裾の重いキュー長分布におけるパケット廃棄率の IS 推定

IS Estimation of Packet Loss Rate for Queue Length Distribution with Heavy Tail

島崎 沢　Taku Shimazaki
渡部 康平　Kohei Watabe
中川 健治　Kenji Nakagawa

長岡技術科学大学 電気系
Department of Electrical Engineering, Nagaoka University of Technology

1　まえがき

近年のインターネットサービスにおいて，通信品質 (Quality of Service; QoS) の評価が重要であり，その評価に基づいてネットワークの設計や制御が行われる．QoS のうち特にパケット廃棄率の推定について研究する．待ち行列におけるパケット廃棄率をシミュレーションによって推定する場合，パケット廃棄は希少事象であるため，一般的なモンテカルロ (Monte Carlo; MC) 法による推定では推定に時間がかかってしまう問題や，推定精度の問題がある．そこでインポータンスサンプリング (Importance Sampling; IS) 法 [1] を適用し推定する．本研究では，裾の重いキュー長分布を持つ待ち行列モデルに対する IS 推定について考察する．

2　インポータンスサンプリング法

定常状態のキュー長を Q とし，キュー長閾値 q を超える確率 $\mathrm{P}(Q > q)$ をパケット廃棄率として考える．パケット廃棄率を推定する際，MC 法では q が大きいときの事象 $\{Q > q\}$ は希少事象であるため推定に時間がかかる．元のキュー長分布 P の到着率 λ，処理率 μ，利用率 $\rho = \lambda/\mu$ としたとき，IS 法では，より大きい利用率 $\rho' = \lambda'/\mu'$ を持つシミュレーション分布 P' を用いキュー長 Q' を伸びやすくすることで事象 $\{Q' > q\}$ の発生を増やし，重み関数で補正して推定値を得る．キュー長が正である区間をサイクルとして，パケット廃棄率の推定はサイクル単位で考える．総サイクル数を N，i 番目のサイクルの時間を T_i，サイクル内のパケットの処理時刻を t，$w_i(t)$ を i 番目のサイクルの時刻 t における重み関数，$1_{\{Q>q\}}$ を $\{Q > q\}$ に対する指示関数とすると IS 法で得られる推定値は式 (1) のように表すことが出来る．

$$\mathrm{P}_{\mathrm{IS}}(Q > q) = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T_i} 1_{\{Q>q\}} w_i(t)}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T_i} w_i(t)} \tag{1}$$

3　キュー長分布の裾

確率 $\mathrm{P}(Q > q)$ は $q \to \infty$ のとき 0 へ収束する．一般的に，0 へ指数関数的に収束していくものを “裾が軽い”，べき乗関数的に収束するものを “裾が重い” と言う．重い裾は軽い裾と比べてモデルの振る舞いが異なり扱いにくいため，キュー長を伸ばしやすくするために文献 [1] のような分布を使うことができない．

そこで，裾の重いキュー長分布における待ち時間に対する IS シミュレーション [2] を応用する．文献 [2] では，IS シミュレーションに対して触れてはいるものの，詳細な議論がなされていなかったので，本研究では，その検証を行うとともに，パケット廃棄率を推定する．

4　重い裾に対する IS 法の検討

本研究では，到着間隔が率 λ のポアソン過程，平均サービス時間が $1/\mu$ のパレート分布にしたがう M/G/1 待ち行列に対するパケット廃棄率を IS 法により推定する．パレート分布はサービス率 μ，shape パラメータ A(本研究では $A > 2$) を持ち，式 (2) で定義される分布である．

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < \frac{A-1}{A\mu} \\ A(\frac{A-1}{A\mu})^A x^{-(A+1)} & x \geq \frac{A-1}{A\mu} \end{cases} \tag{2}$$

裾の軽い分布に対する IS 推定では，シミュレーション分布として元の分布と同じ分布族に属する分布で，その利用率 ρ' が元の分布の利用率 ρ よりも大きいものを使用する．それに対して，裾の重い分布に対しては利用率を変えるだけでなく分布の裾の振る舞いを変えることが有効とされている [2]．分布の裾をより重くして，キュー長が伸びやすくなる分布を用いる．本研究では到着分布は変更せず，サービス分布のみを変更する．

