

## active 試験パケット送出時刻に与える揺らぎ量の最適化

渡部 康平<sup>†</sup> 会田 雅樹<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 首都大学東京大学院 システムデザイン研究科 〒191-0065 東京都日野市旭が丘 6-6

E-mail: <sup>†</sup>{watabe-kouhei, maida}@sd.tmu.ac.jp

あらまし インターネットの大規模化、複雑化に伴い、ネットワークの外部から End-to-End での通信品質計測を提供する active 計測の重要性は増加している。active 計測においては、近年の研究により試験パケット送出の間隔を固定値に近づけることにより、遅延と呼損を計測する際の推定精度が向上することが報告されているが、最適な試験パケット送出法の特定には至っていない。本研究では、送出時刻にランダムな揺らぎを付加する試験パケット送出方法を提案し、計測対象のネットワーク特性と試験パケット送出時刻に与える最適な揺らぎの量の関係について考察する。キーワード active 計測、揺らぎ、試験パケット

## Optimization of the Magnitude of Fluctuations for Timing of Active Probe Packets

Kohei WATABE<sup>†</sup> and Masaki AIDA<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Graduate School of System Design, Tokyo Metropolitan University

Asahigaoka 6-6, Hino-shi 191-0065, Japan

E-mail: <sup>†</sup>{watabe-kouhei, maida}@sd.tmu.ac.jp

**Abstract** As the Internet has grown larger and more complex, active measurement which can provide the End-to-End measurement of network performance has become more important. In active measurement of delay and loss, the recent work reported that we can improve the accuracy by using the probe packet intervals which near fixed interval. However, it cannot provide the optimal probing method. In this paper, we propose the new probing method which has probe packet intervals with random fluctuations, and consider the relationship between the magnitude of fluctuations and the property of the target network.

**Key words** active measurement, fluctuation, probe packet

### 1. はじめに

インターネットはその普及に伴い、社会や経済を支えるインフラストラクチャとして重要な役割を占めるようになってきた。それと同時に、従来から求められる接続性に加え、遅延や呼損などといったサービスの品質 (Quality of Service; QoS) が重要視されるようになってきた。インターネットにおける品質管理には輻輳などその内部状態を把握する必要があるが、管理者の異なる複数のネットワークの情報を収集することは一般に難しいため、ネットワークの外部から End-to-End で QoS を計測する手法が重要となる。

ネットワークパスに沿った QoS を End-to-End の観測で計測する方法として、active 計測が挙げられる。active 計測はネットワークに試験パケットを挿入することによって、QoS を推定する技術である ([1] ~ [4])。試験パケットの遅延や呼損率から

片道遅延、往復遅延 (Round-Trip Time; RTT)、呼損率を推定できる他、最小物理帯域を計測する手法 ([5], [6]) や可用帯域を計測する手法 ([7], [8]) も提案されている。active 計測はエンドユーザでも簡易に実施可能という利点を持っているものの、高い精度を実現するために試験パケットの挿入を増やせば、試験パケット自体がネットワークに負荷を与えてしまうという問題を抱えている。よって、限られた試験パケット数でより高い精度を実現することが求められる。近年の Baccelli らの研究 [9] は、active 計測で遅延や呼損を計測する際の最適な試験パケット送出方法の特定につながる重要な示唆を与えている。今まで、試験パケット送出の送出間隔としては、PASTA (Poisson Arrivals See Time Averages) の特性 [10] に従い、指数分布に従う間隔とすることが良いと信じられてきた。しかし、[9] の研究によれば、試験パケットがネットワークに与える負荷が無視できる non-intrusive な状況などを仮定すると、試験パケット

送出間隔を固定値とすると active 計測が推定精度の意味で最適となる。ただし、固定値間隔による周期的な試験パケット送出は、ネットワークの混雑状況の周期と試験パケットの周期が一致してしまった場合、推定精度が著しく悪化するフェーズロック現象が発生する可能性があるため、必ずしも最適とは言えない。Baccelli らはこのトレードオフを解決するため、ガンマ分布間隔の試験パケット送出を提案しているが、最適なパラメータの決定法までは示しておらず、active 計測における最適な試験パケット送出法の特定には課題が残る。

本研究では、遅延と呼損の active 計測において推定精度を最適にする試験パケット送出方法の特定法について検討する。フェーズロック現象を回避するためには、特定周期との同期を避けるために、試験パケット送出時刻にランダムな揺らぎを与えることが有効であると考えられるため、本研究では、固定値間隔の試験パケット送出時刻に正規分布による揺らぎを付加する送出方法を提案する。計測対象のネットワークの特性、計測期間長及び揺らぎ量と推定精度の関係を明らかにすることにより、ネットワーク特性に対応する最適な試験パケット送出方法について考察する。

