

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский технологический университет» МИРЭА

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 1

по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика, часть 2»

| Тема: | <u>Первичная обработка выборки из</u> | |
|-------|---------------------------------------|--|
| | | |
| | дискретной генеральной совокупности | |

Выполнил: Студент 3-го курса Жолковский Д. А.

Группа: КМБО-01-16

Лабораторная работа по Математической статистике № 1 «Первичная обработка выборки из дискретной генеральной совокупности»

Задание 1. Получить выборку, сгенерировав 150 псевдослучайных чисел, распределенных по биномиальному закону с параметрами $n = 5 + V \mod 17$ p=0,1+0,01V

Задание 2. Получить выборку, сгенерировав 150 псевдослучайных чисел, распределенных по геометрическому закону с параметром р.

$$p = 0.1 + 0.01V$$

Задание 3. Получить выборку, сгенерировав 150 псевдослучайных чисел, распределенных по закону Пуассона с параметром λ . $\lambda = 0.7 + 0.07 \mathrm{V}$

Для всех выборок построить:

- 1) статистический ряд;
- 2) полигон относительных частот;
- 3) эмпирическую функцию распределения;

Найти:

- 1) выборочное среднее;
- 2) выборочную дисперсию;
- 3) выборочное среднее квадратическое отклонение;
- 4) выборочную моду;
- 5) выборочную медиану;
- 6) выборочный коэффициент асимметрии;
- 7) выборочный коэффициент эксцесса.
- V номер варианта. Вычисления проводить с точностью до 0,00001 .

Теоретические сведения

Полученную выборку $\{x1, x2, x3, ..., xN\}$ упорядочить по возрастанию, определить частоты n_i и относительные частоты (частости) w_i , построить статистический ряд:

| x_i | x_1^* | ••• | $\boldsymbol{x_{m}^{*}}$ |
|-------|---------|-------|--------------------------|
| n_i | n_1 | • • • | n_m |
| w_i | w_1 | ••• | w_m |

Полигон относительных частот — ломаная линия, соединяющая последовательно точки с координатами $(x_1^*, w_1), (x_2^*, w_2), \dots, (x_m^*, w_m)$.

Эмпирическая функция распределения

$$F_N^{\mathfrak{I}}(x) = \sum_{x_i^* \leq x} w_i = \begin{cases} 0, & x < x_1^* \\ w_1, & x_1^* \leq x < x_2^* \\ w_1 + w_2, & x_2^* \leq x < x_3^* \\ w_1 + w_2 + w_3, & x_3^* \leq x < x_4^* \\ \dots & \dots & \dots \\ 1, & x \geq x_m^* \end{cases}$$

Выборочное среднее

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{m} x_i^* w_i$$

Выборочная дисперсия

$$D_B = \sum_{i=1}^m (x_i^* - \bar{x})^2 w_i$$

Выборочный момент к-ого порядка

$$\overline{\mu_k} = \sum_{i=1}^m (x_i^*)^k w_i$$

Выборочный центральный момент k-ого порядка

$$\overline{\mu_k^o} = \sum_{i=1}^m (x_i^* - \bar{x})^k w_i$$

Выборочное среднее кврадратическое отклонение

$$\bar{\sigma} = \sqrt{D_B}$$

Выборочная медиана

$$\overline{M_e} = \begin{cases} x_i^*, & F_N^{\mathfrak{I}}(x_{i-1}^*) < 0.5 < F_N^{\mathfrak{I}}(x_i^*) \\ \frac{1}{2}(x_i^* + x_{i+1}^*), & F_N^{\mathfrak{I}}(x_i^*) = 0.5 \end{cases}$$

Выборочная мода — это значение x_i , которому соответствует максимальная частота.

$$\begin{cases} \text{если } n_i = \, \max n_k > \, n_j, \mathbf{i} \neq \mathbf{j}, & \overline{M_0} = \{x_i^* \mid n_i = \max n_k \,\} \\ \text{если } n_i = \, n_i + 1 \, = \, \ldots \, = \, n_{i+j} \, = \, \max n_k, & \text{то } \overline{M_0} = \frac{1}{2} \, (x_i^* + x_{i+1}^*) \\ \text{если } n_i = \, n_j \, = \, \max n_k > \, n_l, i \, < \, \mathbf{l} \, < \, \mathbf{j}, & \text{то } \overline{M_0} - \, \text{не существует} \end{cases}$$

Выборочный коэффициент асимметрии

$$\overline{\alpha_s} = \frac{\overline{\mu_3^o}}{\overline{\sigma}^3}$$

Выборочный коэффициент эксцесса

$$\bar{\varepsilon_k} = \frac{\overline{\mu_4^o}}{\bar{\sigma}^4} - 3$$

Ряд распределения - структурная группировка с целью выделения характерных свойств и закономерностей изучаемой совокупности.

Математическое ожидание — понятие среднего значения случайной величины в теории вероятностей.

