

课程设计要求

基本的递归算法

遍历

动态规划

分支定界和回溯

附加题目

题目分配表

课程设计要求

算法课程设计定位于算法课程理论的补充，可以进一步学习一些课堂上没有涉及但是比较经典的问题。通过这些问题的分析和实现，加深学生对各种算法设计技术的理解。学生需要完成规定的程序和文档。文档模板见附件。

1. 成绩构成（参考）：

- 最后成绩评定：优、良、中、及格、不及格
- 所有学生需要完成基本的递归算法一节的内容以及遍历小节中的两个题目。
- 完成2的基础上，完成一个动态规划类题目（及格）
- 完成2的基础上，完成二个动态规划类题目（中）
- 完成4的基础上，完成一个分支限界法的题目（良）
- 完成5的基础上，完成一个附加题目（优）

每个学生需要完成的题目见文档末尾的[题目分配表](#)。

具体成绩评定由教师掌握。

2. 时间地点安排

课节	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
1,2	算法分析与设计课程 设计 4教0310(0311) 16周(1-4节) 116030804,116030803 董世都	算法分析与设计课程 设计 4教0313 17周(1-4节) 116030804,116030803 董世都	算法分析与设计课程 设计 4教0313 17周(1-4节) 116030804,116030803 董世都	算法分析与设计课程 设计 4教0313 17周(1-4节) 116030804,116030803 董世都	算法分析与设计课程 设计 4教0312 16周(1-2节) 116030804,116030803 董世都
3,4	算法分析与设计课程 设计 4教0310(0311) 16周(1-4节) 116030804,116030803 董世都	算法分析与设计课程 设计 4教0313 17周(1-4节) 116030804,116030803 董世都	算法分析与设计课程 设计 4教0313 17周(1-4节) 116030804,116030803 董世都	算法分析与设计课程 设计 4教0313 17周(1-4节) 116030804,116030803 董世都	
5,6			算法分析与设计课程 设计 4教0313 16周(5-8节) 116030804,116030803 董世都		
7,8					
9,10,11					

=====

导出

课节	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
1,2					
3,4					
5,6		算法分析与设计课程 设计4教0312 17周(5-8节) 116030802,116030801 刘祥	算法分析与设计课程 设计4教0314 17周(5-8节) 116030802,116030801 刘祥	算法分析与设计课程 设计4教0205(0206) 17周(5-8节) 116030802,116030801 刘祥	算法分析与设计课程 设计4教0312 17周(5-8节) 116030802,116030801 刘祥
7,8		算法分析与设计课程 设计4教0310(0311) 17周(7-8节) 116030802,116030801 刘祥	算法分析与设计课程 设计4教0314 17周(5-8节) 116030802,116030801 刘祥	算法分析与设计课程 设计4教0205(0206) 17周(5-8节) 116030802,116030801 刘祥	算法分析与设计课程 设计4教0312 17周(5-8节) 116030802,116030801 刘祥
9,10,11					

课节	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
1,2					
3,4					
5,6			算法分析与设计课程 设计4教0312 16周(5-6节) 116030802,116030801 刘祥		算法分析与设计课程 设计4教0313 16周(5-6节) 116030802,116030801 刘祥
7,8					
9,10,11					

基本的递归算法

(必做：1题 + 从2、3两题中自选一个)

