

# いくつかの現象の超電導の側面

## 超電導の歴史

超電導は1911年にカマリンオンネスによって発見された。水銀において約4.2K地点で、急激に電気抵抗が減少し、測定不能な値になることを発見した。

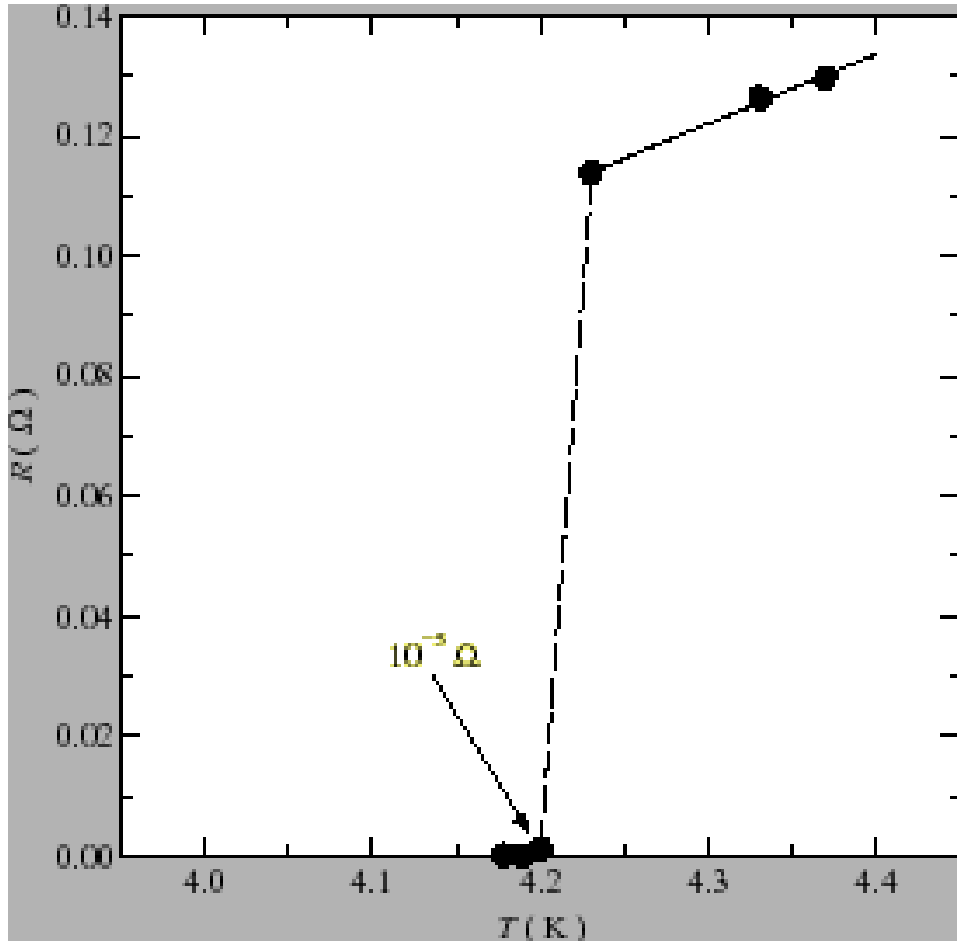


図1:水銀の電気抵抗のグラフ

それ以来、25種以上の金属と1000以上の合金で超伝導が見つかった。酸化銅超伝導体が見つかるまでは $\text{Nb}_3\text{Ge}$ が一番高い臨界温度を保有していた。(図2参照)