Дисперсия – отклонение величины от ее математического ожидания.

5

Среднеквадратическое отклонение – показатель рассеивания значений случайной величины относительно ее математического ожидания.

Мода — значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто.

Медиана – возможное значение признака, которое делит вариационный ряд выборки на две равные части.

Коэффициент асимметрии используется для проверки распределения на симметричность, а также для грубой предварительной проверки на нормальность.

Если плотность распределения симметрична, то выборочный коэффициент асимметрии равен нулю, если левый хост распределения тяжелее – больше нуля, легче – меньше.

Коэффициент эксцесса используется для проверки на нормальность.

Нормальное распределение имеет нулевой эксцесс. Если хвосты распределения «легче», а пик острее, чем у нормального распределения, то коэффициент эксцесса положительный; если хвосты распределения «тяжелее», пик «приплюснутый», чем у нормального распределения, то отрицательный.

Биномиальное распределение

Биномиальное распределение — распределение количества «успехов» в последовательности из п независимых случайных экспериментов, таких что вероятность «успеха» в каждом из них равна р.

Математическое ожидание: пр

Дисперсия: npq, q=1-p

Среднеквадратическое отклонение: \sqrt{npq}

Мода: [(n+1)p], если (n+1)p – дробное; (n+1)p- $\frac{1}{2}$, если np – целое;

Медиана: Round(np)

Коэффициент асимметрии: $\frac{q-p}{\sqrt{npq}}$

Коэффициент эксцесса:
$$\frac{1-6pq}{npq}$$

Геометрическое распределение

Геометрическое распределение – распределение величины, равной количеству испытаний случайного эксперимента до наблюдения первого «успеха».

Математическое ожидание:
$$\frac{q}{p}$$
, $q=1-p$

Дисперсия:
$$\frac{q}{p^2}$$
, $q=1-p$

Среднее квадратичное отклонение:
$$\sqrt{\frac{q}{p^2}}$$

Медиана:
$$\left[-\frac{ln2}{lnq}\right]$$
, если $\frac{ln2}{lnq}$ – дробное; $-\frac{ln2}{lnq}$ – $\frac{1}{2}$, если $\frac{ln2}{lnq}$ - целое

Коэффициент асимметрии:
$$\frac{2-p}{\sqrt{1-p}}$$

Коэффициент эксцесса:
$$6 + \frac{p^2}{1-p}$$

Распределение Пуассона

Распределение Пуассона — вероятностное распределение дискретного типа, моделирует случайную величину, представляющую собой число событий, произошедших за фиксированное время, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средне интенсивностью и независимо друг от друга.

Математическое ожидание: λ

Дисперсия: λ

Среднеквадратическое отклонение: $\sqrt{\lambda}$

Мода: [λ]

Медиана:
$$\left[\lambda + \frac{1}{3} - \frac{0.002}{\lambda}\right]$$

Коэффициент асимметрии: $\lambda^{-\frac{1}{2}}$

Коэффициент эксцесса: λ^{-1}

Средства языка Octave

В программе расчёта используются следующие средства языка:

Функции:

- \bullet binornd(n, p, s, z) возвращает матрицу случайных значений из биномиального распределения с параметрами n и p , где n есть число испытаний и p есть вероятность успеха, s количество строк в возвращаемой матрице, z количество столбцов.
- \bullet geornd(p, s, z) возвращает матрицу случайных значений из геометрического распределения с параметром p, s количество строк в возвращаемой матрице, z количество столбцов.
- poissrnd(λ , s, z) возвращает матрицу случайных значений из распределения Пуассона с параметром λ , s количество строк в возвращаемой матрице, z количество столбцов.
- sort(x) возвращает копию x с элементами, расположенными в порядке возрастания.
 - sqrt(x) возвращает квадратный корень из числа x.
- max(X) в случае одномерного массива возвращает наибольший элемент; в случае двумерного массива это вектор-строка, содержащая максимальные элементы каждого столбца.

Операторы управления:

- for endfor
- if else endif
- break

А также арифметические и логические операторы.

Результаты расчетов с комментариями

Задание 1:

$$n = 14, p = 0.19$$

Выборка:

Неупорядоченная:

| 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 5 | 4 | 2 | 2 | 1 | 4 | 0 | 1 | 4 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 0 | 1 | 3 | 4 | 3 | 4 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 | 4 |
| 3 | 3 | 0 | 3 | 0 | 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 5 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 5 | 3 | 1 | 0 | 2 | 5 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 4 |
| 2 | 1 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 3 | 4 | 1 | 3 |
| 4 | 1 | 0 | 3 | 2 | 2 | 4 | 3 | 3 | 2 | 2 | 4 | 3 | 4 | 5 |
| 2 | 2 | 5 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 5 | 2 | 4 | 3 | 6 | 2 |
| 1 | 3 | 4 | 3 | 3 | 5 | 2 | 0 | 3 | 3 | 2 | 4 | 1 | 3 | 2 |
| 5 | 2 | 1 | 4 | 1 | 3 | 3 | 1 | 4 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 2 |
| 6 | 4 | 3 | 4 | 6 | 4 | 6 | 4 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 6 |