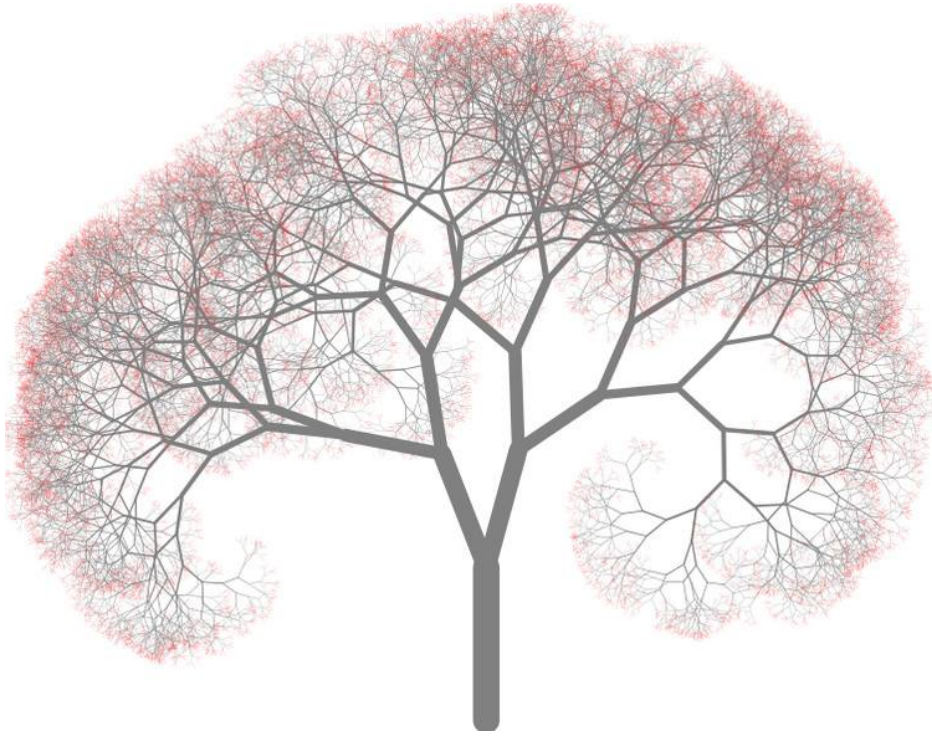
1. 完成二项式公式计算，即 $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$. 公式解释：为了从n个不同元素中抓取k个元素(C_n^k)，可以这样考虑，如果第一个元素一定在结果中，那么就需要从剩下的n-1个元素中抓取k-1个元素(C_{n-1}^{k-1})；如果第一个元素不在结果中，就需要从剩下的n-1个元素中抓取k个元素(C_{n-1}^k)。

