

人工流れ星における極超音速希薄流体場の数値解析

○ 林大地 (東北大), Lemal Adrien (ALE Co., Ltd.),

大西直文, 佐藤慎太郎 (東北大), 蒲池康, 岡島礼奈 (ALE Co., Ltd.)

Simulation of the hypersonic rarefied flow environment around an artificial shooting star

HAYASHI Daichi (Tohoku University), ADRIEN, Lemal (ALE Co., Ltd.),

OHNISHI, Naofumi, SATO, Shintaro (Tohoku University), Koh Kamachi and Lena Okajima (ALE Co., Ltd.)

Abstract

In order to investigate properties of wake field introduced by an artificial shooting star, numerical simulations were conducted for thermochemical non-equilibrium flow around a sphere of 1 cm diameter under the calculation condition of the artificial shooting star that Astro Live Experience is working on. A strong shock wave was formed in front of the sphere, and a thermochemical non-equilibrium shock layer was confirmed. The maximum temperature was 22,000 K for translational and rotational temperatures, and 7,000 K for vibrational and electronic excitation temperatures. In addition, local Knudsen numbers and components of drag coefficient were investigated, and it was found that wide region of the wake flow is rarefied, resulting from the small sphere diameter.

Key Words : Artificial Meteor, Wake Flow, Thermochemical Non-equilibrium Flow, Rarefied flow

1 緒言

2 軌道計算シミュレータの構築

人工流れ星周りの正確な数値解析を行うにあたり、人工流れ星が移動する流れ場の状況を詳細に把握することは極めて重要である。従って、人工流れ星の放出から、人工流れ星がアブレーションにより質量が無くなるまでを、軌道計算シミュレータを構築することにより再現する。シミュレータは地球中心を原点とする 2 次元極座標系を考慮した。

また、大気モデルには米国海軍研究所 (the U.S. Naval Research Laboratory, NRL) が公開している NRLM-SISE-00 [1] を使用した。

2.1 軌道計算シミュレータの支配方程式と使用モデル

軌道上を周回する人工衛星から進行方向後ろ向きに放出された流星源は、放出された地点を遠地点とした楕円軌道に投入される。放出された流星源の運動方程式は、流星源の位置 \mathbf{r} , 速度 \mathbf{v} , 質量 m を用いて式 (1) のように記述される。

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\nabla U(\mathbf{r}) - \frac{1}{2} C_d S \rho v^2 \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \quad (1)$$

ここで、 C_d は抗力係数、 S は前面投影面積、 ρ は大気密度であり、 $U(\mathbf{r})$ は地球の重力ポテンシャルである。

流星源は大気圏突入時に空力加熱を受け、アブレーションを起こす。アブレーションによる質量減少は式 (2) で表される。ただし、 C_h は単位時間当たりに流星源に供給されるエネルギーのうち、アブレーションに必要なとなるエネルギーの割合で、熱伝達係数と呼ばれる。 L^* は流星源が融解、気化及び破碎を含むアブレーションを起こ

すために単位質量当りに必要になるエネルギーである。

$$L^* \frac{dm}{dt} = -\frac{1}{2} C_h S \rho v^3 \quad (2)$$

さらに、質量の減少に伴って体積および投影面積も変化する。前面投影面積と質量は形状変化係数 ν を用いて、式 (3) に従う。ここで、 S_e と m_e はそれぞれ人工衛星から放出された直後の前面投影面積と質量である。

$$\frac{S}{S_e} = \left(\frac{m}{m_e} \right)^\nu \quad (3)$$

本研究において、アブレーションによる質量減少過程において形状は変化せず、球形を保ったままであると仮定した。加えて流星源は質量密度が一様であると仮定すれば形状変化係数は式 (4) で決まる。これは、球の質量は半径の 3 乗に比例し、前面投影面積は半径の 2 乗に比例するためである。

$$\nu = \frac{2}{3} \quad (4)$$

流星源は極超音速で大気圏に突入するため、強い衝撃波が前方に形成され、空力加熱を受ける。この空力加熱は、流動によって行われる対流加熱と、高温により励起された原子が脱励起する際に放出する電磁波によって加熱される輻射加熱に分けられる。流星源は天然のものよりも低速で運動するため、本シミュレータでは対流加熱のみを考慮した。対流加熱による加熱率のモデルには、式 (5) に示す Detra-Kemp-Riddle [?] の推算式 (冷壁条件) を用いた。

$$q = \frac{110.35}{\sqrt{r}} \left(\frac{v}{v_{\text{ref}}} \right)^{-3.15} \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{ref}}} \right)^{0.5} \quad (5)$$

