Coloration d'arêtes union-distinguante

Nicolas Bousquet, G-SCOP, Grenoble, nicolas.bousquet@liris.cnrs.fr
Antoine Dailly, LIRIS, Lyon, antoine.dailly@univ-lyon1.fr
Éric Duchêne, LIRIS, Lyon, eric.duchene@univ-lyon1.fr
Hamamache Kheddouci, LIRIS, Lyon, hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr
Aline Parreau, LIRIS, Lyon aline.parreau@univ-lyon1.fr

Nous définissons un problème d'identification : nous cherchons à colorer les arêtes d'un graphe de façon à ce que chaque sommet du graphe soit identifié par l'union des couleurs des arêtes qui lui sont incidentes.

Étant donnés un graphe $G(V,E)$ et un entier k, nous définissons une coloration des arêtes $f : E \to 2^{\{1,\ldots,k\}}$. Depuis cette coloration, nous définissons un identifiant pour tout sommet u : $id_f(u) = \bigcup_{v \text{ t.q. } uv \in E} f(uv)$. La coloration f est dite *union-distinguante* si et seulement si pour tous sommets distincts u et v, $id_f(u) \neq id_f(v)$. Une telle coloration existe sur un graphe donné si toutes ses composantes connexes sont de taille au moins 3. Un exemple de coloration d'arêtes union-distinguante est montré Figure 1 (les identifiants des sommets sont encadrés).

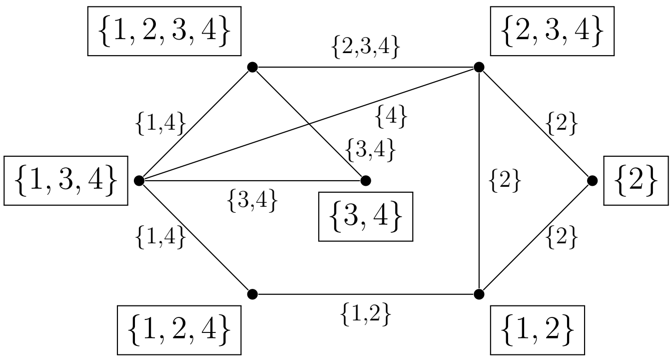

FIGURE 1 – Une coloration d'arêtes union-distinguante.

Nous définissons le paramètre $\chi_\cup(G)$, qui est le plus petit entier k pour lequel une coloration d'arêtes union-distinguante de G existe. Nous prouvons que pour tout graphe G, $\lceil \log_2(|V(G)|+1) \rceil \leq \chi_\cup(G) \leq \lceil \log_2(|V(G)|+1) \rceil + 2$. Nous conjecturons que les seules valeurs possibles sont $\lceil \log_2(|V(G)|+1) \rceil$ et $\lceil \log_2(|V(G)|+1) \rceil + 1$.

Nous calculant la valeur du paramètre sur diverses classes de graphes, et montrons que la borne inférieure est atteinte pour les chemins, les cycles (sauf C_3 et C_7) et les arbres binaires complets.