要求分别采用以下方法计算，并进行三种方法所需时间的经验分析。

- a. 直接采用递归算法
- b. 采用备忘录方法
- c. 采用迭代算法

要有性能数据。最好是 $T(n, k)$ 的曲线或者曲面图。迭代算法要和递归思路相关。另外，Excel其实可以帮你你完成函数拟合（回归），就是帮你猜时间复杂度。

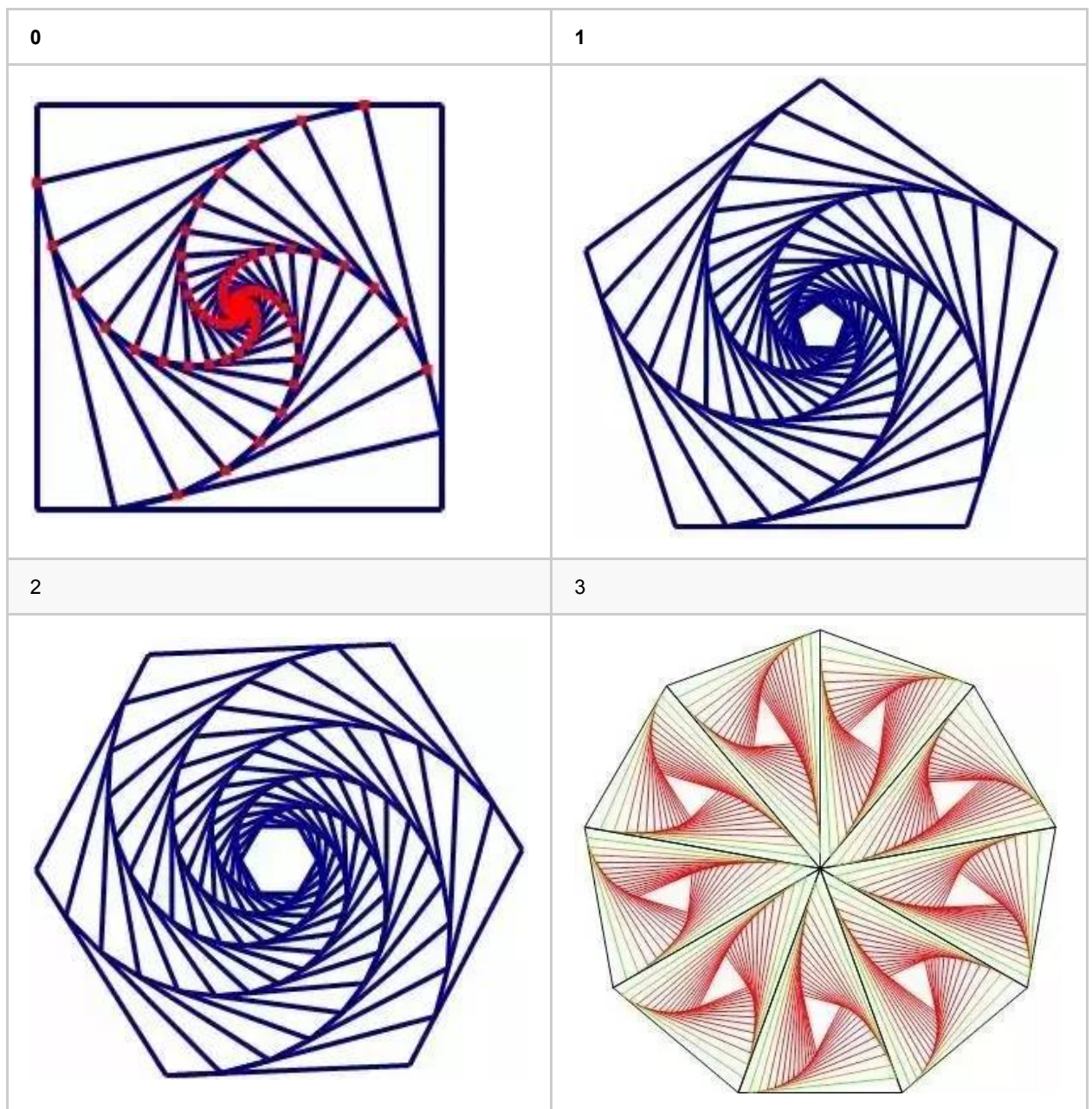
2. 绘制一个简单的分形树：



先垂直绘制一根线段，然后在线段顶端向右一定倾角绘制一根线段，长度分别为原线段的 k 倍. 再同样的，在线段左侧以固定倾角绘制一根线段，如此反复，直至线段长度小于某个较小的值。其中，线条颜色以及长度，夹角（例如产生某个范围的随机数）都可以自行进行微调。

3. 绘制图形：

仔细观察第一幅图，是一个正方形在边上按照比例取点，再作一个内接正方形.....直到内接正方形边长足够小。你能不能画出第2个或者第3个图呢？最后一个图是内接三角形。



遍历

1. 强连通分量

判定一个有向图是否存在强连通分量。请参考教材深度优先遍历一节后的习题说明。

2. 西蒙.丹尼斯.泊松是著名的法国数学家和物理学家。据说在他遇到某个古老的谜题之后，就开始对数学感兴趣了，这个谜题是这样的：给定一个装满水的8品脱壶以及两个容量分别为5品脱和3品脱的空壶，如何通过完全灌满或者到空这些壶从而使得某个壶精确地装有4品脱的水？用广度优先查找来求解这个谜题。要求在输出结果中包含广度优先的遍历过程（结点的遍历顺序）。

3. 用户输入4位个位数（1~9），四个数之间只能通过+,-,*,/运算进行连接，请输出四则运算表达式，其求值结果为24。然后输出所有求值结果为24的组合。你能不能不通过四重循环来产生这4个参与运算的数。

提示：

a. 产生4个数的排列；

b. 产生运算符的排列（4种运算符，任选3个）；

c. 考虑加括号方式，纸上推演一下，有5种加括号方式，如果对4个数的排列没有约束，加括号方式也可以简化为三种 $\langle (a+b)+(c+d), ((a+b)+c)+d, (a+(b+c))+d \rangle$ 。 $a+((b+c)+d)$, $a+(b+(c+d))$ 是被去

掉的两种，这里加号表示运算符。

4. 画出**所有可能**的九宫图, 即每行每列, 每一斜行的和都相同（不能用黄师姐的办法¹）

?	?	?
?	?	?
?	?	?