Упорядоченная:

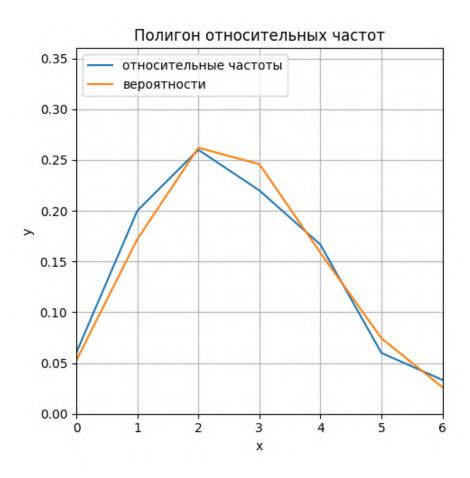
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |

Статистический ряд:

| Xi | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|---|----|----|----|----|---|---|
| n_i | 9 | 30 | 39 | 33 | 25 | 9 | 5 |

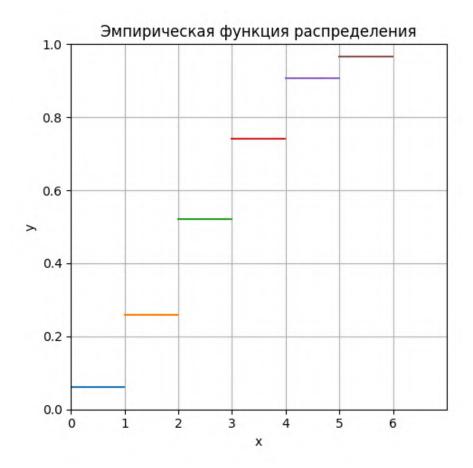
| Wi | 0.06 | 0.2 | 0.26 | 0.22 | 0.1666 | 0.06 | 0.0333 |
|----|------|-----|------|------|--------|------|--------|
| | | | | | | | |

Полигон относительных частот:



Эмпирическая функция распределения:

$$F_{150}^{9}(x) = \sum_{x_{i} \le x} w_{i} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.06, & 0 \le x < 1 \\ 0.26, & 1 \le x < 2 \\ 0.52, & 2 \le x < 3 \\ 0.74, & 3 \le x < 4 \\ 0.9066, & 4 \le x < 5 \\ 0.9666, & 5 \le x < 6 \\ 1, x \ge 6 \end{cases}$$



Выборочное среднее: 2.5466

Выборочная дисперсия: 2.1011

Выборочное среднее квадратическое отклонение: 1.4495

Выборочная мода: 2

Выборочная медиана: 2

Выборочный коэффициент асимметрии: 0.3340

Выборочный коэффициент эксцесса: -0.4272

Задание 2

p = 0.19

Выборка:

Неупорядоченная:

| 4 | 3 | 3 | 4 | 5 | 2 | 6 | 4 | 2 | 1 | 6 | 1 | 3 | 19 | 7 |
|----|----|---|---|---|----|----|----|----|---|---|----|----|----|----|
| 8 | 1 | 4 | 4 | 2 | 2 | 4 | 8 | 7 | 8 | 1 | 1 | 13 | 5 | 4 |
| 2 | 1 | 4 | 9 | 4 | 2 | 4 | 7 | 2 | 7 | 8 | 3 | 1 | 6 | 12 |
| 6 | 1 | 5 | 2 | 5 | 8 | 8 | 4 | 9 | 1 | 2 | 2 | 4 | 7 | 3 |
| 2 | 1 | 1 | 4 | 6 | 3 | 3 | 6 | 7 | 5 | 5 | 1 | 2 | 11 | 2 |
| 5 | 12 | 6 | 8 | 2 | 6 | 5 | 3 | 2 | 4 | 2 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| 13 | 26 | 8 | 1 | 2 | 3 | 12 | 2 | 4 | 3 | 1 | 3 | 6 | 2 | 5 |
| 7 | 4 | 2 | 3 | 3 | 4 | 1 | 6 | 8 | 8 | 5 | 13 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 1 | 4 | 1 | 9 | 15 | 12 | 12 | 10 | 1 | 5 | 3 | 5 | 3 | 9 |
| 5 | 4 | 2 | 7 | 3 | 1 | 6 | 3 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 16 | 2 |

Упорядоченная:

| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 13 | 13 | 13 | 15 | 16 | 19 | 26 |

Статистический ряд:

