 2018.
  - [28] Y. Prevereaud, “Contribution a la modelisation de la rentree atmospherique des debris spatiaux”, Ph.D. dissertation, ISAE-SupAero, Toulouse, France, 2014.
  - [29] “Geo Forschungs Zentrum Web site”, <https://www.gfz-potsdam.de/startseite/>, (Accessed on 02/21/2020).
  - [30] “NOAA / NWS Space Weather Prediction Center”, <https://www.swpc.noaa.gov/>, (Accessed on 02/21/2020).
  - [31] 藤田玲子, “太陽活動及び地磁気活動と北極振動との関係に関する統計的解析”, 修士学位論文, 筑波大学大学院, 2007.
  - [32] F. G. Blottner, M. Johnson, and M. Ellis, “Chemically Reacting Viscous Flow Program for Multi-Component Gas Mixtures.”, Technical Report, Sandia Labs., Albuquerque, 1971.
  - [33] C. H. Kruger and W. G. Vincenti, *Introduction to physical gas dynamics*, John Wiley & Sons, New York, 1965.
  - [34] C. R. Wilke, “A viscosity equation for gas mixtures”, *The Journal of Chemical Physics*, **18** (4), pp. 517–519, 1950.
  - [35] C. Park, *Nonequilibrium hypersonic aerothermodynamics*, John Wiley & Sons, New York, 1989.
  - [36] C. Park, “Assessment of a two-temperature kinetic model for dissociating and weakly ionizing nitrogen”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, **2** (1), pp. 8–16, 1988.
  - [37] R. C. Millikan and D. R. White, “Systematics of vibrational relaxation”, *The Journal of chemical physics*, **39** (12), pp. 3209–3213, 1963.
  - [38] I. D. Boyd, G. Chen, and G. V. Candler, “Predicting failure of the continuum fluid equations in transitional hypersonic flows”, *Physics of Fluids*, **7** (1), pp. 210–219, 1995.
  - [39] Y. Wada and M.-S. Liou, “A flux splitting scheme with high-resolution and robust-

- ness for discontinuities”, in *32nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, p. 83, 1994.
- [40] 高木亮治, “極超音速非平衡流れの数値解析”, Technical Report 1407, 航空宇宙技術研究所, 2000.
- [41] B. van Leer, “Towards the ultimate conservative difference scheme. V. A second-order sequel to Godunov’s method”, *Journal of computational Physics*, **32** (1), pp. 101–136, 1979.
- [42] P. L. Roe, “Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes”, *Journal of computational physics*, **43** (2), pp. 357–372, 1981.
- [43] M. Gallis, J. Torczynski, D. Rader, and G. Bird, “Accuracy and convergence of a new DSMC algorithm”, in *40th Thermophysics Conference*, p. 3913, 2008.
- [44] K. Koura and H. Matsumoto, “Variable soft sphere molecular model for inverse-power-law or Lennard-Jones potential”, *Physics of fluids A: fluid dynamics*, **3** (10), pp. 2459–2465, 1991.
- [45] M. A. Gallis, J. Torczynski, and D. Rader, “Molecular gas dynamics observations of Chapman-Enskog behavior and departures therefrom in nonequilibrium gases”, *Physical Review E*, **69** (4), p. 042201, 2004.
- [46] M. Gallis and J. Torczynski, “Investigation of the ellipsoidal-statistical Bhatnagar–Gross–Krook kinetic model applied to gas-phase transport of heat and tangential momentum between parallel walls”, *Physics of Fluids*, **23** (3), p. 030601, 2011.
- [47] C. Park, “Review of chemical-kinetic problems of future NASA missions. I-Earth entries”, *Journal of Thermophysics and Heat transfer*, **7** (3), pp. 385–398, 1993.
- [48] C. Park, R. L. Jaffe, and H. Partridge, “Chemical-kinetic parameters of hyperbolic earth entry”, *Journal of Thermophysics and Heat transfer*, **15** (1), pp. 76–90, 2001.
- [49] G. P. Menees and C. Park, “Nitric oxide formation by meteoroids in the upper atmosphere”, *Atmospheric Environment (1967)*, **10** (7), pp. 535–545, 1976.
- [50] C. Park and G. P. Menees, “Odd nitrogen production by meteoroids”, *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **83** (C8), pp. 4029–4035, 1978.
- [51] E. A. Silber, M. L. Niculescu, P. Butka, and R. E. Silber, “Nitric Oxide Production by Centimeter-Sized Meteoroids and the Role of Linear and Nonlinear Processes in the Shock Bound Flow Fields”, *Atmosphere*, **9** (5), p. 202, 2018.
- [52] J. F. Padilla, “Comparison of DAC and MONACO DSMC codes with flat plate simulation”, 2010.
- [53] T. Scanlon, E. Roohi, C. White, M. Darbandi, and J. Reese, “An open source,

