裾の重いキュー長分布におけるパケット廃棄率推定

Packet Loss Rate Estimation for Queue Length Distribution with Heavy Tail

島崎沢 Taku Shimazaki　　渡部康平 Kohei Watabe　　中川健治 Kenji Nakagawa

長岡技術科学大学　電気系

Department of Electrical Engineering, Nagaoka University of Technology

1　まえがき

近年のインターネットサービスにおいて，通信品質 QoS (Quality of Service) が重要であり，QoS の評価指標であるパケット廃棄率を知ることが，ネットワークの設計･評価に必要である．パケット廃棄率をシミュレーションによって推定する場合，パケット廃棄は希少事象であるため，一般的なモンテカルロ (Monte Carlo; MC) 法による推定では膨大な時間が掛かることや，推定精度に問題があるため，インポータンスサンプリング (Importance Sampling; IS) 法が提案されている [1]．先行研究 [1] では，裾の軽いキュー長分布を扱っていたが裾の重いキュー長分布について研究されていなかった．本稿では裾の重いキュー長分布を持つ待ち行列の IS 法を示す．

2　インポータンスサンプリング法

定常状態のキュー長を Q とし，ある閾値 q を超える確率 $\mathrm{P}(Q > q)$ を推定する際，MC 法では q が大きいと事象 $\{Q > q\}$ が起きにくい．IS 法では利用率 $\rho = \lambda/\mu$ である元の分布 P とは異なる利用率 $\rho^* = \lambda^*/\mu^*$ を用いた分布であるシミュレーション分布 P^* を用いて希少事象を起きやすくし，重み関数によって補正して推定する．

パケット廃棄率は，キュー長が正である区間を 1 つのサイクルとし，総サイクル数を N，i 番目のサイクルにおけるパケットの総数を T_i，パケットの処理終了時刻を t とすると IS 法で得られる推定値は以下のようになる．ここで，$1_{\{Q>q\}}$ は $\{Q > q\}$ のとき 1，それ以外では 0 となる指示関数である．

$$P[Q > q] = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T_i} 1_{\{Q>q\}} w_i(t)}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T_i} w_i(t)}$$

3　シミュレーション

基本的にネットワークでは利用率 ρ が 1 未満であるため，キュー長 Q は増えにくく，閾値 q が大きくなるにつれて確率 $\mathrm{P}(Q > q)$ は 0 に近づく．ここで，0 へ指数的速度で収束していくものを “軽い裾”，べき乗的速度で収束するものを “重い裾” といい，軽い裾と重い裾ではモデルの振る舞いが異なる特徴を持つ [2]．

先行研究では，裾の軽いキュー長分布の一つである M/D/1 待ち行列におけるパケット廃棄率の推定を行っていた．この待ち行列の重み関数 w_k を次式に示す．k は 1 つ前のサービス終了時から次のサービス終了時までの 1 サービス間に到着したパケットの個数である．

$$w_k = \left(\frac{\lambda}{\lambda^*}\right)^k \mathrm{e}^{\lambda^* - \lambda}$$

本研究では裾の重いキュー長分布の一つであるパレート分布にサービス時間が従うような M/G/1 待ち行列におけるパケット廃棄率推定を行った．重み関数を導出すると次式のようになる．A はパレート分布のシェイプパラメータ，$\Gamma(a, x)$ は第二種不完全ガンマ関数である．

$$w_k = \left(\frac{\lambda\mu^*}{\lambda^*\mu}\right)^A \frac{\Gamma(-A + k, \frac{A-1}{A}\frac{\lambda}{\mu})}{\Gamma(-A + k, \frac{A-1}{A}\frac{\lambda^*}{\mu^*})}$$

元の待ち行列の利用率 $\rho = 0.1$，シミュレーション分布の利用率 $\rho^* = 0.3$ とした時の推定結果を図 1 に示す．

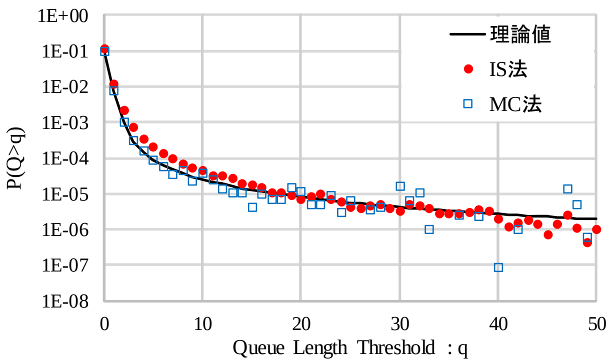

図 1　M/G/1 待ち行列のパケット廃棄率

4　考察

MC 法では閾値 q が大きくなるに連れてばらつきが大きく，IS 法では MC 法に比べてばらつきが小さいことを確認できる．$\mathrm{P}(Q > 40)$ の推定を 20 回行ったときの分散は，MC 法では 2E − 11，IS 法では 3E − 13，と小さい分散が得られた．このため，裾の重いキュー長分布においても IS 法は有用であることが確認できる．

今後の展望として，現在の IS 法による推定値が理論値の周りでばらついているため，分散の低減が求められる．IS 法では利用率 ρ を高くするため，キュー長が元の分布に比べて伸びやすくなる．そこで，キュー長が伸びて重み関数がある程度収束したときに，キュー長を 0 にしてサイクルを打ち切ることでサイクルを短くする手法をとっている．裾の重いキュー長分布の場合，サイクルを打ち切る最適な時点が見つかっておらず，このことが分散の低減に関わると考えられる．

参考文献

[1] 中川健治, “モンテカルロシミュレーション基礎”, 通信ソサイエティマガジン, 秋号, no.6, pp.11-20, ieice, 2008.

[2] S.Asumussen et al. ,“Rare Events Simulation for Heavy Tailed Distributions”, Bernoulli, vol.6, no.2, pp.303-322, BS, 2000.