本稿の構成は以下の通りである。まず、2. 節においてフェーズロック現象と固定値間隔の試験パケット送出のトレードオフを示した [9] の理論の概要について紹介する。次に、3. 節でフェーズロック現象の原因とその適切な評価方法について検討する。4. 節では我々が提案する揺らぎを付加する試験パケット送出法を解説する。そして、5. 節で試験パケットに与える揺らぎ量と推定精度の関係を理論的に解明し、シミュレーションにより評価する。最後に 6. 節で本研究の成果をまとめる。

## 2. 試験パケット送出間隔におけるトレードオフ

本節では、Baccelli らが明らかにした、指数分布間隔と固定値間隔の試験パケット送出の間のトレードオフに関して [11] の一部と [9] の内容を簡単に紹介し、残余課題について整理する。

active 計測の試験パケット送出法としては、PASTA の特性に従い、ポアソン到着（指数分布間隔）による試験パケット送出が広く使われてきた。しかし、Baccelli らは試験パケットの影響が無視できるとする non-intrusive な状況を仮定できれば、真の値を適切に推定可能な試験パケット送出方法がポアソン到着以外にも多数存在することを示した [11]。定常でエルゴード的な確率過程  $X(t)$  と任意の正の関数  $f$  に対して以下の等式が成り立つ。

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m f(X(T_i)) = E[f(X(0))] \quad \text{a.s.}$$

これは  $X(t)$  をネットワークの QoS を表す確率過程（例えば、仮想遅延や呼損の有無を表す確率過程）と捉え、時刻  $T_i$  に送出された試験パケットから  $X(T_i)$ （例えば、試験パケットの遅延や呼損の有無）の情報が得られると考えれば、 $m$  個の試験パケットの情報から  $E[f(X(0))]$  が推定可能であることを意味している。この際、試験パケット送出過程  $\{T_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) に要求される条件は mixing（混合的）であることのみで、この条件を

満たす過程はポアソン到着以外にも無数にある。実際にポアソン到着や一様分布間隔などを含む複数の過程での計測で右辺の値に収束することが確認されている。mixing ではない送出過程の例としては、送出間隔を固定値とする場合などが挙げられる。

さらに、Baccelli らは active 計測における最適な試験パケット送出の選定法についても検討している [9]。  $m$  個の試験パケットによって計測対象の確率過程の期待値  $E[X(0)]$  を推定すると、推定値  $\hat{P}$  は

$$\hat{P} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X(T_i) \quad (1)$$

となる。ここで、 $\hat{P}$  の分散を書き下すと以下ようになる。

$$\begin{aligned} \text{Var}[\hat{P}] &= \frac{1}{m^2} \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^m X(T_i) \right] \\ &= \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \text{Cov}(X(T_i), X(T_j)) \\ &= \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \int r(\tau) f_{i-j}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (2)$$

ここで  $T_i - T_j$  の密度関数を  $f_{i-j}$ 、計測対象過程  $X(t)$  の自己共分散関数を  $r(\tau) = \text{Cov}(X(t), X(t+\tau))$  としている。3 番目の等号は計測対象過程  $X(t)$  と試験パケット送出過程の定常性から成り立つ。

ここで  $r(\tau)$  が区間  $[0, \infty)$  について凸であると仮定すると、試験パケット送出間隔の平均が  $\mu$  という条件下で (2) は試験パケット送出間隔を固定値とするとき最小となることが Jensen の不等式 [12] を使い以下のように証明できる。

$$\int r(\tau) f_k(\tau) d\tau \geq r \left( \int t f_k(t) dt \right) = r(k\mu) \quad (3)$$

これは、試験パケット送出間隔の平均を  $\mu$  とする送出法の中で、推定値  $\hat{P}$  の分散を最低にするのは試験パケット送出間隔を確定的に  $\mu$  とした場合であることを意味する。推定値の分散の小ささは推定精度に直結するため、推定値の分散についてのみ注目すれば、指数分布間隔をはじめとするあらゆる試験パケット送出よりも、固定値間隔の試験パケットの送信が優れている。

ただし、固定値間隔の試験パケット送信過程は mixing ではなく、計測対象の過程の周期と試験パケット送出の周期が一致した場合に真の値に収束しないフェーズロック現象が発生する可能性がある。そのため、固定値間隔が全ての計測過程の中で最適であるとは言えない。

