

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Московский технологический университет» МИРЭА

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 1

по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика, часть 2»

Тема:	<u>Первичная обработка выборки из</u>	
	дискретной генеральной совокупности	

Выполнил: Студент 3-го курса Жолковский Д. А.

Группа: КМБО-01-16

Лабораторная работа по Математической статистике № 1 «Первичная обработка выборки из дискретной генеральной совокупности»

Задание 1. Получить выборку, сгенерировав 150 псевдослучайных чисел, распределенных по биномиальному закону с параметрами $n = 5 + V \mod 17$ p=0,1+0,01V

Задание 2. Получить выборку, сгенерировав 150 псевдослучайных чисел, распределенных по геометрическому закону с параметром р.

$$p = 0.1 + 0.01V$$

Задание 3. Получить выборку, сгенерировав 150 псевдослучайных чисел, распределенных по закону Пуассона с параметром λ . $\lambda = 0.7 + 0.07 \mathrm{V}$

Для всех выборок построить:

- 1) статистический ряд;
- 2) полигон относительных частот;
- 3) эмпирическую функцию распределения;

Найти:

- 1) выборочное среднее;
- 2) выборочную дисперсию;
- 3) выборочное среднее квадратическое отклонение;
- 4) выборочную моду;
- 5) выборочную медиану;
- 6) выборочный коэффициент асимметрии;
- 7) выборочный коэффициент эксцесса.
- V номер варианта. Вычисления проводить с точностью до 0,00001 .

Теоретические сведения

Полученную выборку $\{x1, x2, x3, ..., xN\}$ упорядочить по возрастанию, определить частоты n_i и относительные частоты (частости) w_i , построить статистический ряд:

x_i	x_1^*	•••	$\boldsymbol{x_{m}^{*}}$
n_i	n_1	• • •	n_m
w_i	w_1	•••	w_m

Полигон относительных частот — ломаная линия, соединяющая последовательно точки с координатами $(x_1^*, w_1), (x_2^*, w_2), \dots, (x_m^*, w_m)$.

Эмпирическая функция распределения

$$F_N^{\mathfrak{I}}(x) = \sum_{x_i^* \leq x} w_i = \begin{cases} 0, & x < x_1^* \\ w_1, & x_1^* \leq x < x_2^* \\ w_1 + w_2, & x_2^* \leq x < x_3^* \\ w_1 + w_2 + w_3, & x_3^* \leq x < x_4^* \\ \dots & \dots & \dots \\ 1, & x \geq x_m^* \end{cases}$$

Выборочное среднее

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{m} x_i^* w_i$$

Выборочная дисперсия

$$D_B = \sum_{i=1}^m (x_i^* - \bar{x})^2 w_i$$

Выборочный момент к-ого порядка

$$\overline{\mu_k} = \sum_{i=1}^m (x_i^*)^k w_i$$

Выборочный центральный момент к-ого порядка

$$\overline{\mu_k^o} = \sum_{i=1}^m (x_i^* - \bar{x})^k w_i$$

Выборочное среднее кврадратическое отклонение

$$\bar{\sigma} = \sqrt{D_B}$$

Выборочная медиана

$$\overline{M_e} = \begin{cases} x_i^*, & F_N^{\mathfrak{I}}(x_{i-1}^*) < 0.5 < F_N^{\mathfrak{I}}(x_i^*) \\ \frac{1}{2}(x_i^* + x_{i+1}^*), & F_N^{\mathfrak{I}}(x_i^*) = 0.5 \end{cases}$$

Выборочная мода — это значение x_i , которому соответствует максимальная частота.

$$\begin{cases} \text{если } n_i = \, \max n_k > \, n_j, \mathbf{i} \neq \mathbf{j}, & \overline{M_0} = \{x_i^* \mid n_i = \max n_k \,\} \\ \text{если } n_i = \, n_i + 1 \, = \, \ldots \, = \, n_{i+j} \, = \, \max n_k, & \text{то } \overline{M_0} = \frac{1}{2} \, (x_i^* + x_{i+1}^*) \\ \text{если } n_i = \, n_j \, = \, \max n_k > \, n_l, i \, < \, \mathbf{l} \, < \, \mathbf{j}, & \text{то } \overline{M_0} - \, \text{не существует} \end{cases}$$

Выборочный коэффициент асимметрии

$$\overline{\alpha_s} = \frac{\overline{\mu_3^o}}{\overline{\sigma}^3}$$

Выборочный коэффициент эксцесса

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{\overline{\mu_4^o}}{\overline{\sigma}^4} - 3$$

Ряд распределения - структурная группировка с целью выделения характерных свойств и закономерностей изучаемой совокупности.

Математическое ожидание – понятие среднего значения случайной величины в теории вероятностей.

Дисперсия – отклонение величины от ее математического ожидания.

5

Среднеквадратическое отклонение – показатель рассеивания значений случайной величины относительно ее математического ожидания.

Мода — значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто.

Медиана – возможное значение признака, которое делит вариационный ряд выборки на две равные части.

Коэффициент асимметрии используется для проверки распределения на симметричность, а также для грубой предварительной проверки на нормальность.

Если плотность распределения симметрична, то выборочный коэффициент асимметрии равен нулю, если левый хост распределения тяжелее – больше нуля, легче – меньше.

Коэффициент эксцесса используется для проверки на нормальность.

Нормальное распределение имеет нулевой эксцесс. Если хвосты распределения «легче», а пик острее, чем у нормального распределения, то коэффициент эксцесса положительный; если хвосты распределения «тяжелее», пик «приплюснутый», чем у нормального распределения, то отрицательный.

Биномиальное распределение

Биномиальное распределение — распределение количества «успехов» в последовательности из п независимых случайных экспериментов, таких что вероятность «успеха» в каждом из них равна р.