ここで、 r は球半径で、 $v_{\text{ref}} = 7925 \text{ m/s}$, $\rho_{\text{ref}} = 1.225 \text{ kg/m}^3$ である。この式は軌道から決まる速度と大気密度を用い

て対流加熱を見積もることが可能なため、非常に有用である [?].

抗力係数 C_d は式 (6) に示すように、Henderson [2] によるモデル式を使用した。

$$C_d = \frac{0.9 + \frac{0.34}{M^2} + 1.86 \left(\frac{M}{Re} \right)^{1/2} E}{1 + 1.86 \left(\frac{M}{Re} \right)^{1/2}} \quad (6)$$

where

$$E = 2 + \frac{2}{Sa^2} + \frac{1.058}{Sa} \left(\frac{T_w}{T} \right)^{1/2} - \frac{1}{Sa^4}$$

$$Sa = M \sqrt{\frac{\gamma}{2}}$$

ここで、 M , Re , γ , T はそれぞれ主流のマッハ数、レイノルズ数、比熱比、温度であり、 T_w は球の壁面温度である。

また、Prevareaud [3] によると、熱伝達係数 C_h は式 (7) のようにマッハ数と流星源が受ける加熱率 q の関数として与えられる。

$$C_h = \frac{2q}{\rho v^3} \frac{I_1}{I_2} \quad (7)$$

where

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \left(\sin^2 \theta + \frac{\cos^2 \theta}{1 + \zeta M^2} \right) \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \cos \theta \sin \theta \right\} d\theta$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \left(\sin^2 \theta + \frac{\cos^2 \theta}{1 + \zeta M^2} \right) \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \cos^2 \theta \right\} d\theta$$

また、大気粘性係数は Sutherland の式によって求めた。

2.2 軌道計算シミュレータの数値計算法と計算条件

本シミュレータでは、式 (1) と式 (2) の微分方程式を $r, \dot{r}, \theta, \dot{\theta}, m$ の時間微分について解いた 5 つの連立微分方程式として 4 段 4 次の Runge-Kutta 法により数値的に解いた。ただし、従属変数上部のドットは時間微分を表す。

アブレーションにより質量減少が起きるが、その際には質量が 10^{-9} kg を下回ると完全に消滅したとして、計算を終了した。

次に、軌道計算シミュレータの初期条件を表 2 に示す。この初期条件は木村 [4] と同様の条件に設定した。

Table 1 軌道計算シミュレータにおける初期条件。値は木村 [4] の条件と同様に設定した。

時刻	2020 年 1 月 1 日 0:0:0(UTC)
初期位置	W43° N63° 高度 375 km
初期速度	7330 m/s
流星源密度	5000 kg/m ³
流星源形状	球, ϕ 10 mm

2.3 軌道計算シミュレータの結果と先行研究との比較

初めに、高度に対する大気密度及び温度分布を Fig. 1, Fig. 2 にそれぞれ示す。Fig. 1 から、大気密度は概ね良好な一致を示していると言える。対して Fig. 2 に示す大気温度は高度 250 km 付近で 50 K 以上の誤差があり、高度 120 km 以下でも誤差が見られた。120 km 以下での温度誤差については、木村 [4] では人工衛星から放出される角度も考慮されており、対して本シミュレータは角度が不明だったため初期位置から座標は移動していない。従って高度が下がるほどに座標に誤差が生じ、その座標の誤差によって低高度 (120 km) 以下での温度に誤差が生じている。また、高高度 (150 km 以上) の温度誤差について、先程述べた座標の誤差に加えて、太陽条件や地磁気擾乱の活発性を考慮していないことが原因で、温度が低くなっている。

高高度の温度誤差については、輻射加熱には影響するが大気密度が低いいため、対流加熱への寄与は小さくアブレーションもほとんど起こらないため、許容できる誤差であると言える。また、低高度での温度誤差については、誤差率が小さいため許容できるものとした。