従来から使われてきた指数分布間隔による計測と、分散の点で優れるがフェーズロック現象が懸念される固定値間隔計測の間のトレードオフを解決する送出法として、Baccelli らはガンマ分布間隔による試験パケットの送出を提案している。試験パケットの送出間隔として使用する分布の密度関数  $g(x)$  は以下の式で与えられる。

$$g(x) = \frac{x^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} \left( \frac{\beta}{\mu} \right)^\beta e^{-x\beta/\mu} \quad (x > 0) \quad (4)$$

これは、ガンマ分布の形状母数を  $\beta$ 、尺度母数を  $\mu/\beta$  とした形

で、 $\beta (> 0)$  はパラメータ、 $\mu (> 0)$  は平均である。ガンマ分布の性質により、 $\beta = 1$  とすると指数分布に一致し、 $\beta \rightarrow \infty$  とすると  $g(x) \rightarrow \delta(x - \mu)$  に弱収束して固定値間隔の計測と一致する。

自己共分散関数  $r(\tau)$  が凸であるという仮定の下で、(4) の分布に従う間隔でサンプリングした (1) の推定値  $\hat{P}$  の分散は、 $\beta$  について単調減少となることが証明できる。前述の通り、 $\beta \rightarrow \infty$  とすると固定値間隔の計測に一致するため、パラメータ  $\beta$  を大きくするほど最適である固定値間隔の計測に近い分散を獲得できる。固定値間隔の計測の欠点であったフェーズロック現象による問題は、 $\beta$  の値を適度に小さく取ることによって回避できる (ガンマ分布は mixing の条件を満たしている)。つまり、適当な  $\beta$  を指定することによってトレードオフを解決し、最適な試験パケット送出過程を得ることができる。

このガンマ分布間隔の試験パケット送出方法は、従来方法である指数分布間隔と固定値間隔の間に存在し、パラメータ  $\beta$  によって決定される無数の選択肢を提供する優れた成果である。しかし、このパラメータの決定は、試験パケット送出数や自己共分散関数の形状など様々な要因により左右されるため、最適なパラメータの決定は容易ではない。実際、Baccelli らもこの問題の解は与えておらず、残余課題として残っている。

### 3. フェーズロック現象と評価関数

[9] は試験パケット送出間隔を固定値間隔に近づけることによる精度向上効果に主眼が置かれており、フェーズロック現象に関する議論を主題としておらず、その発生要因に関しては詳しく言及されていなかった。本研究では、フェーズロック現象を回避し、最適な試験パケット送出を特定することが目的であるため、フェーズロック現象の詳細な検証は不可欠である。本節では、フェーズロック現象の発生要因と効果について詳細に検証し、フェーズロック現象を正しく評価するための評価関数について考察する。

そもそも、計測対象過程  $X(t)$  の自己共分散関数  $r(\tau)$  が凸であるとは、 $X(t)$  が特別な周期性を持っていないことを意味している (図 1 参照)。フェーズロック現象は計測対象過程の周期と試験パケットの周期の一致によって発生することから、自己共分散関数が厳密に凸であればフェーズロック現象は発生し得ず、(3) が示すように固定値間隔の試験パケット送出は最適となるはずである。一方、Baccelli らが [9] で示した実験では固定値間隔の試験パケット送出によって推定精度が悪化するケースが見られた (ただし必ず悪化するとは限らない)。

フェーズロック現象の発生要因は計測期間長が有限であることに由来する見かけ上の周期性であると考えられる。長時間平均の意味で特別な周期性を持たない確率過程であっても、計測期間長が有限であれば、特定の周期成分を偶然多く含み、周期性を持つことは起こり得る。空間平均の意味での (すなわち、長時間平均の意味での) 自己共分散関数  $r(\tau) = E[X(t)X(t+\tau)] - \{E[X(t)]\}^2$  が厳密に凸であったとしても、実際に計測を行う期間は有限であり、有限期間  $(0, l]$  における時間平均の意味での自己共分散関数  $\int_0^{l-\tau} X(t)X(t+\tau)dt - \int_0^{l-\tau} X(t)dt \int_0^{l-\tau} X(t+\tau)dt$  は

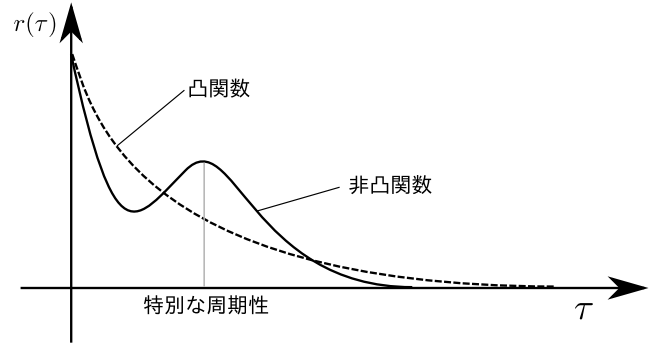


図 1 自己共分散関数の凸性と特別な周期

確率過程となり凸になるとは限らない。

よって、計測期間内における  $X(t)$  のサンプルパスに試験パケットの周期と同期する周波数成分が偶然多く含まれれば推定精度は悪化し、あまり含まれていなければ推定精度はむしろ向上する。結果的に、固定値間隔による計測は平均的に見れば最も良くなるが、特定のサンプルパスに対しては著しく推定精度が悪化する可能性を持っている。