动态规划

1. 商店中每种商品都有标价。例如，一朵花的价格是2元，一个花瓶的价格是5元。为了吸引顾客，商店提供了一组优惠商品价。优惠商品是把一种或者多种商品分为一组，并降价销售。例如，3朵花的价格不是6元而是5元。2个花瓶加1朵花的优惠价是10元。试设计一个算法，计算出某一顾客所购商品应付的最少费用。

输入1：为三元组的集合： $\{(C, K, P), (C, K, P)\}$ 。其中C为商品编码，K为想要购买的数量，P为商品正常单价。表示你要购买的商品。

输入2：优惠活动清单： $\{(C1, K1, C2, K2, C3, K3, \dots, P1), (C2, K2, \dots, P2), \dots\}$ 。例如，花的编号为7, 则优惠“3朵花的价格是5元”表示为(7,3,5)。花瓶的编号为8, “2个花瓶加1朵花的优惠价是10元”表示为(7,1,8,2, 10)

输出：最少费用。

2. 长江游艇俱乐部在长江上设置了n个游艇出租站1,2,...,n。游客可在这些游艇出租站租用游艇，并在下游的任何一个游艇出租站归还游艇。游艇出租站i到游艇出租站j之间的租金为 $r(i,j)$, $1 \leq i < j \leq n$ 。试着设计一个算法，计算从游艇出租站1到游艇出租站n所需要的最少租金。

输入：n和相应规模的 $r(i,j)$ 。注意 $j > i$ ，所以 $r(i,j)$ 只有n-1行。例如：

1	3
2	5 15
3	7

表示 $n=3$,

$r(1,2) = 5$,

$r(1,3) = 15$,

$r(2,3) = 7$,

输出：最少租金

3. 如果一个子序列从左向右和从右向左读都一样，则称之为回文。例如，序列ACGTGTCAAAATCG有很多回文子序列，比如ACGCA和AAAA。请给出一个算法，求出最长的回文子序列。

4. 基因序列比较

人类基因由4种核苷酸，分别用字母ACTG表示。要求编写一个程序，按以下规划比较两个基因序列并确定它们的相似程度。即两给出两个基因序列AGTGATG和GTTAG，它们有多相似呢？测量两个基因的相似度一种方法称为对齐。使用对齐方法可以在基因的适当位置加入空格，让两个基因的长度相等，然后根据基因的分值矩阵计算分数。

Base	A	C	G	T	-
A	5	-1	-2	-1	-3
C	-1	5	-3	-2	-4
G	-2	-3	5	-2	-2
T	-1	-2	-2	5	-1
-	-3	-4	-2	-1	*

比较AGTGATG与GTTAG:

- 第一种对齐方案为：

首先可以给AGTATG插入一个空格得：AGTAT-G

GTTAG插入3个空格即得：-GT--TAG

上面的匹配分值为： $-3+5+5+(-2)+(-3)+5+(-3)+5=9$.

- 第二种对齐方案为：

AGTGATG

-GTTA-G

得到的分值为： $(-3)+5+5+(-2)+5+(-1)+5=14$.

