

重い裾の分布における IS シミュレーションの研究

A Study of IS Simulation for Heavy Tail Distribution

佐藤 敏希
Toshiki Sato

中川 健治
Kenji Nakagawa

渡部 康平
Kohei Watabe

長岡技術科学大学 大学院 工学研究科
Graduate School of Engineering, Nagaoka University of Technology

1 概要

ネットワークにおける品質指標の一つであるパケット廃棄率は数値シミュレーションを用いて推定されるが、一般的な数値シミュレーションの手法であるモンテカルロ (Monte Carlo; MC) 法では推定に膨大な時間が必要であり、推定限界も存在する。それらの問題を解決する手段としてインポートランスサンプリング (Importance Sampling; IS) 法が提案されている。

サービス時間が重い裾の分布に従う M/G/1 待ち行列のキュー長の分布は重い裾の分布に従う。本研究では、待ち行列への適用の準備として、1つの重い裾の分布の裾確率に対する IS 法を考える。重い裾の分布を軽い裾の分布に変換する裾変換法を提案し、裾変換法と軽い裾の分布における IS 法を用いることで重い裾の分布の裾確率をより高速に推定できることを示す。

2 軽い裾の分布における IS 法

裾が軽い分布においてはモーメント母関数が 1 となる正のパラメータ θ^* を用いて指数的測度変換を施すことが IS 法の高速性を最も高める方法であることが明らかとなっているが、重い裾の分布ではパラメータ θ^* を求めることが出来ない。

3 裾変換法

重い裾を持つワイブル分布の裾は以下のように累積分布関数の補分布で表現することが出来る。

$$\bar{F}(x) = 1 - F(x) = e^{-\beta x^\alpha} \quad 0 < \alpha < 1, \beta > 0$$

この式において重い裾の原因となっているのは x^α の部分であるため、この部分を $y = x^\alpha$ と置き換えると、裾の式は以下のように変換される。

$$\bar{G}(y) = e^{-\beta y}$$

この $\bar{G}(y)$ は軽い裾の分布を持つ、平均が $\frac{1}{\beta}$ の指数分布の裾の式と一致し、 $P(X > c)$ を推定することと $P(Y > c^\alpha)$ を推定することは等価である。

このように重い裾の分布において、裾が重くなる原因部分を数学的に置き換え、裾の式を軽い裾に変換する手法を裾変換法と名付けた。

4 裾変換法による IS 法の効果

裾変換法の効果を検証するためにワイブル分布の裾確率を MC 法、推定値の分散が最も小さくなるパラメータを探索的に求めた従来の IS 法、裾変換法を施した分

布に対し、指数分布で最適とされているパラメータを用いた IS 法 (以下、提案法) の 3 種類の推定手法で推定し、推定値の分散を比較した。それぞれの手法における推定値の分散を Fig.1 に示す。

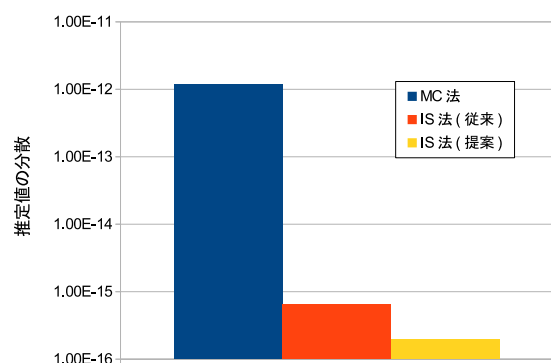


図 1 各推定手法における推定値の分散

5 裾変換法の有用性

Fig.1 の結果から提案法の分散が従来の IS 法に比べ、約 1/3 となっているため、同程度の分散であれば、約 3 倍高速であることがシミュレーション結果から明らかとなった。また今回示した従来の IS 法は分散が最小となるパラメータを探索的に求めているのに対し、提案法では軽い裾の分布における最適パラメータ決定法によって解析的に求めることが出来た。

6 まとめと今後の課題

本稿では重い裾の分布を軽い裾の分布に変換する裾変換法を提案し、シミュレーションから提案法が従来法より約 3 倍高速なパラメータを解析的に求められる事を示した。今後は裾変換法を実際に M/G/1 待ち行列におけるパケット廃棄率推定に用いる方法について検討を行い、先行研究によって提案されている手法と比較を行っていく予定である。

参考文献

- [1] 島崎沢, “裾の重いキュー長分布におけるパケット廃棄率推定”, 長岡技術科学大学工学部 修士論文, 2015.
- [2] A. Bassamboo, et.al., “On the inefficiency of ...”, Operations Research Letters, vol.35, issue.2, pp.251-260, March 2007.