このことから、フェーズロック現象を適切に評価するには、サンプルパス毎の推定精度を考える必要があることがわかる。今、計測期間  $(0, l]$  における時間平均  $\bar{X} = \int_0^l X(t)/l dt$  を推定するとし、 $E[\hat{P}] = \bar{X}$ 、すなわち不偏性が保証されているという条件下では、特定のサンプルパスに対する推定精度は条件付き分散を用いて以下の式で表すことができる。

$$\text{Var}[\hat{P}|X(t)] \quad (5)$$

Baccelli らは (3) で固定値間隔の試験パケット送出が  $\text{Var}[\hat{P}]$  を最小にすることを証明していたが、以下の式変形により、この事実は (5) の期待値が固定値間隔で最小になることを意味していることがわかる。

$$E[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]] = \text{Var}[\hat{P}] - \text{Var}[\bar{X}] \quad (6)$$

よって、Baccelli らの示した試験パケット間隔を固定値に近づけることによる精度向上効果は上式で評価することができる。

一方、フェーズロック現象による影響は、サンプルパスの持つ試験パケット周期と同期する周期成分の大小に応じて、(5) が上下することから、以下の式で評価することができる。

$$\text{Var}[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]] \quad (7)$$

本研究では、(6) で評価される平均的な推定精度の向上に加えて、(7) で評価されるフェーズロック現象による偶発的かつ極端な精度悪化を回避することを目的にしていることから、両者を組み合わせることで以下に示す評価関数を導入する。

$$E[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]] + \sqrt{\text{Var}[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]]} \quad (8)$$

これを最小となる試験パケット送出方法を最適と定義し、ネットワーク特性に対応した最適な試験パケット送出方法を検討する。

#### 4. 揺らぎを付加した試験パケット送出の提案

本節では、評価関数 (8) を最小化する試験パケット送出法を特定するために、揺らぎを付加した試験パケット送出法を提案する。前述の通り、フェーズロック現象の原因は、計測期間長が有限であることに由来する見かけ上の周期性にある。この見かけ上の周期性はすべての周期について等しく発生する可能性があるため、試験パケットの送出周期を変更することで同期を回避することはできない。よって、フェーズロック現象を回避するためには試験パケット送出時刻にランダムな揺らぎを付加することによって、複数の周期を混合することが有効であると考えられる。実際に、Baccelli らがフェーズロック現象回避のために提案していたガンマ分布間隔の試験パケット送出も、本質的には揺らぎを付加するアプローチと言える。本研究では、見かけ上の周期性に大きな影響を与えると考えられる計測期間長、期間内に送出する試験パケット総数及び揺らぎの量をパラメータとする試験パケット送出法を提案する。

本研究では、計測期間長を特定した上で、試験パケットの送出時刻に正規分布に従う揺らぎを与えるアプローチを取る。計測期間を  $(0, l]$  とし、その間に送出する試験パケットの総数を  $m$  とし、 $\{T_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) を以下のように与える。

$$T_i = (S + G_i) - l \left\lfloor \frac{S + G_i}{l} \right\rfloor \quad (9)$$

ここで、 $S, G_i$  はそれぞれ一様分布  $U(0, l/m)$ 、正規分布  $N((i-1)l/m, \sigma^2)$  に従う確率変数、 $\lfloor \cdot \rfloor$  は床関数を表し、 $\sigma$  は与える揺らぎの大きさを表すパラメータである。(9) で与えられる  $\{T_i\}$  はすべて期間  $(0, l]$  内で確率的に均等に生起するため、推定値  $\hat{P} = \sum_{i=1}^m X(T_i)/m$  は推定対象である  $\tilde{X}$  に対して不偏推定量になっている。

この試験パケット送出方法は、Baccelli らの提案したガンマ分布間隔の試験パケット送出と同じように、従来方法である指数分布間隔と固定値間隔の試験パケット送出の間の無数の選択肢を提供する形になっている。 $\sigma = 0$ 、すなわち揺らぎをなくすと、 $\{T_i\}$  は固定値間隔の試験パケット送出に一致する。一方、 $\sigma \rightarrow \infty$  とすると  $T_i$  は期間  $(0, l]$  の間に一様分布に従い分布する。ここで  $l$  を十分に大きく取れば、 $T_i$  の間隔の分布は指数分布間隔に従うことが知られている。