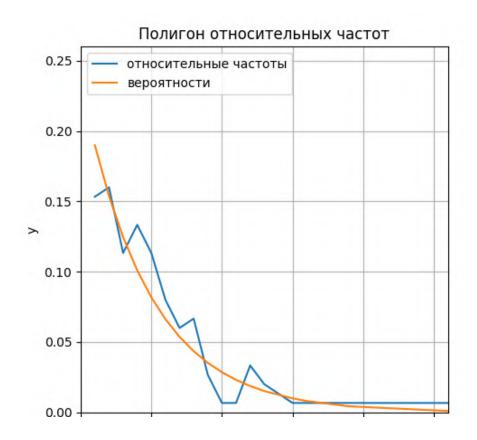
| Xi | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------------|-----|--------|------|--------|--------|--------|
| n _i | 0 | 23 | 24 | 17 | 20 | 17 |
| Wi | 0.0 | 0.1533 | 0.16 | 0.1133 | 0.1333 | 0.1133 |

| Xi | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|-------|----|---|----|---|----|----|
| n_i | 12 | 9 | 10 | 4 | 1 | 1 |

| Wi | 0.08 | 0.06 | 0.06 | 0.02 | 0.0066 | 0.0066 |
|------------------|--------|--------|----------|----------|--------|--------|
| | | | | | | |
| \mathbf{X}_{i} | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| n _i | 5 | 3 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| Wi | 0.0333 | 0.02 | 0.0 | 0.0066 | 0.0066 | 0.0 |
| | | | <u> </u> | <u> </u> | | |
| Xi | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| n _i | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Wi | 0.0 | 0.0066 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |

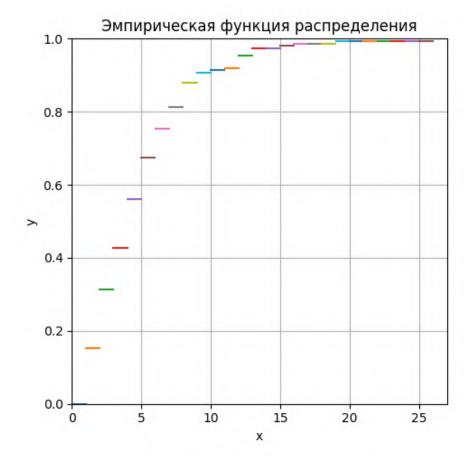
| $\mathbf{X}_{\mathbf{i}}$ | 24 | 25 | 26 |
|---------------------------|-----|-----|--------|
| n_i | 0 | 0 | 1 |
| Wi | 0.0 | 0.0 | 0.0066 |

Полигон относительных частот:



Эмпирическая функция распределения:

$$F_{150}^{9}(x) = \sum_{x_i \leq x} w_i = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \\ 0.1533, & 1 \leq x < 2 \\ 0.3133, & 2 \leq x < 3 \\ 0.4266, & 3 \leq x < 4 \\ 0.56, & 4 \leq x < 5 \\ 0.6733, & 5 \leq x < 6 \\ 0.7533, & 6 \leq x < 7 \\ 0.8133, & 7 \leq x < 8 \\ 0.8799, & 8 \leq x < 9 \\ 0.9066, & 9 \leq x < 10 \\ 0.9133, & 11 \leq x < 12 \\ 0.9199, & 12 \leq x < 13 \\ 0.9533, & 13 \leq x < 14 \\ 0.9733, & 15 \leq x < 16 \\ 0.98, & 17 \leq x < 18 \\ 0.9866, & 18 \leq x < 19 \\ 0.9866, & 19 \leq x < 20 \\ 0.9866, & 20 \leq x < 21 \\ 0.9933, & 21 \leq x < 22 \\ 0.9933, & 22 \leq x < 23 \\ 0.9933, & 24 \leq x < 25 \\ 0.9933, & 25 \leq x < 26 \\ 1, & x \geq 26 \end{cases}$$



Выборочное среднее: 4.8933

Выборочная дисперсия: 14.8552

Выборочное среднее квадратическое отклонение: 3.8542

Выборочная мода: 2

Выборочная медиана: 4

Выборочный коэффициент асимметрии: 1.9765

Выборочный коэффициент эксцесса: 6.0918

Задание 3

 $\lambda = 1.33$

Выборка:

Неупорядоченная:

| 0 | 0 | 3 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 3 | 2 | 0 | 2 | 0 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | 0 | 3 | 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 3 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 4 | 2 | 1 | 1 | 4 | 2 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 6 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 0 | 4 | 3 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 | 0 | 0 | 3 | 2 | 1 | 0 | 3 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 2 | 3 | 1 | 6 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 2 | 0 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 5 | 1 | 4 | 1 |
| 2 | 0 | 3 | 0 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 3 | 2 | 2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 2 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Упорядоченная:

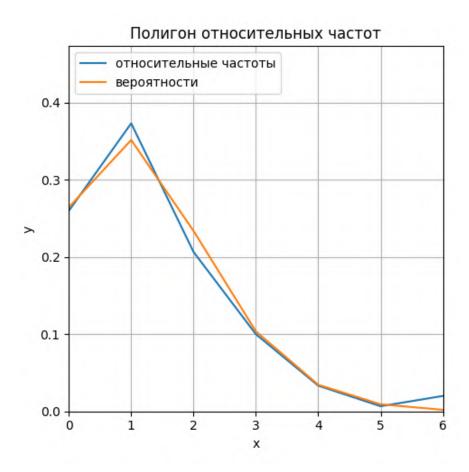
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 | 6 |

Статистический ряд:

| Xi | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------|-------|--------|--------|------|--------|
| n _i | 39 | 56 | 31 | 15 | 5 |
| Wi | 0.426 | 0.3733 | 0.2066 | 0.01 | 0.0333 |

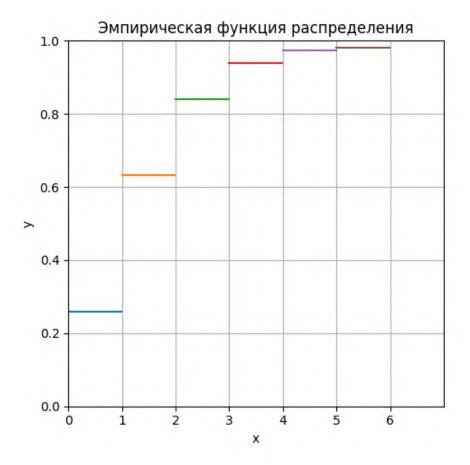
| Xi | 5 | 1 |
|----------------|--------|------|
| n _i | 1 | 3 |
| Wi | 0.0067 | 0.02 |

Полигон относительных частот:



Эмпирическая функция распределения:

$$F_{150}^{9}(x) = \sum_{x_i \le x} w_i = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.26, & 0 \le x < 1 \\ 0.6333, & 1 \le x < 2 \\ 0.84, & 2 \le x < 3 \\ 0.94, & 3 \le x < 4 \\ 0.9733, & 4 \le x < 5 \\ 0.98, & 5 \le x < 6 \\ 1, & x \ge 6 \end{cases}$$



Выборочное среднее: 1.3733

Выборочная дисперсия: 1.6339

Выборочное среднее квадратическое отклонение: 1.2782

Выборочная мода: 1

Выборочная медиана: 1

Выборочный коэффициент асимметрии: 1.2885

Выборочный коэффициент эксцесса: 2.0822

Анализ результатов

Задание 1

$$n = 14$$
, $q = 0.81$, $p = 0.19$

| Название | Экспериментально | Теоретическо | Абсолютно | Относительно |
|-------------|------------------|--------------|------------|--------------|
| показателя | е значение | e | e | е отклонение |
| | | значение | отклонение | |
| Выборочное | 2.5466 | 2.66 | 0.1134 | 4.4529% |
| среднее | | | | |
| Выборочная | 2.1011 | 2.1546 | 0.0535 | 2.5462% |
| дисперсия | | | | |
| Выборочное | 1.4495 | 1.4678 | 0.0183 | 1.2625% |
| среднее | | | | |
| квадратично | | | | |
| e | | | | |
| отклонение | | | | |
| Выборочная | 2 | 2 | 0 | 0% |
| мода | | | | |
| Выборочная | 2 | 3 | 1 | 50% |
| медиана | | | | |
| Выборочный | 0.334 | 0.4223 | 0.3889 | 26.4371% |
| коэффициен | | | | |
| Т | | | | |
| асимметрии | | | | |
| Выборочный | -0.4272 | 0.0355 | 0.4627 | 203.3802% |
| коэффициен | | | | |
| т эксцесса | | | | |

 $\begin{aligned} \{|w_i\text{-}p_i|\} = & [0.0076,\, 0.0281,\, 0.0020407421518351954,\, 0.0258,\, 0.008,\, 0.0144,\, 0.0071] \\ max\{|w_i\text{-}p_i|,\, i=1,\ldots,m\} = & 0.0281 \end{aligned}$

Задание 2

$$q = 0.81, p = 0.19$$

| Название | Экспериментально | Теоретическо | Абсолютно | Относительно |
|-------------|------------------|--------------|------------|--------------|
| показателя | е значение | e | e | е отклонение |
| | | значение | отклонение | |
| Выборочное | 4.8933 | 5.2631 | 0.3698 | 7.5572% |
| среднее | | | | |
| Выборочная | 14.8552 | 22.4376 | 7.5824 | 51.042% |
| дисперсия | | | | |
| Выборочное | 3.8542 | 4.7368 | 0.8826 | 22.8996% |
| среднее | | | | |
| квадратично | | | | |
| e | | | | |
| отклонение | | | | |
| Выборочная | 2 | 2 | 0 | 0% |
| мода | | | | |
| Выборочная | 4 | 4 | 0 | 0% |
| медиана | | | | |
| Выборочный | 1.9765 | 2.0111 | 0.0346 | 1.7505% |
| коэффициен | | | | |
| Т | | | | |
| асимметрии | | | | |
| Выборочный | 6.0918 | 6.0445 | 0.0473 | 0.7825% |
| коэффициен | | | | |
| т эксцесса | | | | |