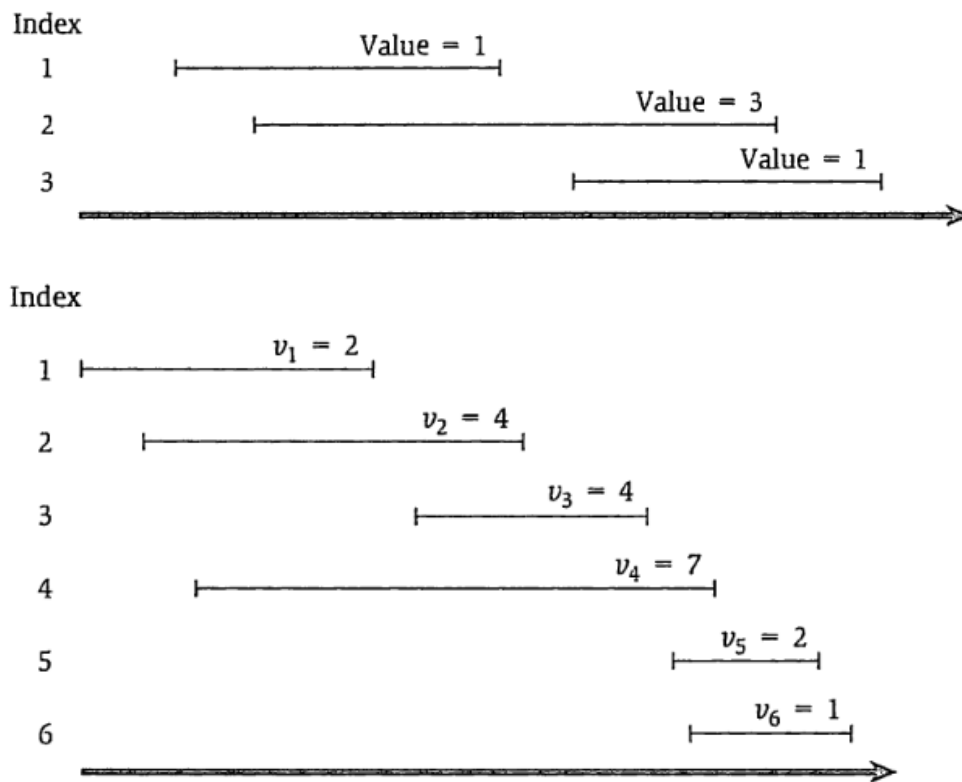
当然还有其它对齐方式，但以上对齐方式是最优的，所以两个基因的相似度就为14。

5. 区间调度问题

有 n 项工作，每项工作分别在 s_i 开始， f_i 结束。对每项工作，你都可以选择参加或不参加，但选择了参加某项工作就必须至始至终参加全程参与，即参与工作的时间段不能有重叠(即使开始的时间和结束的时间重叠都不行)。

这个问题在贪心算法一节习题中出现过。原来的目标是使得你能参与的工作数量最多。但是现在我们对每个工作赋予一个权值，它可能表示这项工作你能获得的报酬。请问，你应该选择哪些工作，才能使得你获得的报酬最多。

这个问题也被称为区间调度问题。如图1，按照贪心策略，先后选择活动1和活动3，它们是相容的，但是你能获得的总报酬为2，没有只从事工作2获得的报酬多。请你设计算法，帮助我们选择最优的活动方案。



6. 小美近来疯狂购物，信用卡上获得积分100000。在积分商城中有许多物品可以选兑。例如食用油，大米，钢笔，电烤炉，研磨机，热水壶等等。信用卡积分就快过期了，小美想将这一万积分尽量用光，请问小美应该怎么办？

小美在挑选物品的过程中，发现有些积分和实际价格的比例大概是100:1，继而发现有些商品在积分商城里购买并不划算，不如去京东购买。小美为了这100000积分也是拼了，将所有商品在京东的价格罗列了出来，同时罗列了所有商品的积分。此时小美又应该怎么挑选，使得获得的价值最大？（或许你应该想想价值是什么？）

分支定界和回溯

1. 设某一机器由 n 个部件组成，每一种部件都可以从 m 个不同的供应商处购得。设 w_{ij} 是从供应商 j 处购得的部件 i 的重量， c_{ij} 是相应的价格。设计一个优先队列式分支限界法，给出的总价格不超过 d 的最小重量机器设计。

