

重い裾のキュー長分布に対するパケット廃棄率推定

Estimation of Packet Drop Rate for Heavy Tailed Queue Size Distribution

柘植 俊祐
Shunsuke Tsuge

中川 健治
Kenji Nakagawa

渡部 康平
Kohei Watabe

長岡技術科学大学大学院 工学研究科
Graduate School of Engineering, Nagaoka University of Technology

1 概要

ネットワークにおける品質指標の一つであるパケット廃棄率は乱数シミュレーションを用いて推定されるが、一般的な手法であるモンテカルロ (Monte Carlo; MC) 法は推定精度が低く、推定限界も存在する。これらの問題を解決する手法としてインポートランスサンプリング (Importance Sampling; IS) 法が提案されている。

IS 法は軽い裾のキュー長分布に対しては既に確立されているが、重い裾の分布に対しては軽い裾の分布とは振る舞いが異なるため、同じ方法を用いることができない。本稿では、サービス時間分布が重い裾の分布であるワイブル分布の場合の M/G/1 待ち行列は、キュー長分布が重い裾の分布となるため、軽い裾の分布と同じ方法を用いることができないことを示す。

2 軽い裾の分布に対する IS 法

裾が軽い分布においてはモーメント母関数が 1 となる正のパラメータ θ^* を用いて指数測度変換を施すことで IS 法の精度を最も高めることができることが知られている。しかし、重い裾の分布に対してはパラメータ θ^* を求めることができない。

3 M/G/1 待ち行列のキュー長分布

キュー長分布は、パケットの到着数分布およびサービス時間分布から生成される。到着数分布がポアソン分布 (到着率: λ)、サービス時間分布がワイブル分布 (形状パラメータ: α 、尺度パラメータ: β) である M/G/1 待ち行列において、1 サービス間のパケット到着数 K が従う分布は、

$$a(k) = \frac{\lambda^k \alpha \beta^\alpha}{k!} \int_0^\infty x^{k+\alpha-1} e^{-\lambda x - \beta^\alpha x^\alpha} dx \quad (1)$$

となる。そして、式 (1) を用いるとキュー長分布は、

$$p(q) = \begin{cases} 1 - \rho, & q = 0 \\ \frac{1}{a(0)} [p(0) \{1 - \sum_{j=0}^{q-1} a(j)\} + \sum_{i=1}^{q-1} p(i) \{1 - \sum_{j=0}^{q-i} a(j)\}], & q = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2)$$

となる。

ここで、式 (1) は解析的に解くことができないため、キュー長分布である式 (2) も解析的に解くことができない。そのため、重い裾であるかの確認することが多少困難である。そこで、キュー長分布を重い裾となる

であると仮定する。このとき、式 (3) において $m < 1$ とすれば、重い裾の分布であるということを確認することができる。そして、

$$m' = \frac{\log(-\log p(q))}{\log q} = \frac{\log c}{\log q} + m \quad (4)$$

という値を定義する。式 (4) より、 q が大きくなると $m' \approx m$ なることがわかる。そのため、 q を大きくすると $m' < 1$ となることを確認することで、キュー長分布が重い裾の分布であることを確認することができる。

図 1 に、 $\lambda = 0.5$ 、 $\alpha = 0.55$ 、 $\beta = 1.0$ であるときのキュー長 $Q[\text{packet}]$ に対する m' の変化を示す。図 1 より、 $Q[\text{packet}]$ を大きくすると、 m' は 0.45 付近に収束することがわかる。そのため、 $m < 1$ となり、キュー長分布は重い裾の分布であることを確認することができた。

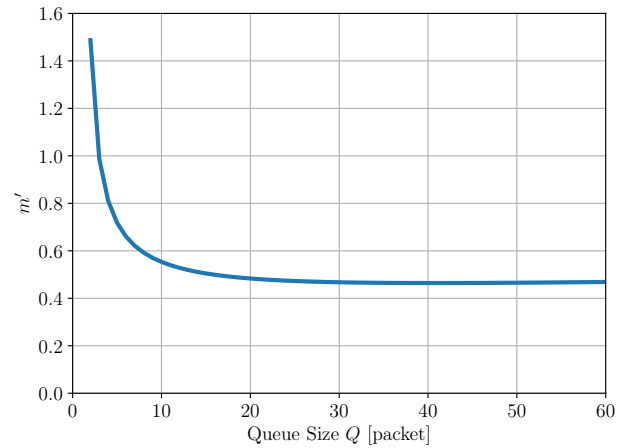


図 1 キュー長 q に対する m' の変化

4 まとめと今後の課題

本稿では、サービス時間分布がワイブル分布の M/G/1 待ち行列は、キュー長分布が重い裾の分布となるため、軽い裾の分布の場合と同じ方法を用いることができないことを示した。今後は、重い裾の分布に対する IS 法として先行研究 [1] で提案されている裾変換法などを用いて、パケット廃棄率を推定することを検討する。

参考文献

- [1] 佐藤敏希. 重い裾のキュー長分布におけるパケット廃棄率推定の研究. 修士論文, 長岡技術科学大学, 2017.

$$p(q) = e^{-cq^m}, \quad (c, m: \text{定数}) \quad (3)$$