#### 5. 揺らぎの量と通信特性および計測精度の関係

本節では、試験パケットに与える揺らぎ量と評価関数 (8) をシステム特性を表す自己共分散関数  $r(\tau)$  を通して関係付け、最適な揺らぎ量を理論的に決定する方法を検討する。3. 節で述べた通り、試験パケット送出は固定値に近いほど推定精度の平均的な良さに関しては有利である。しかし、固定値間隔の試験パケット送出はフェーズロック現象による確率的な精度悪化が生ずる可能性があるため、これを回避する最小限の揺らぎ量を決定することが重要となる。

我々が用いる (8) の評価関数は、(5) の平均と標準偏差からなることから、ここからは (5) の確率的挙動を考えていく。

今、計測期間  $(0, l]$  における  $X(t)$  が周期的に繰り返す確率過程  $\tilde{X}(t) = X(t - l\lfloor t/l \rfloor)$ 、単純な一様分布と正規分布の和からなる確率変数  $\tilde{T}_i = S + G_i$  を考えると、(9) で示される  $\{T_i\}$  のタイミングで  $X(t)$  を観測することは、 $\{\tilde{T}_i\}$  のタイミングで  $\tilde{X}(t)$  を観測することに等しいため、以下の等式が成り立つ。

$$\hat{P} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X(T_i) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \tilde{X}(\tilde{T}_i)$$

ここで、条件付き期待値を用いて定義する  $\tilde{X}(t)$  の自己共分散関数  $\tilde{R}(\tau) = E[\tilde{X}(t)\tilde{X}(t+\tau)|X(t)] - \{E[\tilde{X}(t)|X(t)]\}^2$  を用いることで、(2) と同様に (5) を以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \text{Var}[\hat{P}|X(t)] &= \frac{1}{m^2} \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^m \tilde{X}(\tilde{T}_i) \middle| X(t) \right] \\ &= \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{R}(\tau) f_{i-j}(\tau) d\tau \end{aligned}$$

ここで、 $\tilde{R}(\tau)$  は  $X(t)$  に依存して確率的に変化する確率過程であることに注意する。

さらに、 $\tilde{R}(\tau)$  をフーリエ級数展開とすると、 $\tilde{R}(\tau)$  は周期関数の自己共分散関数であることから  $\tilde{R}(\tau)$  自身も周期関数かつ偶関数であることから、

$$\begin{aligned} \text{Var}[\hat{P}|X(t)] &= \frac{1}{m^2} \sum_{n=1}^{\infty} K_n \left\{ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) f_{i-j}(\tau) d\tau \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

$$K_n = \frac{2}{l} \int_0^l \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) \tilde{R}(\tau) d\tau$$

ここでの  $K_n$  は  $X(t)$  に依存する確率変数であり、計測期間における各周期成分の強さを表す。

ここで、 $\tilde{T}_i - \tilde{T}_j = G_i - G_j$  ( $i \neq j$ ) は正規分布  $N((i-j)l/m, 2\sigma^2)$  に従うことから、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) f_k(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) f_{m-k}(\tau) d\tau$$

よって、

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) f_{i-j}(\tau) d\tau \\ &= m \sum_{i=0}^{m-1} \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) f_i(\tau) d\tau \\ &= m + m \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) \sum_{i=1}^{m-1} \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(\tau-il/m)^2}{4\sigma^2}} d\tau \\ &= m - m \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}} d\tau \\ &\quad + m \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) \sum_{i=0}^{m-1} \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(\tau-il/m)^2}{4\sigma^2}} d\tau \\ &= \begin{cases} m + (m^2 - m) \int_0^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}} d\tau, & n = mj \ (j = 1, 2, \dots) \\ m - m \int_0^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\tau\right) \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\tau^2}{4\sigma^2}} d\tau, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned}$$

$$= \begin{cases} m + (m^2 - m)e^{-(\frac{2\pi n}{l})^2 \sigma^2}, & n = mj \ (j = 1, 2, \dots) \\ m - m e^{-(\frac{2\pi n}{l})^2 \sigma^2}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

と変形できる (最後の等式については [13] を参照) .

