D. Chakraborty, A. Dailly, S. Das, F. Foucaud, H. Gahlawat et S. K. Ghosh : Isometric Path Cover : complexité et algorithmes sur les graphes cordaux

Dibyayan Chakraborty, LIP, Lyon, dibyayan.chakraborty@ens-lyon.fr
Antoine Dailly, LIMOS, Clermont-Ferrand, antoine.dailly@uca.fr
Sandip Das, Indian Statistical Institute, Kolkata, Inde, sandip.das.69@gmail.com
Florent Foucaud, LIMOS, Clermont-Ferrand, florent.foucaud@uca.fr
Harmender Gahlawat, Ben-Gurion University of the Negev, Beer-Sheva, Israel, harmendergahlawat@gmail.com
Subir Kumar Ghosh, Ramakrishna Mission Vivekananda Educational and Research Institute, Kolkata, Inde, profsubirghosh@gmail.com

Un chemin dans un graphe est *isométrique* s'il est un plus court chemin entre ses deux extrémités. Nous considérons le problème Isometric Path Cover, qui consiste à couvrir tous les sommets d'un graphe donné en utilisant un nombre minimum de chemins isométriques. Ce problème, historiquement issu des jeux de poursuite-évasion, a surtout été considéré sous un angle structurel. Nous l'étudions sous un angle algorithmique, et démontrons les résultats suivants :

Théorème 1 Isometric Path Cover *est NP-complet, y compris pour les graphes cordaux avec un sommet universel.*

Théorème 2 *Il existe un algorithme polynomial donnant une 4-approximation pour* Isometric Path Cover *pour les graphes cordaux.*

Théorème 3 Isometric Path Cover *peut être résolu en temps* $2^{k2^{O(\omega)}}n$ *pour les graphes cordaux d'ordre* n *et de largeur arborescente* ω*, soit* $2^{2^{O(k)}}n$ *où* k *est la taille de la solution.*

La preuve du Théorème 2 permet d'obtenir des ratios d'approximation pour des classes plus générales (comme $k+7$ pour les graphes k-cordaux), et de meilleurs ratios pour des sous-classes (comme 3 pour les graphes d'intervalle). L'algorithme consiste à chercher une couverture par chemins dans l'arbre obtenu par un parcours en largeur du graphe. Le ratio d'approximation est obtenu en bornant le nombre de sommets d'un chemin isométrique pouvant être dans une même antichaine et en appliquant le théorème de Dilworth. Par ailleurs, cet algorithme ne peut pas avoir de meilleur ratio pour les graphes cordaux et d'intervalle.