- parallel DSMC code for rarefied gas flows in arbitrary geometries”, *Computers & Fluids*, **39** (10), pp. 2078–2089, 2010.
- [54] C. White, M. K. Borg, T. J. Scanlon, S. M. Longshaw, B. John, D. Emerson, and J. M. Reese, “dsmcFoam+: An OpenFOAM based direct simulation Monte Carlo solver”, *Computer Physics Communications*, **224**, pp. 22–43, 2018.
- [55] M. Raeisi, M. Mohammadi-Amin, and R. Zakeri, “Numerical Investigation of Interaction of Counter Flow Jet and Hypersonic Capsule Flow Via Modified DsmcFoam”, *Journal of Heat Transfer*, **141** (10), 2019.
- [56] S. N. Laboratories, “SPARTA Direct Simulation Monte Carlo (DSMC) Simulator”, 2020, <https://sparta.sandia.gov/>.
- [57] F. Bariselli, A. Frezzotti, A. Hubin, and T. E. Magin, “Aerothermodynamic modelling of meteor entry flows”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **492** (2), pp. 2308–2325, 2020.
- [58] S. J. Plimpton, S. G. Moore, A. Borner, A. K. Stagg, T. Koehler, J. R. Torczynski, and M. A. Gallis, “Direct simulation Monte Carlo on petaflop supercomputers and beyond”, *Physics of Fluids*, **31** (8), p. 086101, 2019.
- [59] 木村菜摘, 山下矩央, 平野航, 佐原宏典, 蒲池康, Lemal Adrien, 岡島礼奈, “空気力学的・熱的パラメータが人工流れ星の軌道とその発光強度に及ぼす影響”, 第 62 回宇宙科学技術連合講演会講演集, 講演番号 1S09, 2018.
- [60] W. Sutherland, “The viscosity of gases and molecular force”, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **36** (223), pp. 507–531, 1893.
- [61] U. S. C. on Extension to the Standard Atmosphere., *U.S. standard atmosphere*, 1976, National Oceanic and Atmospheric Administration, U.S. Govt. Print. Off Washington, 1976.
- [62] 久保田弘敏, 鈴木宏二郎, 綿貫忠晴, 宇宙飛行体の熱気体力学, 東京大学出版, 2002.
- [63] 日本航空宇宙学会, 航空宇宙工学テキストシリーズ 圧縮性流体力学, 丸善, 2015.
- [64] N. Singh and T. E. Schwartzenruber, “Heat flux correlation for high-speed flow in the transitional regime”, *Journal of Fluid Mechanics*, **792**, pp. 981–996, 2016.
- [65] N. Singh and T. E. Schwartzenruber, “Aerothermodynamic correlations for high-speed flow”, *Journal of Fluid Mechanics*, **821**, pp. 421–439, 2017.

# 謝辞

本研究を進めるにあたり、東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻 大西 直文 教授には熱心な御指導、御鞭撻を賜りました。毎週行われたミーティングでは長時間に渡って意見を頂き議論に付き合っていただきました。また、研究の方針に迷ったときは相談に乗っていただき、研究への姿勢や考え方を教えていただきました。教授に教えていただいたことは学術的なことのみならず、話の伝え方や筋の通し方など今後必ず役立つ様々なことを学ぶことができました。教授の下で研究が行えたことは、本学において最も幸運なことでした。ここに感謝の意と敬意を表します。

本研究を遂行するにあたり、株式会社 ALE チーフエンジニア Lemal Adrein 博士、株式会社 ALE 代表取締役社長 岡島 礼奈 様には共同研究の提案をいただき、研究に対する助言や、学会参加等の支援をしていただきました。厚く御礼申し上げます。

東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻 高橋 聖幸 准教授には特に流体計算において意見を頂戴し、また学会資料の添削も行っていただきました。機械知能・航空研修 II では物理の基礎的な知識から専門的な知識まで、分かりやすくかつ情熱をもって指導していただきました。厚く御礼申し上げます。

東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻 加藤 ちなみ 助教には本研究において特にモンテカルロ法についての指導を頂きました。また、3・4年ゼミでは知識の乏しい私に多くのことを教えて頂きました。厚く御礼申し上げます。

東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻 佐藤 慎太郎 助教には研究の方針へのアドバイスを頂き、研究を進める上で重要となる論文を教えて頂くなど、寄り添って指導頂きました。また、常に明るく研究室を盛り上げて頂き、楽しく研究を進めることができ、精神的にも非常に助けて頂きました。厚く御礼申し上げます。

大西研究室事務補佐員の赤松 太恵子 さんには、学会や研究に関する事務手続きを快く引き受けて頂き、研究に集中することができました。また、生活面でもお世話になり、質の高い研究室生活を送ることができました。厚く御礼申し上げます。

大西研究室博士課程前期 2 年の宇田 惟一朗さん、山川 雄大さん、Kumar Harihara Sudhan さん、丹野 茉莉枝さん、大西研究室博士課程前期 1 年の蘆川 健一郎さん、榎戸 智輝さん、坂本 広樹さん、佐藤 慧一さん、和田 朱音さんには、数値計算における

技術的な指導や研究で必要となる知識、研究方針や私生活における悩みまで様々な相談に乗って頂き、豊富な知識から丁寧にアドバイスを頂きました。生意気な私にとことん優しく接してくださり、こんなにも最高の先輩に恵まれたことは何に増しても得難い喜びです。厚く御礼申し上げます。

大西研究室学部3年の李知洪くん、佐藤瑠星くん、田村秀人くん、経沢尚樹くんとは、3・4年ゼミで共に学ぶ中で、教える立場の私が逆に気付かされたり、教えていただくことが多々ありました。厚く御礼申し上げます。

大西研究室同期の小林晃くん、鈴木颯一朗くんとは喜び・悩みを常に共有し、研究で困難があった時の心の支えとなりました。研究室だけでなく私生活でも関わり、彼らとの時間は私にとってかけがえのないものでした。厚く御礼申し上げます

最後に、今まで22年余り私を支え、どんな時も応援し優しく見守ってくれた母に深謝と愛を表し、謝辞とさせて頂きます。