この結果を (10) に代入することにより, サンプルパス毎の推定精度  $\text{Var}[\hat{P}|X(t)]$  を計測期間における各周期成分の強さ  $K_n$  と揺らぎ量  $\sigma$  で以下のように表すことができた .

$$\text{Var}[\hat{P}|X(t)] = \sum_{i=1}^{\infty} w_i K_i \quad (11)$$

$$w_i = \begin{cases} \frac{1+(m-1)e^{-(\frac{2\pi n}{l})^2 \sigma^2}}{m}, & i = mj \ (j = 1, 2, \dots) \\ \frac{1-e^{-(\frac{2\pi n}{l})^2 \sigma^2}}{m}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

ここから,  $K_i$  の確率的挙動について調べる . Wiener-Khinchin の定理 [14] より, 確率過程の相関関数  $\tilde{R}(t) + \tilde{X}^2$  のフーリエ変換は  $\tilde{X}(t)$  のパワースペクトルに一致するため,

$$\mathcal{F}[\tilde{R}(t) + \tilde{X}^2] = \left| \mathcal{F}[\tilde{X}(t)] \right|^2$$

となる . このことから,  $\tilde{X}(t)$  のフーリエ係数  $C_n = 2 \int_0^l \cos(2\pi n t / l) X(t) dt / l$  と  $S_n = 2 \int_0^l \sin(2\pi n t / l) X(t) dt / l$  は  $K_n$  と以下の関係で結ばれる .

$$K_n = \frac{C_n^2 + S_n^2}{2} \quad (12)$$

ここで,  $X(t)$  に依存して変化する  $C_n, S_n$  とともに確率変数であることに注意する .

ここまでの結果から, 評価関数を構成する (6) は, (11) と (12) を用いることで, 以下のように表せる .

$$\begin{aligned} \text{E}[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]] &= \sum_{i=1}^{\infty} w_i \text{E}\left[\frac{C_i^2 + S_i^2}{2}\right] \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} w_i \{ \text{Cov}(C_i, C_i) + \text{Cov}(S_i, S_i) \} \end{aligned}$$

同様に, 評価関数を構成するもうひとつの要素である (7) は,  $C_i, S_i$  が正規分布であるという仮定をおくことで以下のように表せる .

$$\begin{aligned} \text{Var}[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]] &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} w_i w_j \text{Cov}\left(\frac{C_i^2 + S_i^2}{2}, \frac{C_j^2 + S_j^2}{2}\right) \\ &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} w_i w_j \{ \text{Cov}(C_i^2, C_j^2) \\ &\quad + 2\text{Cov}(C_i^2, S_j^2) + \text{Cov}(S_i^2, S_j^2) \} \\ &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} w_i w_j \{ 2\{\text{Cov}(C_i, C_j)\}^2 \\ &\quad + 4\{\text{Cov}(C_i, S_j)\}^2 + 2\{\text{Cov}(S_i, S_j)\}^2 \} \end{aligned}$$

第 3 の等式は 2 次元正規分布のモーメントの性質から成り立つ .

最後に  $\text{Cov}(C_i, S_j)$ ,  $\text{Cov}(C_i, C_j)$  及び  $\text{Cov}(S_i, S_j)$  と  $r(\tau)$  との関係を示すことで, 評価関数による評価が可能に

なる .  $\text{Cov}(C_i, S_j)$  を計算してみると,

$$\begin{aligned} \text{Cov}(C_i, S_j) &= \frac{4}{l^2} \int_0^l \int_0^l \cos\left(\frac{2\pi i}{l} t_1\right) \sin\left(\frac{2\pi j}{l} t_2\right) \text{E}[X(t_1)X(t_2)] dt_2 dt_1 \\ &\quad - \text{E}[C_i] \text{E}[S_j] \\ &= \frac{4}{l^2} \int_0^l \int_0^l \cos\left(\frac{2\pi i}{l} t_1\right) \sin\left(\frac{2\pi j}{l} t_2\right) r(t_2 - t_1) dt_2 dt_1 \\ &= \frac{2}{l^2} \int_0^l \int_{-l}^{-\tau} \left\{ \sin\left(\frac{2\pi(j+i)}{l} t_1 + \frac{2\pi j}{l} \tau\right) \right. \\ &\quad \left. + \sin\left(\frac{2\pi(j-i)}{l} t_1 + \frac{2\pi j}{l} \tau\right) \right\} dt_1 r(\tau) d\tau \\ &\quad + \frac{2}{l^2} \int_{-l}^0 \int_{-\tau}^l \left\{ \sin\left(\frac{2\pi(j+i)}{l} t_1 + \frac{2\pi j}{l} \tau\right) \right. \\ &\quad \left. + \sin\left(\frac{2\pi(j-i)}{l} t_1 + \frac{2\pi j}{l} \tau\right) \right\} dt_1 r(\tau) d\tau \end{aligned}$$

これを  $i = j$  と  $i \neq j$  で場合分けし, 積分を実行すると,  $\text{Cov}(C_i, S_j) = 0$  が得られる . また,  $\text{Cov}(C_i, C_j)$ ,  $\text{Cov}(S_i, S_j)$  についても同様の計算により次のように得られる .