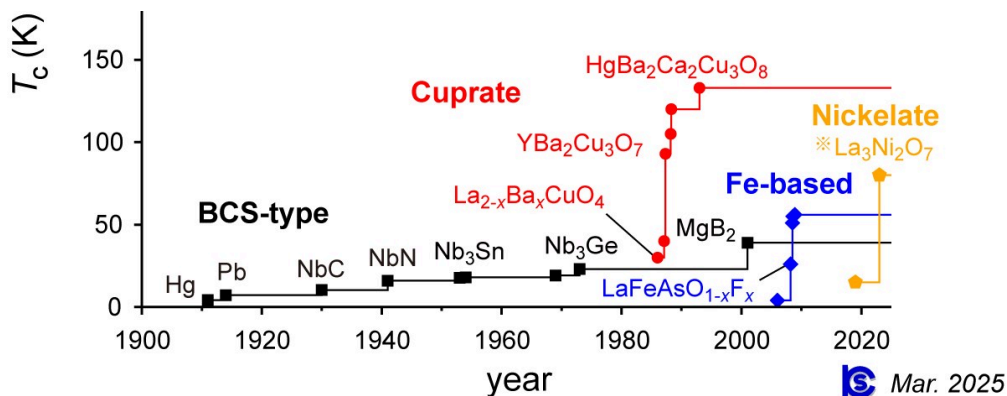


図2:超電導の臨界温度の変遷

1986年にLa(ランタン)ベースの超伝導物質( $\text{La}_2\text{CuO}_4$ )が発見された。同年、臨界温度が液体窒素の沸点(77K)を超える銅酸化物超伝導体が発見された。銅酸化物超伝導体は $\text{CuO}_2$ のシートが絶縁ブロック層で区切られた構造をしている(図3参照)。

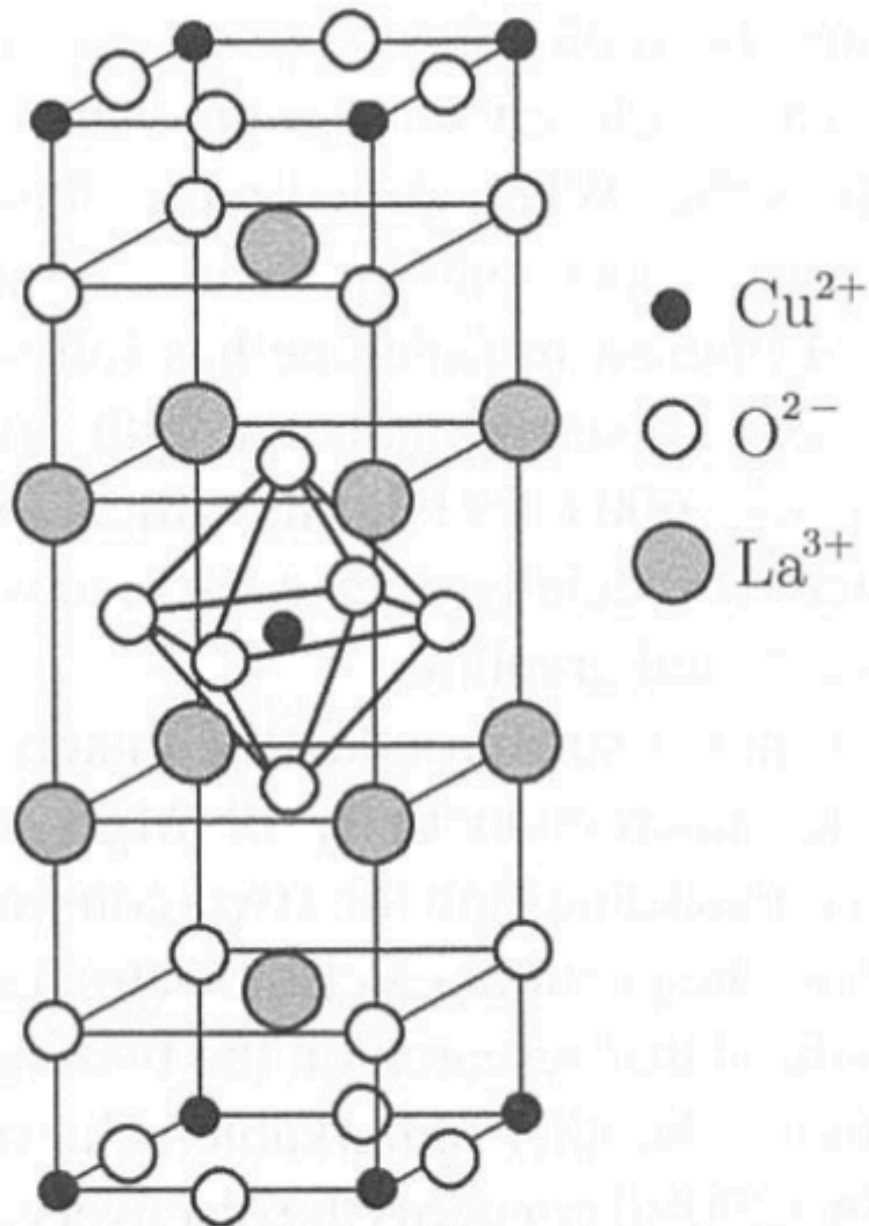


図3: $\text{La}_2\text{CuO}_4$ の結晶構造

この二ランタン四酸化銅のランタン部分をイットリウム、ビスマス、タリウム、水銀に置き換えたほかの超伝導銅酸化物の発見され、臨界温度は100K以上が標準的となった。特にタリウム、水銀をドーピングした銅酸化物はより高い臨界温度をもとめる競争において有望なものになった。