元のサービス分布 $f(x)$ に対し，文献 [2] に示されているシミュレーション分布 $h(x)$ を式 (3) に示す．$F(x)$ は $f(x)$ の分布関数，$\gamma(a)$ は正規化定数，a は任意の値である．$x \geq a$ において元の分布に依存せず，裾の重い分布を用いてキュー長を伸ばしやすくしていることが特徴である．

$$h(x) \quad = \quad \begin{cases} \frac{\gamma(a)}{F(a)} f(x) & x < a \\ (x \log^2 x)^{-1} & x \geq a \end{cases} \tag{3}$$

しかし，実際に検証を行うと式 (3) の $h(x)$ を用いてパケット廃棄率を高速に推定することは困難であることが判明した．分布 $h(x)$ の平均は $1/\mu' = \infty$ であり，利用率は $\rho' = \lambda/\mu' = \infty$ となる．そのため，キュー長が伸び続けてしまいサイクルが終了しないことが原因であった．

キュー長が伸び続けるケースに対して適用することができる IS 法として Dynamic IS (DIS) 法と呼ばれる方法がある [3]．DIS 法はキュー長が伸び続けてサイクルが終了しない場合，IS 推定に用いる重み関数が収束したときにキュー長を空にしてサイクルを強制的に終了させる方法である．DIS 法を用いればキュー長が伸び続ける場合においても推定することが可能であるが，裾の重いキュー長分布の場合では，重み関数の収束が遅く，サイクルを強制的に終了させるまで時間がかかるため高速に推定することが困難である．そこで，本研究では IS 法を用いて高速に推定するために，元の分布 $f(x)$ よりもサービス率が小さくキュー長が伸びやすくなる分布であ

表 1　シミュレーション条件

パラメータ	条件 1	条件 2
到着率 λ	0.1	0.5
サービス率 μ	1.0	1.0
IS 到着率 λ'	0.1	0.5
IS サービス率 μ'	0.148	0.77
利用率 ρ	0.1	0.5
IS 利用率 ρ'	0.68	0.65
shape パラメータ A	2.5	3.5
a	250	42
サイクル数	10^7	10^7

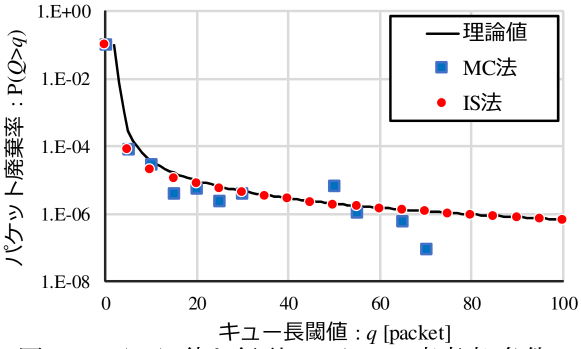

図 1　M/G/1 待ち行列のパケット廃棄率 条件 1

ること，利用率 $\rho' < 1$ を満たし，キュー長が伸び続けることなく自然にサイクルが終了することの 2 つの条件を満たすシミュレーション分布 $\tilde{h}(x)$ を提案する．提案分布 $\tilde{h}(x)$ を式 (4) に示す．$F(x)$ は $f(x)$ の分布関数，$\gamma(a)$ は正規化定数，a は任意の値である．

$$\tilde{h}(x) \quad = \quad \begin{cases} \frac{\gamma(a)}{F(a)} f(x) & x < a \\ x^{-(2+\rho)} & x \geq a \end{cases} \tag{4}$$

式 (4) の提案分布は式 (3) と比べて $x \geq a$ における分布の収束の速度が異なり，元の分布の ρ に依存しており収束が速いことが特徴である．提案分布では平均サービス時間 $1/\mu' < \infty$ であるため，利用率 $\rho' < 1$ を満たす．a について，元の分布の利用率 ρ に応じて推定値の分散が最小となる最適値が存在することが判明した．$\tilde{h}(x)$ の $x < a$ における確率 P_1 と $x \geq a$ における確率 P_2 の比を用いた不等式 $P_2/P_1 > (2+\rho)/10^3$ を満たす最大の a が事前シミュレーションによる最適な a と近い値となった．