 $\begin{aligned} \{|w_i\text{-}p_i|\} &= & [0.0366,\, 0.006,\, 0.0113,\, 0.032,\, 0.0315,\, 0.0137,\, 0.00639,\, 0.0232,\, 0.0085,\\ 0.0218,\, 0.0164,\, 0.0146,\, 0.0048,\, 0.0032,\, 0.0013,\, 0.002,\, 0.0056]\\ &\max\{|w_i\text{-}p_i|,\, i\text{=}1,\dots,m\} = & 0.0366 \end{aligned}$

Задание 3

 $\lambda = 1.33$

| Название | Экспериментально | Теоретическо | Абсолютно | Относительно |
|-------------|------------------|--------------|------------|--------------|
| показателя | е значение | e | e | е отклонение |
| | | значение | отклонение | |
| Выборочное | 1.3733 | 1.33 | 0.0433 | 3.2556% |
| среднее | | | | |
| Выборочная | 1.6339 | 1.33 | 0.3039 | 22.8496% |
| дисперсия | | | | |
| Выборочное | 1.2782 | 1.1532 | 0.125 | 10.8394% |
| среднее | | | | |
| квадратично | | | | |
| e | | | | |
| отклонение | | | | |
| Выборочная | 1 | 1 | 0 | 0% |
| мода | | | | |
| Выборочная | 1 | 1 | 0 | 0% |
| медиана | | | | |
| Выборочный | 1.2885 | 0.8671 | 0.4214 | 48.5987% |
| коэффициен | | | | |
| Т | | | | |
| асимметрии | | | | |
| Выборочный | 2.0822 | 0.7518 | 1.3304 | 76.9619% |
| коэффициен | | | | |
| т эксцесса | | | | |

 $\{|w_i\hbox{-}p_i|\}\hbox{=}[0.0044,\,0.0215,\,0.0272,\,0.0037,\,0.0011,\,0.0025,\,0.0179]$

 $max\{|w_i\text{-}p_i|,\,i\text{=}1,\ldots,m\}\text{=}0.0179$ чы

Литература по математической статистике

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие

для вузов — М.: Высш. образов., 2006. — 480 с.

- 2. Математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания по выполнению лаб. работ / А.А.Лобузов М.: МИРЭА, 2017. Электрон. опт. диск (ISO)
- 3. Справочное пособие по теории вероятностей и математической статистике

(законы распределения): Учеб.пособие для вузов / Г.А.Соколов, Н.А. Чистякова. —

М.: Высш. шк., 2007. — 248 с.