1991年、フラーレンを利用した有機超伝導物質が発見された。フラーレン $\text{C}_{60}$ に対してアルカリ金属をドーピングすると超伝導体になることがわかり、特にカリウムをドーピングした $\text{K}_3\text{C}_{60}$ は18Kで超伝導になることが発見され、フラーレンへの関心が高まった。

2001年には二ホウ化マグネシウム(MgB<sub>2</sub>)が臨界温度40Kを記録し、二成分系では極めて高い温度である。

## 超電導の理論

超電導の状態は、フェルミエネルギー付近の電子の引力相互作用によって引き起こされると考えられていた（従来型超電導）。しかし、近年ではほかの対生成メカニズムも超電導を引き起こす可能性があると考えられている(非従来型超電導)。どちらのメカニズムをBCS理論によって説明することが可能である。

超伝導体には抵抗がないという特徴に加え、完全反磁性という特徴を持つ。この効果は1933年にマイスナーとオクセンフェルトによって発見され、マイスナー効果といわれている。マイスナー効果の原因は厚さ $10^{-5}$ cm程度の非常に薄い表面層を流れる「反磁性遮蔽電流」と自身が生成する無損失の「超電流」にある。

内部磁場は磁化と外部磁場の和によってあらわされるので、以下の式になる。

$$\vec{B}_{\text{in}} = \vec{H} + 4\pi\vec{M}$$

超電導体内部では $\vec{B}_{\text{in}} = 0$ になるので、外部磁場と磁化は反平行で $\vec{M} = -\frac{1}{4\pi}\vec{H}$ になる。また、磁化率 $\chi = \frac{M}{H} = -\frac{1}{4\pi}$ 。第15章より、常電導金属の磁化率が $10^{-6}$ 程度であるので、超電導体は約100万倍の磁化率を持つことになる。

十分に小さい磁場では超電導体によって排除されるが、磁場が強くなると超電導状態を破壊される。この破壊されるギリギリ磁場の大きさを臨界磁場といい、試料の固有特性と形状によって決定される。大きく第一種超伝導体と第二種超伝導体に分類される。