输入：第一行输入三个整数 n, m, d 。接下来的 $2 \times n$ 行，每行 m 个数，前 n 行是 c ，后 n 行是 w 。

例如，

```

1  输入文件示例：
2  3 3 4
3  1 2 3
4  3 2 1
5  2 2 2
6  1 2 3
7  3 2 1
8  2 2 2
9  输出文件示例：
10 4
11 1 3 1
  
```

2. 假设有n个任务由k个可并行工作的机器完成。完成任务i需要的时间为 t_i 。试设计一个算法找出完成这n个任务的最佳调度，使得完成全部任务的时间最早。

例如，输入为

```
1 7 3
2 2 14 4 16 6 5 3
```

表示有7个任务，有3台可并行工作的机器。每个任务需要的完成时间在第二行。

输出文件示例

```
1 17
```

3. 实现旅行销售商问题的分支限界算法。参考教材描述。

4. （数独）

建议大家下一个数独的手机app了解规则和培养感觉。

这里要求大家利用计算机完成数独游戏的填写。

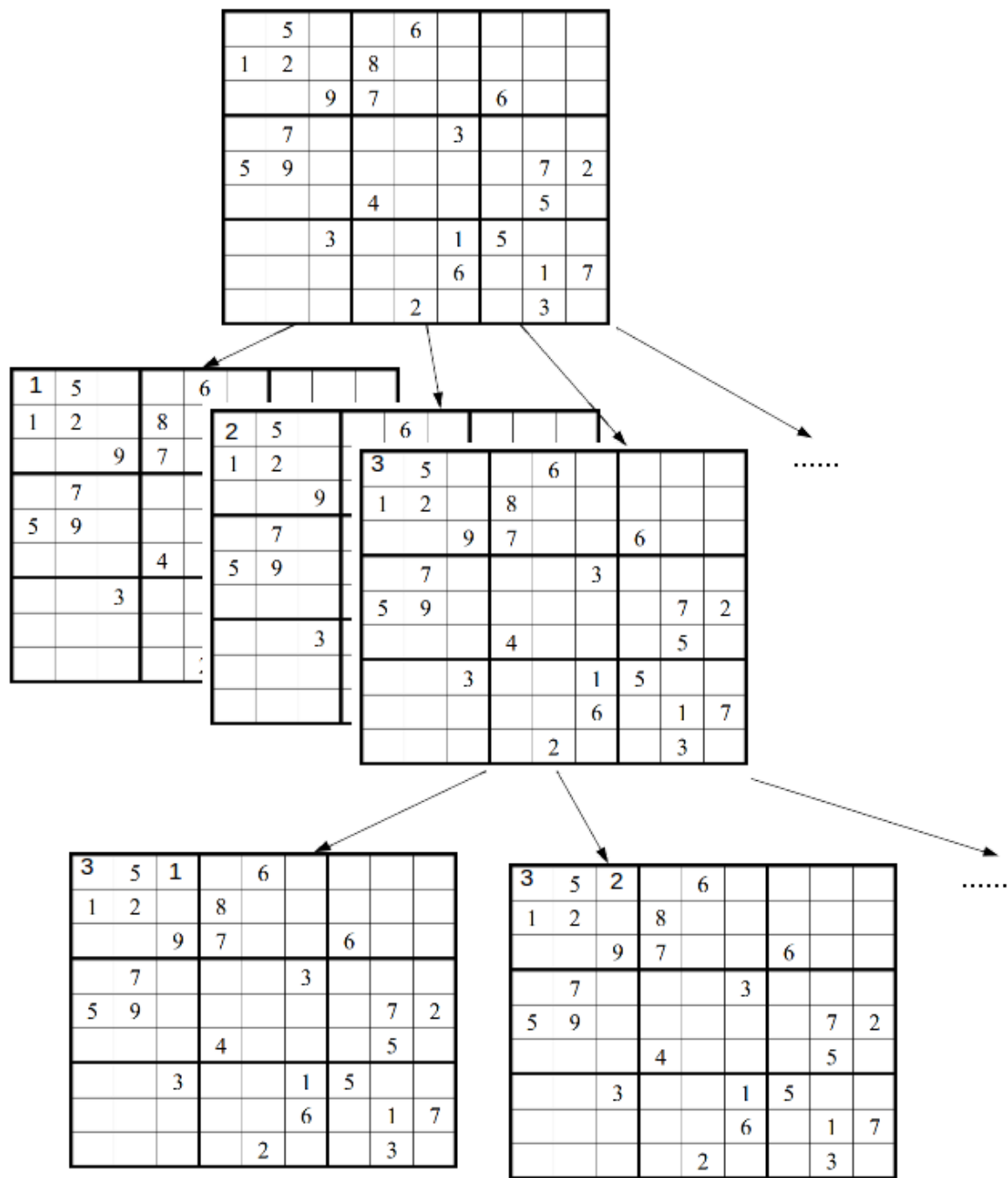
输入：一份填有部分数字的数独表格

输出：完成后的表格（或者宣告无解）

	5			6				
1	2		8					
		9	7			6		
	7				3			
5	9						7	2
			4				5	
		3			1	5		
					6		1	7
				2			3	

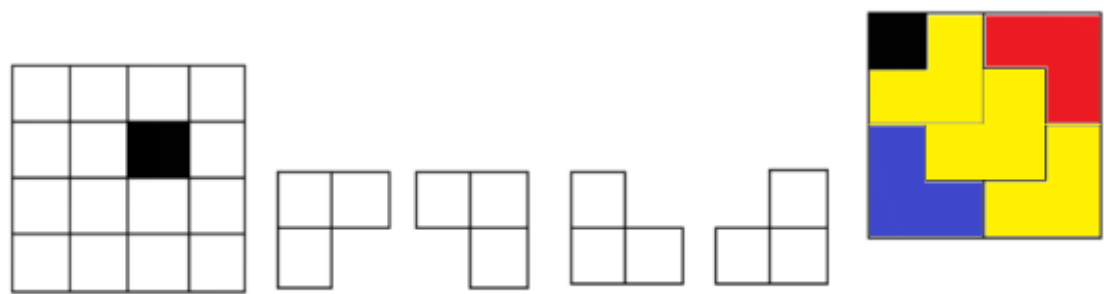