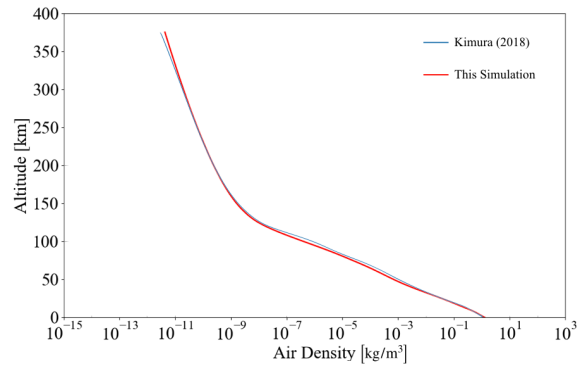


Figure 1 大気密度の結果 (赤) と木村 [4] の結果 (青) との比較。良好な一致を示していると言える。

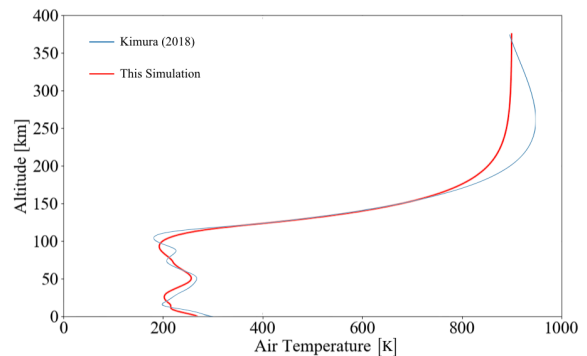


Figure 2 大気温度の結果 (赤) と木村 [4] の結果 (青) との比較。高度 250 km 付近で 50 K 以上の誤差が確認される。

また、Fig. 3 および 4 には軌道計算シミュレータにより得られた速度分布と質量分布をそれぞれ示す。どちらも一見して良好な一致を示し、先程の温度誤差も大きな影響を及ぼさなかったことがこれらの結果からも確認された。Fig. 3 で高度 70 km 付近で途切れているのは、アブレーションにより燃え尽きたためである。

速度分布を見ると、人工衛星から放たれた流星源は高度 100 km 付近までは加速するが、それより高度を落とすと、大気層に入り動圧抵抗を受けることで減速に転じていることが確認される。

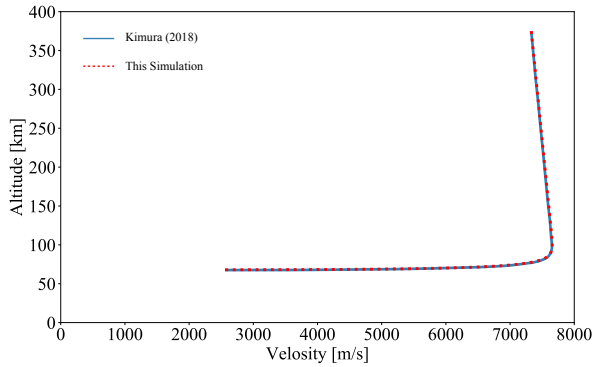


Figure 3 軌道計算シミュレータによる流星源の速度分布 (赤) と木村 [4] との比較。高度 70 km 付近で途切れており、アブレーションにより消滅したことが確認される。

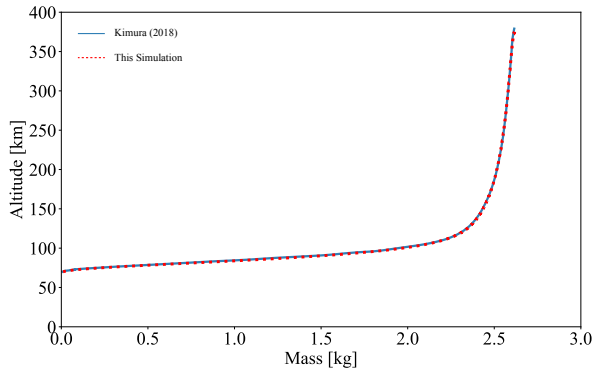


Figure 4 軌道計算シミュレータによる流星源の質量分布 (赤) と木村 [4] との比較。アブレーションによる質量減少が確認される。特に高度 100 km 付近から急激に質量減少が起こり、空力加熱を大きく受けている。