$$\begin{aligned} \text{Cov}(C_i, C_j) &= \begin{cases} \frac{-4}{2il\pi} r_{S,i} + \frac{4}{l} r_{C,i}, & (i = j) \\ \frac{-4}{l\pi} \left(\frac{i}{i^2 - j^2}\right) r_{S,i} + \frac{-4}{l\pi} \left(\frac{j}{j^2 - i^2}\right) r_{S,j}, & (i \neq j) \end{cases} \\ \text{Cov}(S_i, S_j) &= \begin{cases} \frac{4}{2il\pi} r_{S,i} + \frac{4}{l} r_{C,i}, & (i = j) \\ \frac{4}{l\pi} \left(\frac{j}{j^2 - i^2}\right) r_{S,i} + \frac{4}{l\pi} \left(\frac{i}{i^2 - j^2}\right) r_{S,j}, & (i \neq j) \end{cases} \\ r_{S,i} &= \int_0^l \sin\left(\frac{2\pi i}{l} \tau\right) r(\tau) d\tau \\ r_{C,i} &= \int_0^l \left(1 - \frac{\tau}{l}\right) \cos\left(\frac{2\pi i}{l} \tau\right) r(\tau) d\tau \end{aligned}$$

これらを代入することで,

$$\begin{aligned} \text{E}[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]] &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{l} w_i r_{C,i} \\ \text{Var}[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]] &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{4}{l} w_i r_{C,i} \right\}^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} 8 w_i w_j \frac{(i^2 + j^2) \{ (r_{S,i})^2 + (r_{S,j})^2 \} - 4 i j r_{S,i} r_{S,j}}{l^2 \pi^2 (i^2 - j^2)^2} \end{aligned} \quad (13)$$

が, 得られる .

ただし,  $r(\tau)$ ,  $l$  及び  $m$  として現実的な条件を与えた場合, (13) の右辺第 2 項の影響は第 1 項に比べて極めて小さいため, 以下のように近似することができる .

$$\text{Var}[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]] \simeq \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{4}{l} w_i r_{C,i} \right\}^2 \quad (14)$$

今,  $X(t)$  が ON と OFF の区間長がそれぞれパラメータ  $\lambda_1, \lambda_2$  の指数分布に従う ON-OFF 過程であるとする,  $r(\tau) = (\lambda_1 \lambda_2) / (\lambda_1 + \lambda_2)^2 \cdot e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau}$  となることが計算できる .  $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, l = 100, m = 100$  とした場合の (13)

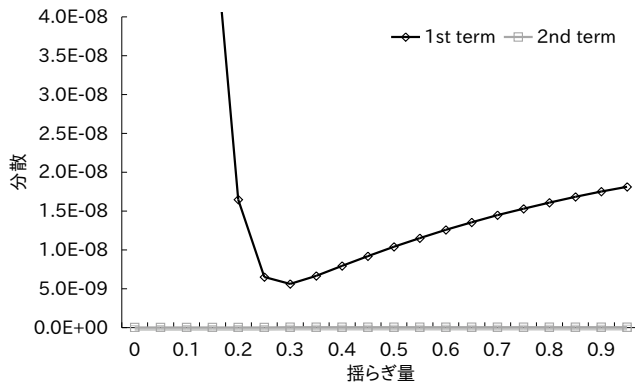


図2 (13) の第1項と第2項の比較

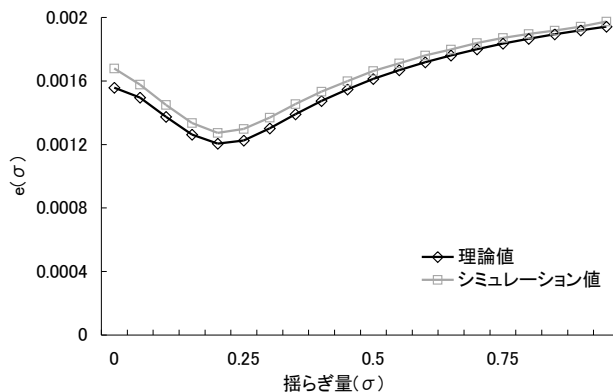


図3 シミュレーションによる評価関数と(15)の比較

の第1項と第2項の比較を図2に示す．図から，(14)の近似が適切であることがわかる．

結論として，評価関数  $e(\sigma)$  は以下の形で得られる．

$$e(\sigma) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{l} w_i r_{C,i} + \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{4}{l} w_i r_{C,i} \right\}^2} \quad (15)$$