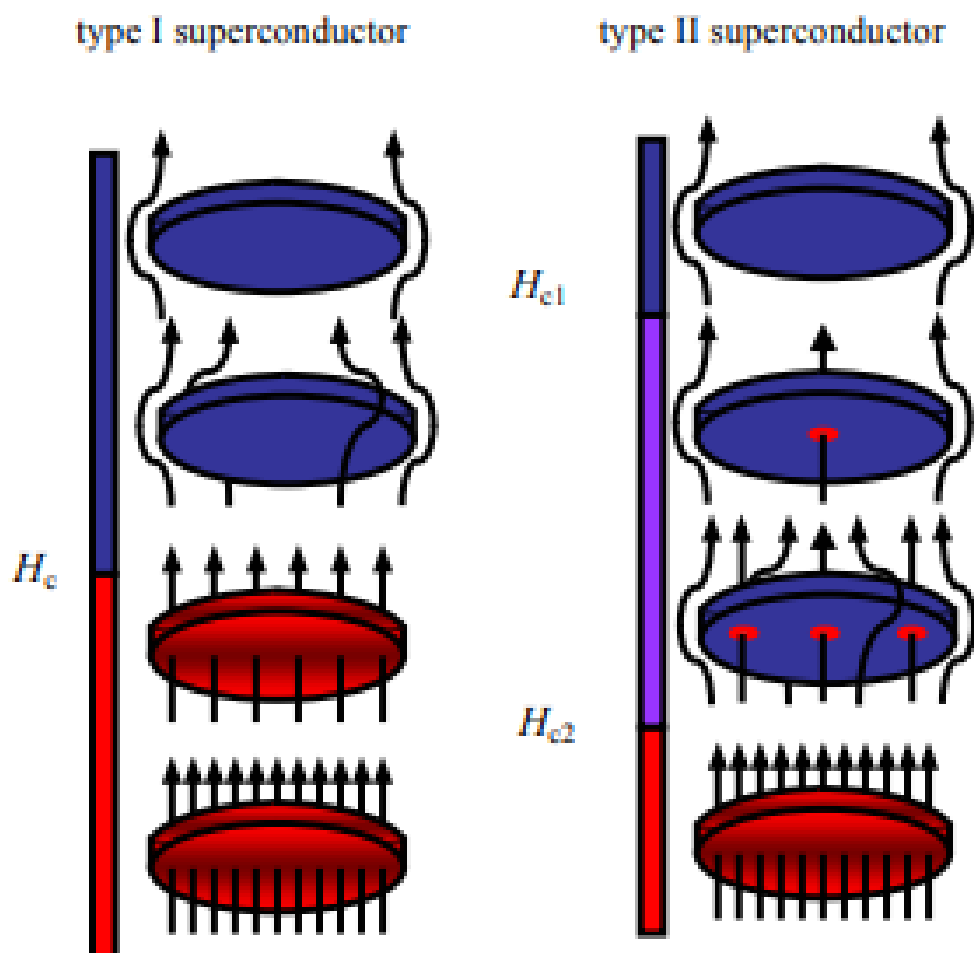


図4:第一種、第二種の磁束の図

## 第一種超電導体

第一種超伝導体ではある臨界磁場 $H_c$ があり、この臨界磁場を超えると超伝導体から、常磁性体へと転移する。この臨界磁場 $H_c$ は温度 $T$ に依存しており、多くの第一種超伝導体では放物線状になる(図5)。この証明は18.5章で行う。

$$H_c(T) = H_c(0)\left(1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right) \quad (18.1.1)$$

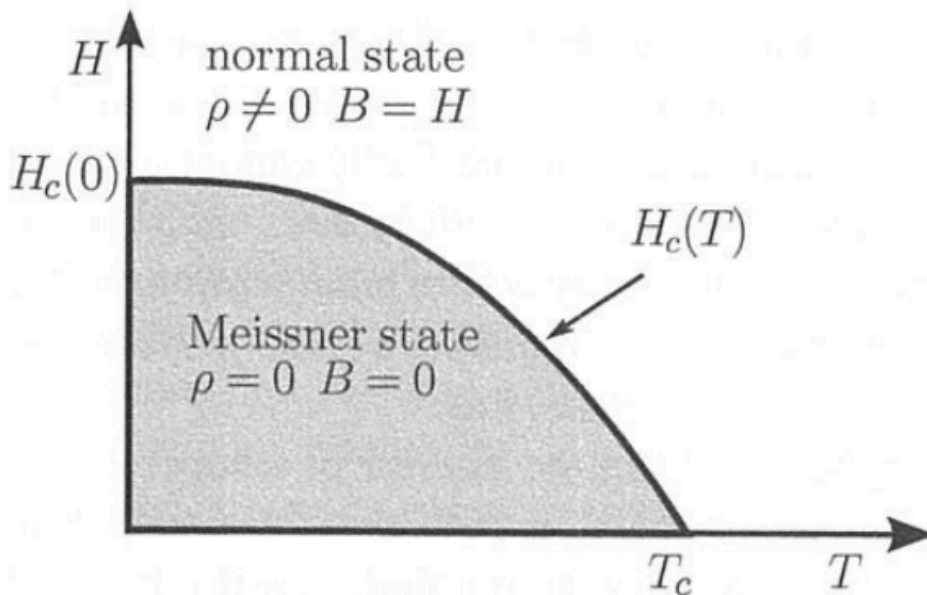


図5:臨界磁場の温度依存性

結局磁化は  $\vec{B}_{\text{in}} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} = \vec{0}$  であるため、M-Hグラフは臨界磁場以下であれば直線  $H = -4\pi M$  となり、臨界磁場以上では常磁性となり、金属の常磁性の磁化率が  $10^{-6}$  程度であるのでグラフにするとほぼ0になってしまう。

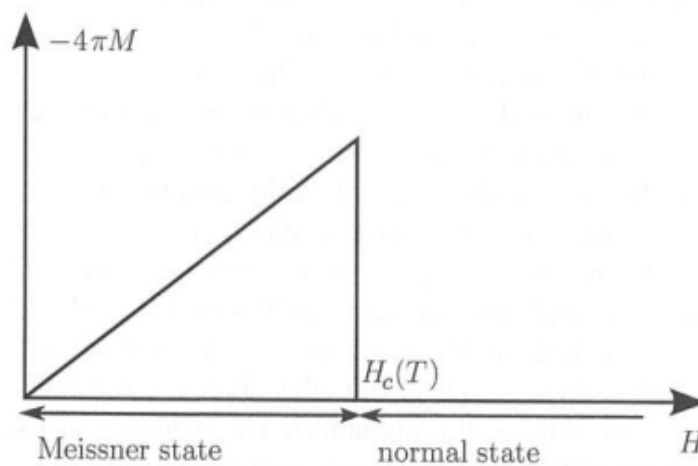


Figure 18.4 Magnetization versus applied field for type-I superconductors.