また、図表は省略するが、マッハ数、レイノルズ数、抗力係数、熱伝達係数などのパラメータも Fig. 3, 4 同様に良好な一致を示した。

これらの結果より、構築した軌道計算シミュレータは木村 [4] と同様な結果が得られるものとし、シミュレータの結果から流体計算の条件として用いることとした。

Figure 5 には高度に対する Knudsen 数分布を示す。Knudsen 数 Kn は気体の希薄度を示す指標であり、 $Kn \ll 1$ の領域において連続体近似が可能であり、大

きな Knudsen 数では流体計算を行うことは不可能である。Fig. 5 を見ると、高度 73 km において最小 Knudsen 数である 0.99 をとっていることが分かる。最小 Knudsen 数ですら $Kn \ll 1$ ではないため流体計算を行うことは難しいと言える。

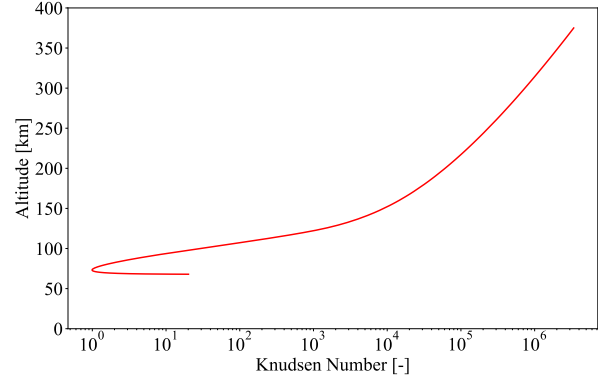


Figure 5 軌道計算シミュレータによる Knudsen 数分布。高度 73 km において最小値 0.99 をとる。軌道上のほとんどの領域で Knudsen 数は 1 を超え、自由分子流に近づいていることが分かる。

3 数値計算法

3.1 流体場の数値計算法

本研究では、球体周りにおける 2 次元軸対称流体計算を行う。流れ場の支配方程式は以下に示す 2 次元軸対称圧縮性 Navier-Stokes 方程式とする。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_{\text{vis}})}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_{\text{vis}})}{\partial y} + \frac{1}{y} (\mathbf{H} - \mathbf{H}_{\text{vis}}) = \mathbf{W} \quad (8)$$

ここで、 \mathbf{Q} は保存量ベクトル、 \mathbf{F}, \mathbf{G} は対流流束ベクトル、 $\mathbf{F}_{\text{vis}}, \mathbf{G}_{\text{vis}}$ は粘性流束ベクトル、 $\mathbf{H}, \mathbf{H}_{\text{vis}}$ は軸対称性から生じる項、 \mathbf{W} は生成項ベクトルである。支配方程式を有限体積的に離散化し、数値流束の評価には AUSM-DV を用いる。空間精度は MUSCL 法により 2 次精度を保持する。

極超音速気流におかれた物体の前方には、強い衝撃波が形成されるために、衝撃層内部では熱化学的な非平衡性を呈す。従って熱化学非平衡性を考慮した解析を行う必要がある。そこで本研究では、並進温度と回転温度が等しく、振動温度と電子励起温度が等しいとして扱う Park の 2 温度モデル [5] を用いて、並進・回転温度と振動・励起温度の解析を行う。並進・回転エネルギーと振動・励起エネルギー間でのエネルギー緩和時間は Park が修正した Landau-Teller 緩和式 [6] により与える。また、選択的解離モデルを用いて分子の解離エネルギーの 30 % を解離する分子の平均振動エネルギーと仮定した [?]. 各化学種の粘性係数は Blottner のモデル [7] により与え、熱伝

導係数は Eucken の関係式 [?] から与える。ここで、全粘性係数及び熱伝導係数は Wilke の近似混合則 [?] を用いて求めることとする。

また、本研究では、O, N, NO, O₂, N₂ の 5 化学種 17 反応 [?] を考慮して解析を行う。抗力係数については圧力抵抗に対する抗力係数と粘性抵抗に対する抗力係数の和から算出される。