試験パケット送出規則に与える揺らぎ量  $\sigma$  と計測期間長  $l$ ，試験パケット総数  $m$  及び計測対象過程  $X(t)$  の自己共分散関数  $r(\tau)$  から評価関数を描くことにより，ネットワーク特性に対応して最適な試験パケット送出を得られる．

最後に，(15)で示した評価関数の妥当性を検証するために，シミュレーションによる評価を行う． $X(t)$  として，ON-OFFの区間長がそれぞれ平均0.5sと1sの指数分布に従うON-OFF過程を生成するモンテカルロシミュレーションを行い， $E[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]] + \sqrt{\text{Var}[\text{Var}[\hat{P}|X(t)]]}$ を直接算出した．シミュレーション結果と理論値である(15)の比較を図3に示した．図より，理論値が適切であることが確認でき，これを用いることで与えられた条件では  $\sigma = 0.2$  程度が最適であることが特定できる．

## 6. おわりに

本研究では，送出時刻にランダムな揺らぎを与えることでフェーズロック現象を回避する試験パケット送出方法を提案した．また，その際の計測対象のネットワーク特性と計測期間長，

試験パケット総数から最適な揺らぎ量を特定する方法を示した．

理論の妥当性については，今回は簡単なシミュレーションによる確認のみであったが，実ネットワークでの検証も含め，今後検証を進めることが求められる．

また，実際に最適な揺らぎ量を特定するためには，現状ではネットワークの特性を意味する計測対象の確率過程の自己共分散関数の形状が既知である必要がある．しかし，一般にこれは未知であり，何らかの事前の調査によって求める必要がある．今後の研究では，継続的な計測を前提として，過去の観測データより自己共分散関数の形状を推定するアルゴリズムを検討していく予定である．

## 謝 辞

本研究は科研費基盤研究(B) 21300027 および NICT 委託研究「新世代ネットワーク技術戦略の実現に向けた萌芽的研究」より研究費の援助を受けて実施した．

## 文 献

- [1] G. Almes, S. Kalidindi and M. Zekauskas: "A one-way delay metric for IPPM", RFC2679 (1999).
- [2] G. Almes, S. Kalidindi and M. Zekauskas: "A one-way packet loss metric for IPPM", RFC2680 (1999).
- [3] V. Paxson, G. Almes, J. Mahdavi and M. Mathis: "Framework for IP Performance Metrics", RFC2330 (1998).
- [4] J. Bolot: "Characterizing End-to-End Packet Delay and Loss in the Internet", Journal of High Speed Networks, **2**, pp. 305–323 (1993).
- [5] C. Dovrolis, P. Ramanathan and D. Moore: "Packet-dispersion techniques and a capacity-estimation methodology", IEEE/ACM Transactions On Networking, **12**, 6, pp. 963–977 (2004).
- [6] R. Kapoor, L. Chen, L. Lao, M. Gerla and M. Sanadidi: "CapProbe: a simple and accurate capacity estimation technique", ACM SIGCOMM Computer Communication Review, **34**, 4, pp. 67–78 (2004).
- [7] M. Jain and C. Dovrolis: "End-to-End Available Bandwidth: Measurement Methodology, Dynamics, and Relation with TCP Throughput", Proceedings of ACM SIGCOMM 2002, pp. 295–308 (2002).
- [8] V. Ribeiro, R. Riedi, R. Baraniuk, J. Navratil and L. Cottrell: "pathChirp: Efficient available bandwidth estimation for network paths", Passive and Active Measurement Workshop, Vol. 4Citeseer (2003).
- [9] F. Baccelli, S. Machiraju, D. Veitch and J. Bolot: "On optimal probing for delay and loss measurement", Proceedings of the 7th ACM SIGCOMM conference on Internet measurement, pp. 291–302 (2007).
- [10] R. Wolff: "Poisson arrivals see time averages", Operations Research, **30**, 2, pp. 223–231 (1982).
- [11] F. Baccelli, S. Machiraju, D. Veitch and J. Bolot: "The role of PASTA in network measurement", ACM SIGCOMM Computer Communication Review, **36**, 4, pp. 231–242 (2006).
- [12] I. Gradshteyn, I. Ryzhik, A. Jeffrey and D. Zwillinger: "Table of Integrals, Series, and Products", chapter 12, p. 1066, Academic press, New York, seventh edition (1980).
- [13] I. Gradshteyn, I. Ryzhik, A. Jeffrey and D. Zwillinger: "Table of Integrals, Series, and Products", chapter 3, p. 488, Academic press, New York, seventh edition (1980).
- [14] H. Stark and F. Tuteur: "Modern Electrical Communications: Theory and Systems", pp. 223–224, Prentice Hall (1979).