図6:臨界磁場の温度依存性

## 第二種超電導体

第二種超電導体は上限臨界磁場  $H_{C_2}(T)$  と下限臨界磁場  $H_{C_1}(T)$  を持つ。

＊外部磁場が下限磁場  $H_{C_2}$  より小さい場合

マイスナー効果が働いているので、 $H = -4\pi M$  になる。

＊外部磁場が上下限臨界磁場の間にいるとき

磁束が部分的に貫通しており、磁化を帯びた三角格子に分割される。この磁束は渦と呼ばれ、各渦は等しい量子磁束を持つ。

[ここに画像を挿入三角格子の説明画像を載せたかったが、集合体恐怖症だとやばそうな画像なので下に載せている](#)

$$\Phi_0 = \frac{hc}{2e} = 2.0679 \times 10^{-7} \text{gauss} \cdot \text{cm}^3$$

外部の磁場を増やすとこの渦密度が増える

この時の磁化と外部磁場の大きさは以下の式で表される。

引用元:「[Nobel Lecture: Type-II superconductors and the vortex lattice\\*](#)」(A. A. Abrikosov 2004).

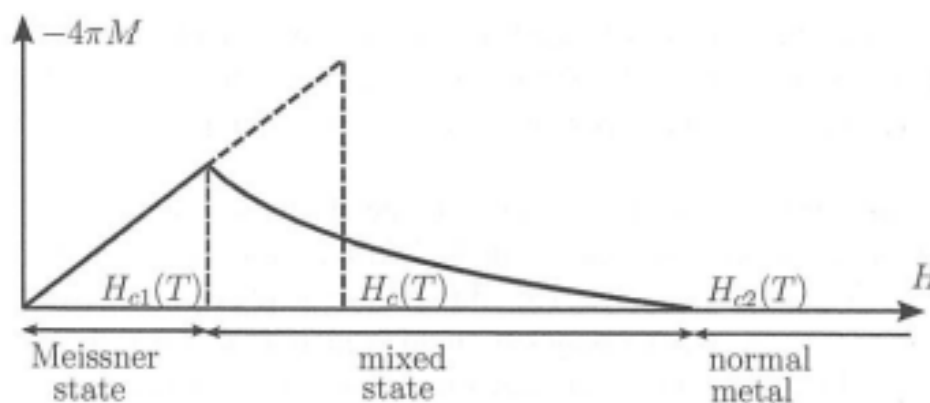
$$-4\pi M = \frac{H_{T_{C_2}} - H}{(2\kappa^2 - 1)\beta_A}$$

( $\beta_A$  : アブリコソフ定数( $\sim 1.16$ ),  $\kappa$  : パラメーター)

＊上限磁場 $H_{C_1}$ 以上のとき

上限磁場以上では、渦密度が十分に増えると常磁性体と同じふるまいを起こす。そのため、 $M = \chi H \sim 10^{-6} H$ になるのではほぼ0になる。

今までまとめたものが以下のグラフになる



第二種超電導の外部磁場と磁化の関係

## まとめ

- 1911年に水銀が低温環境下では超電導になることが発見され、それ以来、超電導の研究が進められてきた。現在では、酸化銅の化合物で液体窒素の沸点を超えることができています。
- 超電導には二種類が存在し、外部磁場へのふるまいが変わる。