虽然这个是二维数组，但和八皇后问题没有什么太大差别。如果是你来画这么一棵状态空间树，你会

画成什么样子？



附加题目

1. 在一个 ($k \geq 0$) 个方格组成的棋盘中，恰有一个方格与其他方格不同，称该方格为特殊方格。显然，特殊方格在棋盘中可能出现的位置有种，因而有 $4k$ 种不同的棋盘，图a所示是 $k=2$ 时 16 种棋盘中的一个。棋盘覆盖问题 (chess cover problem) 要求用图 (b) 所示的 4 种不同形状的 L 型骨牌覆盖给定棋盘上除特殊方格以外的所有方格，且任何 2 个 L 型骨牌不得重叠覆盖。



2. 地图着色问题
1. 设计内容：
已知中国地图，对各省进行着色，要求相邻省所使用的颜色不同，并保证使用的颜色总数最少。
2. 设计要求：
(1) 设计该问题的核心算法；
(2) 设计可视化的界面，界面中能显示和区分中国地图中各省、市、自治区；
(3) 程序能正确对地图着色。
3. 学校超市选址问题（带权有向图的中心点）
设计内容：对于某一学校超市，其他各单位到其的距离不同，同时各单位人员去超市的频度也不同。请为超市选址，要求实现总体最优。
设计要求：
(1) 设计该问题的核心算法；
(2) 设计可视化的界面，界面中能有效显示学校超市可设立的地点和各单位的位置以及它们之间的有效路径；
(3) 程序能自动计算出最优设立点，并最好以图示化方式演示。
4. 设计一个演示系统动态演示快速排序、归并排序的执行过程。
5. 设计一个演示系统动态演示最长公共子序列以及矩阵链相乘的执行过程。（演示填表的过程）
-
-