Приложение

```
1 #!/usr/bin/python
 2 # -*- coding: UTF-8 -*-
 3
 4 import sys
 5 import argparse
 6 from collections import Counter
 7 from itertools import islice
 9 from functools import reduce
10 from scipy import stats as st
11 import numpy as np
12 from glob import glob
13 import pickle
14 import re
15
16 import matplotlib.pyplot as plt
17
18 \, \text{variant} = 9
19
20 def createParser():
21
      parser = argparse.ArgumentParser()
      parser.add argument('-w', '--write', default=0,
22
23 type=int)
24
      parser.add argument('-r', '--read', default=1,
25 type=int)
26
      return parser
2.7
28 def save(r, type ryad):
      reg = 'data/' + type ryad + '*'
29
30
      files = glob(reg) # type: ryadN.pickle
31
      if files:
          n = int(re.sub(r'[^\d]', '', files[0]))
32
          n += 1
33
34
      else:
35
          n = 0
```

```
36
      filename = req[:-1] + str(n) + '.pickle'
37
      with open (filename, 'wb') as f:
38
          pickle.dump(r, f)
39
40 \det load(type ryad, n = -1):
41
      reg = 'data/' + type ryad + '*'
42
      files = glob(reg)
43
      if not files:
44
          return
      if abs(n) > len(files):
45
46
          return
47
      with open(files[n], 'rb') as f:
48
          return(pickle.load(f))
49
50 def draw poligon (count, name):
51
      X = list(count.keys())
52
      Y = [count[x] for x in X]
      fig, ax = plt.subplots(figsize=(5, 5))
53
54
      ax.plot(X, Y, label='Полигон относительных
55 частот')
      ax.set title('Полигон относительных частот')
56
      ax.legend(loc='upper left')
57
      ax.set ylabel('y')
58
59
      ax.set xlabel('x')
60
      ax.set xlim(xmin=0, xmax=max(X))
      ax.set ylim(ymin=0, ymax=max(Y) + 5)
61
62
      ax.grid()
63
      fig.tight layout()
64
      fig.savefig('data/poligon ' + name + '.png')
65
66 def draw cdf(Xlist, Ylist, name):
      fig, ax = plt.subplots(figsize=(5, 5))
67
68
      for X, Y in zip(Xlist, Ylist):
69
          ax.plot(X, Y, label='')
70
      ax.set title('Эмпирическая функция
71
```

```
72 распределения')
 73
       ax.legend(loc='upper left')
 74
       ax.set ylabel('y')
 75
       ax.set xlabel('x')
 76
       ax.set x \lim (x \min = 0, x \max = \max (X))
 77
       ax.set ylim(ymin=0, ymax=1)
 78
       fig.tight layout()
 79
       ax.grid()
 80
       fig.savefig('data/cdf ' + name + '.png')
 81
 82 def exp stats(nv, r, st r):
 83
       mean = sum([key * val[1] for key, val in
 84 nv.items()]) # mean
       var = sum([(key - mean) ** 2 * val[1] for key,
 86 val in nv.items()])
 87
       standart = var ** 0.5
       mu = lambda k: sum([(key - mean) ** k * val[1])
 88
 89 for key, val in nv.items()])
 90
       skew = mu(3) / (standart ** 3)
       kurtosis = mu(4) / (standart ** 4) - 3
 91
 92
       mode = st.mode(r)
       if len(st r) % 2 != 0:
 93
 94
           med = st r[int(len(st r) / 2)]
 95
       else:
           med = 0.5 * (st r[int(len(st r) / 2)] +
 96
 97 \text{ st r}[int(len(st r) / 2) - 1])
 98
       return mean, var, standart, skew, kurtosis, mode,
 99 med
100
101 def binomial (np, size, write, read):
102
       n, p = np
103
       r = load('binomial') if read else st.binom.rvs(n,
104p, size=size)
105 if write:
           save(r, 'binomial')
106
107
```

```
108 st r = sorted(r)
109
       p ch = Counter(r)
      nv = {key: (val, val / sum(p ch.values())) for
110
111 key, val in p ch.items()}
112
113
       ex mean, ex var, ex standart, ex skew,
114 ex kurtosis, ex mode, ex med = exp stats(nv, r, st r)
115
116
       draw poligon(p ch, 'binomial')
117
118
       delta = 0.01
119
       items = list(zip(list(range(max(r) + 2)),
120 islice (list (range (max (r) + 2)), 1, None))) # [(0, 1),
121 (1, 2), ...]
122
       Xlist = [[x * delta for x in range(item[0] *
123 int(1 / delta), item[1] * int(1 / delta))]
                 for item in items
124
125
       Ylist = [[st.binom.cdf(x, n, p) for x in line]]
126 for line in Xlist
127
128
       draw cdf(Xlist, Ylist, 'binomial')
129
130
       cdf func = [el[0] for el in Ylist]
131
       # cdf func.append(1.0)
132
       # cdf func.insert(0, 0.0)
133
       mean, variance, skew, kurtosis =
134
135 st.binom.stats(n, p, moments='mvsk') # среднее,
136 дисперсия, ассиметрия, эксцесс
       standart, med = st.binom.std(n, p),
138 st.binom.median(n, p) # стантартное отклонение,
139 медиана
140
       mode = st.mode(r) \# мода
141
       pmf = [abs(val[1] - st.binom.pmf(key, n, p)) for
142
143 key, val in nv.items()]
```

```
144
145
       return (r, st r, cdf func, nv, float (mean),
146
                                      float (variance),
147
                                      float (skew),
148
                                      float(kurtosis),
149
                                      standart,
150
                                      med,
151
                                      float (mode.mode),
152 ex mean,
153
154 ex var,
155
156 ex standart,
157
158 ex skew,
159
160 ex kurtosis,
161
162 float (ex mode.mode),
163
164 ex med, pmf)
165
166 def geometr(p, size, write, read):
r = load('geometr') if read else st.geom.rvs(p,
168 size=size)
169 if write:
170
           save(r, 'geometr')
171
172