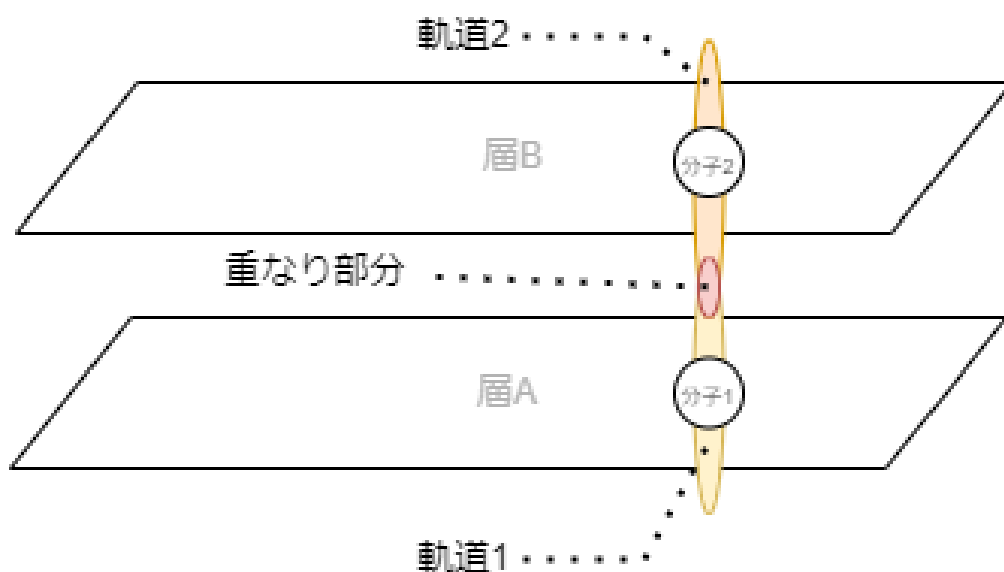
## 付録1.有機超電導体の難しさ

通常のベンゼン環を持つ導電性有機物質は層状の分子面を持つ(図:付録1.1)。この層は分子の集まりであり、分子軌道は原子の軌道が集まった物になる。分子の軌道のうち電子が詰まっているエネルギーが

最も高いものをHOMO,HOMOからみてエネルギー的に1つ上の電子が存在しない軌道をLUMOという。常温状態である時は層A内分子の軌道(波動関数)と層B内の軌道が重なりあっているため、伝導性が生まれる。しかし、低温環境ではバイエルス転移が起き、層が変形してしまうので重なりが減少せず、伝導性が失われる。

## 付録2. マイスナー効果の考察

任意の物体は磁場に変化があったとき、その変化率に対応して起電力を発生させる（マクスウェル方程式第2式 $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$ ）。非超電導物質であるならばその電流が抵抗により減衰する。しかし超電導では0抵抗であるため、その電流が失われることがない(超電流)。また、超電流に生み出される磁場は外部磁場と逆になるのでマイスナー効果が存在する。



図：付録2.1 有機超電体のイメージ図

フラレンは層状でないため、バイエルス転移が起きても重なりが減少せず超伝導体になる可能性が出てくる。

## 付録3. 従来型超電導について

従来型超電導はフォノンを仲介役として、電子が引き付き合いクーパー対を生成することによって引き起こされる。この時超電導秩序パラメーターは定符号でありこれをs波超電導という。

## 付録4. 非従来型超電導について

非従来型超電導は、従来型とは異なり、仲介役はなく電子相関によって引き起こされる。また、超電導秩序パラメーターがフェルミ面上で+-+と符号が変化していく。このことをs波超電導に対して、d波ペアリングという

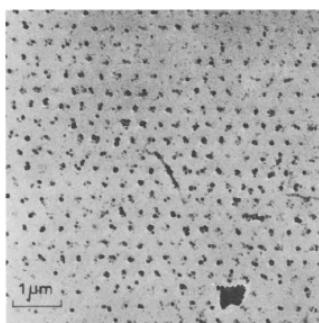
## 付録5. 単位体積当たりのエネルギー

体積当たりのエネルギーは以下の式で表される

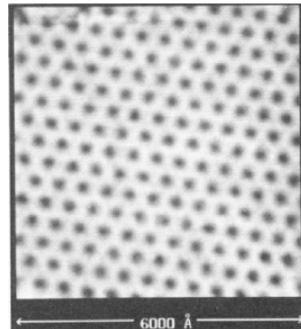
$$U = - \int \vec{M} \cdot d\vec{B}$$

今回のCGS単位系を採用しているので磁場と磁束密度が同一視するものとし、超電導の性質より、 $\vec{M} = -\frac{1}{4\pi}\vec{H}$ である

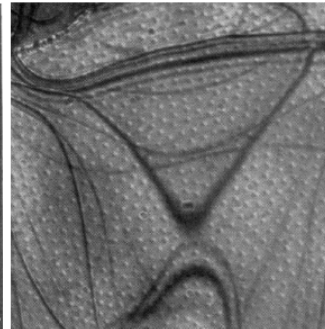
$$\begin{aligned} U &= - \int_0^H \vec{M} \cdot d\vec{H} \\ &= \frac{H^2}{8\pi} \end{aligned}$$



(a) Bitter 法 [15]



(b) STM [16]



(c) Lorentz 顕微鏡 [17]

[図:付録1.2三角格子の説明図](#)