

長庚大學期中、期末考試答案用紙

科目 HW

學年度 第 學期

考 電機通訊系 姓名 徐佑寧

學號 B0621144

1. (1) $p = \frac{10}{10+90} = 0.1$

$\Rightarrow f_X(x) = C_{10}^{10} \cdot 0.1^x \cdot 0.9^{10-x}$

(2) $E(X) = np = 10 \cdot 0.1 = 1$

(3) $Var_X = np(1-p)$
 $= 10 \cdot 0.1 \cdot 0.9 = 0.9$

$\sigma_X = \sqrt{Var_X} = \sqrt{0.9} = 0.9487$

(4) $p = 0.1$

$f_Y(y) = \frac{C_{10}^y \cdot C_{100-10}^{100-y}}{C_{100}^{100}} = \frac{C_{10}^y \cdot C_{90}^{100-y}}{C_{100}^{100}}$

(5) $E(Y) = n \cdot \frac{K}{N} = 10 \cdot \frac{10}{100} = 1$

$\sigma_Y = \sqrt{\frac{10 \cdot 10 \cdot 90 \cdot 90}{100^2 \cdot 90}} = 0.9487$

$E(Y) + \sigma_Y = 1.9487$

(6) $f_Z(z) = P(X=z) = \frac{C_{x-1}^{x-1} \cdot p^r (1-p)^{x-r}}{C_{x-1}^{x-1} \cdot 0.1^5 \cdot 0.9^{x-5}}$
 $(x = 5, 6, 7, \dots)$

2. (1) 每天 $1 = \lambda \Rightarrow \lambda = 1 \cdot 100 = 100$

$f_W(w) = P(X=k) = \frac{100^k}{k!} e^{-100}$

(2) $E(W) = \lambda_W = 100$

$Var_W = \lambda_W \Rightarrow \sigma_W = \sqrt{\lambda_W} = 10$

$E(W) + \sigma_W = 110$

(3) $P(|W-100| \leq 20) = P(80 \leq W \leq 120)$

$\Rightarrow P(X \leq 120) - P(X \leq 80)$

$= 0.9973 - 0.0174 = 0.9799$

(請翻面繼續作答)

$$\begin{aligned}
 2. (4) \quad P(W > 120) &= 1 - P(W \leq 120) \\
 &= 1 - 0.9777 \\
 &= 0.0227
 \end{aligned}$$

(5) 若 0.0227 為 $W > 120$ 之機率，
 0.0227 之機率極小幾乎不會
發生，如今它卻時常發生，若
假設是正確的，則 $W > 120$ 不該
發生，而 $W > 120$ 時常發生可得
證「假設不為真」。

$$3. \quad P(X \geq 10 | p = 0.05) = 0.0282$$

若 $0.0282 < 0.05$ ，我們假設 $X \geq 10$
為很小的機率，在 $p = 0.05$ 的情況
下， $X \geq 10$ ($n = 100$) 幾乎不可能發生，
但 $X \geq 10$ ($n = 100$) 確實發生了，若我
們的假設正確，則不該發生此證據，
如今該證據確實發生了，可見「假設
不為真」。

$$4. \quad b(x; n, p) = C_n^x \cdot p^x \cdot q^{n-x}$$

$$n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0, np = \mu$$

$$\Rightarrow p(x; \mu) = \frac{\mu^x}{x!} \cdot e^{-\mu}$$

$$C_n^x = \frac{n!}{x!(n-x)!} \Rightarrow \frac{\infty!}{x! \infty!} = \frac{1}{x!}$$

$$p = \frac{\mu}{n}$$

$$\begin{aligned}
 p^x \cdot q^{n-x} &= \left(\frac{\mu}{n}\right)^x \cdot \left(1 - \frac{\mu}{n}\right)^{n-x} \\
 &= \mu^x \cdot e^{-\mu}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow C_n^x \cdot p^x \cdot q^{n-x} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{\mu^x}{x!} \cdot e^{-\mu}$$

$$b(x; n, p) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} p(x; \mu)$$

(請翻面繼續作答)

長庚大學期中、期末考試答案用紙

科目 HW (code)

學年度 第 學期 考 電機通訊 系 姓名 徐佑宗 學號 B0621144

2. (3) `import math`

`count = 0`

`n = 1`

`for i in range(80, 121):`

`n = n * i`

`a = (math.e**(-100)) * (100**i) / np.math.factorial(i)`

`count = count + a`

`print(count)`

[In]: 0.9599

math.e : e

np.math.factorial(n) : n!

2. (4) `import math`

`a = (math.e**(-100)) * (100**120) / np.math.factorial(120)`

`p = 1 - a`

`print(p)`

[In]: 0.0229