      st r = sorted(r)
p ch = Counter(r)
       nv = {key: (val, val / sum(p_ch.values())) for
174
175 key, val in p ch.items()}
176
177
       ex mean, ex var, ex standart, ex skew,
178 ex kurtosis, ex mode, ex med = exp stats(nv, r, st r)
179
```

```
draw poligon(p ch, 'geometr')
180
181
182
       delta = 0.01
183
       items = list(zip(list(range(max(r) + 2)),
184 islice (list (range (max (r) + 2)), 1, None))) # [(0, 1),
185 (1, 2), ...]
186
       Xlist = [[x * delta for x in range(item[0] *
187 int(1 / delta), item[1] * int(1 / delta))]
188
                  for item in items]
189
       Ylist = [[st.geom.cdf(x, p) for x in line] for
190 line in Xlist]
191
192
       draw cdf(Xlist, Ylist, 'geometr')
193
194
       cdf func = [el[0] for el in Ylist]
       cdf func.append(1.0)
195
       cdf func.insert(0, 0.0)
196
197
198
       mean, variance, skew, kurtosis = st.geom.stats(p,
199 moments='mvsk') # среднее, дисперсия, ассиметрия,
200 экспесс
       standart, med = st.geom.std(p), st.geom.median(p)
201
202 # стантартное отклонение, медиана
203
      mode = st.mode(r) # мода
204
205
       pmf = [abs(val[1] - st.geom.pmf(key, p)) for key,
206 val in nv.items()]
207
       return (r, st r, cdf func, nv, float (mean),
2.08
209
                                      float (variance),
210
                                      float (skew),
211
                                      float(kurtosis),
212
                                      standart,
213
                                      med.
214
                                      float (mode.mode) ,
215 ex mean,
```

```
216
217 ex var,
218
219 ex standart,
220
221 ex skew,
222
223 ex kurtosis,
224
225 float (ex mode.mode),
226
227 ex med, pmf)
228
229 def puasson (mu, size, write, read):
       r = load('puasson') if read else
231 st.poisson.rvs(mu, size=size)
232 if write:
233
           save(r, 'puasson')
234
235
      st r = sorted(r)
236
      p ch = Counter(r)
       nv = {key: (val, val / sum(p ch.values())) for
237
238 key, val in p ch.items()}
239
240
       ex mean, ex var, ex standart, ex skew,
241 ex kurtosis, ex mode, ex med = exp stats(nv, r, st r)
242
243
       draw poligon(p ch, 'puasson')
2.44
245
       delta = 0.01
       items = list(zip(list(range(max(r) + 2)),
247 islice (list (range (max (r) + 2)), 1, None))) # [(0, 1),
248 (1, 2), ...]
       Xlist = [[x * delta for x in range(item[0] *
249
250 int(1 / delta), item[1] * int(1 / delta))]
251
                  for item in items]
```

```
252
       Ylist = [[st.poisson.cdf(x, mu) for x in line]
253 for line in Xlist]
254
255
       draw cdf(Xlist, Ylist, 'puasson')
256
257
       cdf func = [el[0] for el in Ylist]
258
       cdf func.append(1.0)
259
       cdf func.insert(0, 0.0)
260
261
       mean, variance, skew, kurtosis =
262 st.poisson.stats(mu, moments='mvsk') # среднее,
263 дисперсия, ассиметрия, эксцесс
       standart, med = st.poisson.std(mu),
265 st.poisson.median(mu) # стантартное отклонение,
266 мелиана
       mode = st.mode(r) # мода
2.67
268
269
       pmf = [abs(val[1] - st.poisson.pmf(key, mu)) for
270 key, val in nv.items()]
271
272
       return (r, st r, cdf func, nv, float (mean),
273
                                       float (variance),
                                       float (skew),
                                       float(kurtosis),
                                       standart,
                                      med.
                                       float (mode.mode) ,
   ex mean,
   ex var,
   ex standart,
   ex skew,
   ex kurtosis,
```

```
float(ex mode.mode),
ex med, pmf)
def save result (result):
    reg = 'data/result*'
    files = glob(reg)
    if files:
        n = int(re.sub(r'[^\d]', '', files[0]))
        n += 1
    else:
        n = 0
    filename = reg[:-1] + str(n) + '.txt'
    with open (filename, 'w') as f:
        f.write(result)
if name == ' main ':
    parser = createParser()
    namespace = parser.parse args(sys.argv[1:])
    result = ['выборка: {0}',
               'упорядоченная: {1}',
               'эмпирическая функция распределения:
{2}',
               'статистический ряд: {3}',
               'теор. среднее: {4} <=> среднее: {11}',
              'теор. дисперсия: {5} <=> дисперсия:
{12}',
               'теор. ассиметрия: {6} <=> ассиметрия:
{14}',
               'теор. эксцесс: {7} <=> эксцесс: {15}',
               'теор. среднее квадратичное отклонение:
\{8\} \iff \text{среднее квадратичное отклонение: } \{13\}',
               'теор. медиана: {9} <=> медиана: {17}',
```

```
'теор. мода: {10} <=> мода: {16}',
               'pmf: {18}']
    line = '\n\n'.join(result)
    task = {'binomial': (binomial, [5 + variant % 17,
0.1 + 0.01 * variant]),
             'geometr': (geometr, 0.1 + 0.01 * vari-
ant),
            'puasson': (puasson, 0.7 + 0.07 * vari-
ant)}
    out = ''
    for r type, fdata in task.items():
        func, params = fdata
        res = func(params, size=150,
                            write = namespace.write,
                            read = namespace.read)
        out += r type + '\n\n' + line.format(*res) +
' \ n \ n < ' + ' = ' * 50 + ' > \ n \ n'
    save result(out)
```