题目分配表

1	学号尾号		遍历算法	动态规划		分支限界	其他
2	01	2+4	4+4	2	1		
3	02	2+3	5+6	2	2		
4	03	2+4	1+6	4	1		
5	04	2+3	5+1	1	4		
6	05	2+3	5+1	3	4		
7	06	1+3	1+2	4	2		
8	07	2+3	1+6	2	1		
9	08	2+3	2+4	1	5		
10	09	2+4	2+4	4	4		
11	10	2+3	5+6	2	1		
12	11	2+4	2+5	1	4		
13	12	2+4	1+3	4	1		
14	13	2+3	1+1	4	4		
15	14	1+3	6+5	2	3		
16	15	1+4	6+4	1	1		
17	16	2+3	2+6	1	1		
18	17	1+4	3+3	4	3		
19	18	2+3	5+1	3	1		
20	19	1+4	2+6	3	4		
21	20	1+4	1+6	3	3		
22	21	1+4	6+5	4	3		
23	22	2+3	3+6	2	3		
24	23	2+4	3+6	4	2		
25	24	2+3	1+4	3	3		
26	25	2+4	1+4	2	3		

27	26	1+3	1+6	3	3
28	27	2+4	2+1	3	1
29	28	2+4	2+1	1	3
30	29	2+4	2+1	3	5
31	30	1+4	4+5	3	5
32	31	2+3	4+5	4	3
33	32	2+4	4+2	3	3
34	33	1+3	4+2	1	1
35	34	2+3	6+3	3	3
36	35	2+4	6+3	3	3
37	36	2+4	2+3	3	5
38	37	1+4	6+5	4	1
39	38	1+4	3+6	1	3
40	39	1+3	3+6	1	5
41	40	2+3	4+1	3	1
42	41	1+4	2+6	2	3
43	42	2+4	1+6	4	2
44	43	2+4	3+2	2	4
45	44	2+4	3+2	2	1
46	45	2+4	4+2	3	3
47	46	2+4	5+1	4	1
48	47	2+4	3+6	2	4
49	48	1+4	1+3	4	4
50	49	1+4	3+4	3	4
51	50	2+4	3+4	2	2
52	51	2+3	3+4	4	5
53	52	1+4	2+6	2	3
54	53	2+3	1+5	3	4
55	54	1+4	1+2	4	5

1. 那女子（瑛姑）双手捧头,苦苦思索,过了一会,忽然抬起头来,脸有喜色,道:“你的算法自然精我百倍,可是我问你:将一至九这九个数字排成三列,不论纵横斜角,每三字相加都是十五,如何排法?”黄蓉心想:“我爹爹经营桃花岛,五行生克之变,何等精奥?这九宫之法是桃花岛阵图的根基,岂有不知之理?”当下低声诵道:“九宫之义,法以灵龟,二四为肩,六八为足,左三右七,戴九履一,五居中央。”边说边画,在沙上画了一个九宫之图。那女子面如死灰,叹道:“只道这是我独创的秘法,原来早有歌诀传世。”黄蓉笑道:“不但九宫,即使四四图,五五图,以至百子图,亦不足为奇。就说四四图罢,以十六字依次作四行排列,先以四角对换,一换十六,四换十三,后以内四角对换,六换十一,七换十。这般横直上下斜角相加,皆是三十四。”那女子依法而画,果然丝毫不错。黄蓉道:“那九宫每宫又可化为一个八卦,八九七十二数,以从一至七十二之数,环绕九宫成圈,每圈八字,交界之处又有四圈,一共一十三圈,每圈数字相加,均为二百九十二。这洛书之图变化神妙如此,谅你也不知晓。”举手之间,又将七十二数的九宫八卦图在沙上画了出来。 ↩