BO621144 徐佑宗

1. (a) ① $\mu = 70$, $\sigma = 8$, $n = 25$

$\bar{x} = 73$, $\alpha = 0.05$

$Z = \dfrac{73-70}{8/\sqrt{25}} = 1.875$ ⎤ 查表

$\Rightarrow P(x < 73) \doteq 0.9696$ ←

$\Rightarrow P(x \geq 73) = 0.0304$

$loc = 73$
$scale = 8/25 ** 0.5$
$st.norm.cdf(70, loc, scale)$

$\Rightarrow 0.0304 \ldots$

② $\alpha = 0.05 \Rightarrow$ 拒絕區域 $R = \{z > 1.645\}$
而題目求得之 $z = 1.875$ 大於 1.645，因此
拒絕 H_0，得平均年齡 μ 不會等於 70。

$H_0 = \mu = 70$
$H_1 : \mu \lessgtr 70$
$\alpha = 0.05$

由上面結果可以得出拒絕 H_0 之結論，因 $P(x \geq 73) = 0.0304$ 贊同 H_1，
它比 $\alpha = 0.05$ 的水平還來的強。

(b) $S = 9$

$Z = \dfrac{73-70}{9/\sqrt{25}} = 1.6667$ ⎤ 查表

$\Rightarrow P(x < 73) \doteq 0.9521$ ←

$\Rightarrow P(x \geq 73) = 0.0479$

$H_0 = 70$
$H_1 \geq 73$
$\alpha = 0.05$
$\hookrightarrow$ 拒絕區域 $R = \{z > 1.645\}$

$Z = 1.6667 > 1.645$

由上面結果得出拒絕 H_0 之結論，因 $P(x \geq 73) = 0.0479$

2. (a) $E(\hat{p}) = E\left(\dfrac{x}{n}\right) = \dfrac{1}{n} E(x) = \dfrac{1}{n} \cdot n \cdot P = P$

(b) $Var(\hat{p}) = Var\left(\dfrac{x}{n}\right) = \dfrac{1}{n^2} Var(x) = \dfrac{1}{n^2} \cdot n \cdot p \cdot q = \dfrac{pq}{n}$

$std(\hat{p}) = \sqrt{\dfrac{pq}{n}}$

(c) $1.96 \cdot \sqrt{\dfrac{0.6 \cdot 0.4}{100}} = 0.096$

95% 信心區間 $\Rightarrow P \pm 0.096$

$\Rightarrow [0.504, 0.696]$

(d) $90\% \Rightarrow 1.645 \cdot \sqrt{\dfrac{0.6 \cdot 0.4}{100}} = 0.0805$

90% 信心區間 $\Rightarrow P \pm 0.0805$

$\Rightarrow [0.5195, 0.6805]$

3.(a) ∵ 二項分布

    ↳ python = st.binom.pmf(66, 100, 0.6)

    ⟹ 0.0391

(b) 承(a)

    ⟹ python = st.binom.sf(66, 100, 0.6)

    ⟹ 0.0912

(c) H_0 為真，$P(X \geq X^*) = 5\%$

    st.binom.cdf(59, 100, 0.6)

    ⟹ 0.4567

    st.binom.cdf(60, 100, 0.6)

    ⟹ 0.5379

    求出 $X^* = 60 < 68$

(d) 不拒絕接受 H_0

(e) $\alpha = 5\%$

(f) H_1 為真，$P(X \geq X^*) = 5\%$

        $P \Rightarrow 0.7$

    st.binom.cdf(69, 100, 0.7)

    ⟹ 0.4558

    st.binom.cdf(70, 100, 0.7)

    ⟹ 0.5377

    ⟹ $X^* = 70$

    ⟹ $\beta = 5\%$