3.2 局所 Knudsen 数の評価

流星源は大気が希薄な高高度を移動することに加えて、直径は 1 cm 以下であるため、局所的には連続体近似ができない希薄流になっている可能性が考えられる。流体と希薄流の分別は Knudsen 数によって特徴づけられ、Knudsen 数が 1 より大きい領域ではほとんど自由分子流領域であり、流体解析は行うことができなくなる。代表長さをを用いた領域全体の Knudsen 数である body-length global Knudsen number (Kn_{BLG}) は以下のように記述される。

$$Kn_{BLG} = \frac{\lambda_{\infty}}{D} \quad (9)$$

ここで、 λ_{∞} は主流の平均自由行程、 D は流れを特徴付ける代表長さである。本研究では球体直径を用いることとする。

上では、領域全体の Knudsen 数を定義したが、膨張領域などでは局所的に流れが希薄になっている可能性が考えられる。そこで本研究では、各セルでの Knudsen 数も評価する。局所 Knudsen 数は Boyd [?] らにより提案された gradient-length local Knudsen number (Kn_{GLL-Q}) を使用して以下のように記述される。

$$Kn_{GLL-Q} = \frac{\lambda}{Q} \left| \frac{\partial Q}{\partial l} \right| \quad (10)$$

ここで、 λ は平均自由行程、 Q は流体の物理量 (密度 ρ 、温度 T) であり、 l はある 2 点間の距離である。また、平均自由行程 λ は粘性係数 μ と密度 ρ および熱運動速度 \bar{c} を用いて以下に示す式から求める。

$$\lambda = 3 \frac{\mu}{\rho \bar{c}} \quad (11)$$

最終的な連続体近似の評価には以下に示すように、各 Knudsen 数の最大値により局所的に評価する。

$$Kn_{GLL} = \max (Kn_{GLL-\rho}, Kn_{GLL-T}) \quad (12)$$

4 計算条件

4.1 流れ場条件

主流の計算条件を Table 2 に示す。主流は上空 60 km を仮定して、The U.S. Standard Atmosphere 1976 [?] の高度 60 km に対する大気モデルを使用した。

Table 2 計算条件.

Quantity	Value	Unit
主流速度, V_{∞}	7,330.0	m s ⁻¹
主流 Mach 数, M_{∞}	23.262	—
主流密度, ρ_{∞}	3.096×10^{-4}	kg m ⁻³
主流圧力, P_{∞}	21.96	Pa
主流温度, T_{∞}	247.0	K
壁面温度, T_w	3,000	K
主流平均自由行程, λ_{∞}	3.983×10^{-4}	m
全体 Knudsen 数, Kn_{BLG}	0.03983	—

4.2 計算グリッド

Figure 6 に計算グリッドを示す。半径 20 cm の半円を使用し、球半径を 0.5 cm とした。格子点数は半径方向及び周方向に 401 × 401 点となっている。最小格子幅は球半径の 1/300 であり、半径方向に行くにつれて格子幅が指数関数的に増大するように設計した。

Figure 6 計算グリッド.

5 結果と考察

Figure 7 並進・回転温度 (上) と振動・励起温度 (下) の分布.

6 結言

hoge に関する huga について hoge を用いて調査した。hoge hoge ということがわかり、hugahuga であることも判明した。

また、さらなる課題として、hugahuga の詳細な定式化が挙げられる。

参考文献

- [1] JM Picone, AE Hedin, D Pj Drob, and AC Aikin. Nrlmsise-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, Vol. 107, No. A12, pp. SIA-15, 2002.
- [2] Charles B Henderson. Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows. *AIAA journal*, Vol. 14, No. 6, pp. 707-708, 1976.
- [3] *Contribution a la modelisation de la rentree atmospherique des debris spatiaux*. PhD thesis, ISAE-SupAero, Toulouse, France, 2016.
- [4] 人工流星の軌道と発光強度に関するパラメータ感度分析. Master's thesis, 首都大学東京大学院修士学位論文, 2018.

- [5] Chul Park. Nonequilibrium hypersonic aerothermodynamics. 1989.
- [6] Chul Park. Assessment of a two-temperature kinetic model for dissociating and weakly ionizing nitrogen. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 2, No. 1, pp. 8–16, 1988.
- [7] Frederick Gwynn Blottner, Margaret Johnson, and Molly Ellis. Chemically reacting viscous flow program for multi-component gas mixtures. Technical report, Sandia Labs., Albuquerque, N. Mex., 1971.