前述の M/G/1 待ち行列におけるパケット廃棄率推定を，2 種類の条件によって行った．シミュレーションを実行するマシンは OS: Ubuntu 12.04 LTS，プロセッサ: Intel(R) core(TM) i7-3770 CPU @ 3.40GHz，実装メモリ: 8.00 GB である．シミュレーション条件を表 1，シミュレーション結果を図 1，図 2 に示す．

5　考察

図 1，図 2 ともに MC 法ではキュー長閾値 q が大きくなるに連れて理論値から離れた推定をしている点や，推定できていない点が生じている．それに対して IS 法では，理論値と推定値が離れておらず大きい q に対しても推定できていることが分かる．この結果から，キュー長分布の裾が重い場合の待ち行列に対して提案した分布による IS 推定が有用であるといえる．

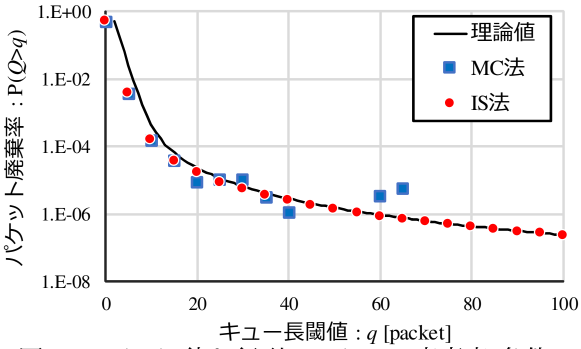

図 2　M/G/1 待ち行列のパケット廃棄率 条件 2

表 2　IS 法と MC 法の比較

	条件 1	条件 2
分散	約 1/930 倍	約 1/3800 倍
実行時間	約 1/1100 倍	約 1/4300 倍

ITU-T Y.1541 の QoS クラス定義より，クラス 6，クラス 7 ではパケット廃棄率の上界が 10^{-5} と定められている．そこで，理論値が 10^{-5} 付近となる q の点について，MC 法と IS 法でそれぞれ 10 回のシミュレーションを行い，比較した．条件 1 では，$q = 20$ の $P(Q > 20)$ の分散とシミュレーション実行時間を比較した．実行時間が約 10 [sec] のときの分散は MC 法では 2.5E-11，IS 法では 2.7E-14 と約 1/930 倍小さい分散となった．また，分散が約 5E-12 になるときの実行時間は MC 法では 44.8 [sec]，IS 法では 0.04 [sec] と約 1100 倍の高速化となった．条件 2 では，$q = 25$ の $P(Q > 25)$ について比較した．実行時間が約 75 [sec] のときの分散は MC 法では 1.5E-11，IS 法では 3.9E-15 と約 1/3800 倍小さい分散となった．また，分散が約 3E-12 になるときの実行時間は MC 法では 768.8 [sec]，IS 法では 0.18 [sec] と約 4300 倍の高速化となった．結果をまとめたものを表 2 に示す．

6　まとめ

本稿で提案したシミュレーション分布を用いて IS 法による推定を行い，シミュレーションの高速化に成功した．

今後の課題として，本研究で用いたシミュレーション分布の最適性に関する議論や，多数のフローが存在するような複雑なネットワークに対して，シミュレーションを行い，どの程度有用であるかの検証などが挙げられる．

参考文献

[1] 中川健治, “モンテカルロシミュレーション基礎”, 通信ソサイエティマガジン, 秋号, no.6, pp.11-20, IEICE, 2008.

[2] S.Asumussen et al. ,“Rare Events Simulation for Heavy Tailed Distributions”, Bernoulli, vol.6, no.2, pp.303-322, BS, 2000.

[3] M.Devetsikiotis and J.K.Townsend ,“Statistical Optimization of Dynamic Importance Sampling ...”, IEEE/ACM Transactions on Networking, vol.4, no.3, pp.375-385, IEEE, 1996.