Математическое ожидание: пр

Дисперсия: npq, q=1-p

Среднеквадратическое отклонение: \sqrt{npq}

Мода: [(n+1)p], если (n+1)p – дробное; (n+1)p- $\frac{1}{2}$, если np – целое;

Медиана: Round(np)

Коэффициент асимметрии: $\frac{q-p}{\sqrt{npq}}$

Коэффициент эксцесса:
$$\frac{1-6pq}{npq}$$

Геометрическое распределение

Геометрическое распределение – распределение величины, равной количеству испытаний случайного эксперимента до наблюдения первого «успеха».

Математическое ожидание:
$$\frac{q}{p}$$
, $q=1-p$

Дисперсия:
$$\frac{q}{p^2}$$
, $q=1-p$

Среднее квадратичное отклонение:
$$\sqrt{\frac{q}{p^2}}$$

Медиана:
$$\left[-\frac{ln2}{lnq}\right]$$
, если $\frac{ln2}{lnq}$ – дробное; $-\frac{ln2}{lnq}$ – $\frac{1}{2}$, если $\frac{ln2}{lnq}$ - целое

Коэффициент асимметрии:
$$\frac{2-p}{\sqrt{1-p}}$$

Коэффициент эксцесса:
$$6 + \frac{p^2}{1-p}$$

Распределение Пуассона

Распределение Пуассона — вероятностное распределение дискретного типа, моделирует случайную величину, представляющую собой число событий, произошедших за фиксированное время, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средне интенсивностью и независимо друг от друга.

Математическое ожидание: λ

Дисперсия: λ

Среднеквадратическое отклонение: $\sqrt{\lambda}$

Мода: [λ]

Медиана:
$$\left[\lambda + \frac{1}{3} - \frac{0.002}{\lambda}\right]$$

Коэффициент асимметрии: $\lambda^{-\frac{1}{2}}$

Коэффициент эксцесса: λ^{-1}

Средства языка Octave

В программе расчёта используются следующие средства языка:

Функции:

- \bullet binornd(n, p, s, z) возвращает матрицу случайных значений из биномиального распределения с параметрами n и p , где n есть число испытаний и p есть вероятность успеха, s количество строк в возвращаемой матрице, z количество столбцов.
- \bullet geornd(p, s, z) возвращает матрицу случайных значений из геометрического распределения с параметром p, s количество строк в возвращаемой матрице, z количество столбцов.
- poissrnd(λ , s, z) возвращает матрицу случайных значений из распределения Пуассона с параметром λ , s количество строк в возвращаемой матрице, z количество столбцов.
- sort(x) возвращает копию x с элементами, расположенными в порядке возрастания.
 - sqrt(x) возвращает квадратный корень из числа x.
- max(X) в случае одномерного массива возвращает наибольший элемент; в случае двумерного массива это вектор-строка, содержащая максимальные элементы каждого столбца.

Операторы управления:

- for endfor
- if else endif
- break

А также арифметические и логические операторы.

Результаты расчетов с комментариями

Задание 1:

$$n = 14, p = 0.19$$

Выборка:

Неупорядоченная:

3	4	1	2	3	5	4	2	2	1	4	0	1	4	4
3	0	1	3	4	3	4	2	1	3	1	3	2	2	4
3	3	0	3	0	1	2	2	1	3	5	1	1	1	1
4	5	3	1	0	2	5	0	1	2	2	2	2	1	4
2	1	3	2	3	3	3	2	1	4	3	3	4	1	3
4	1	0	3	2	2	4	3	3	2	2	4	3	4	5
2	2	5	1	2	2	2	1	2	5	2	4	3	6	2
1	3	4	3	3	5	2	0	3	3	2	4	1	3	2
5	2	1	4	1	3	3	1	4	2	1	0	1	2	2
6	4	3	4	6	4	6	4	2	2	2	2	1	1	6

Упорядоченная:

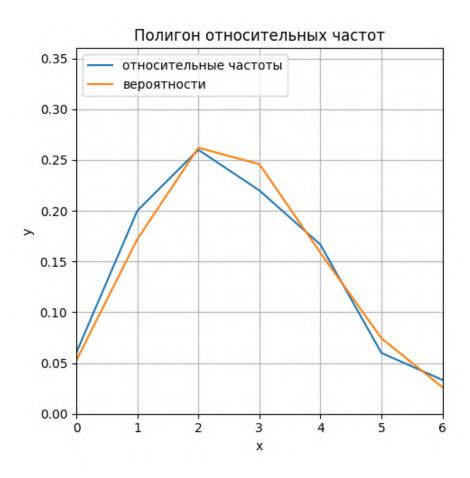
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6

Статистический ряд:

Xi	0	1	2	3	4	5	6
n_i	9	30	39	33	25	9	5

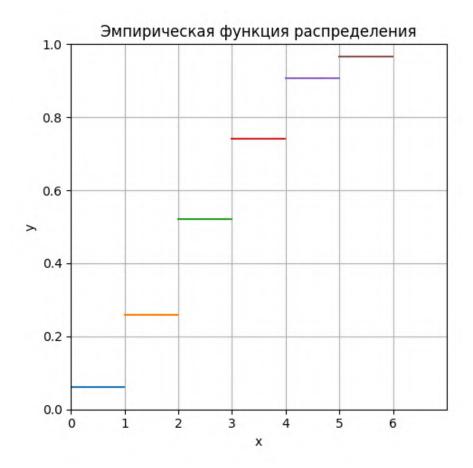
Wi	0.06	0.2	0.26	0.22	0.1666	0.06	0.0333

Полигон относительных частот:



Эмпирическая функция распределения:

$$F_{150}^{9}(x) = \sum_{x_{i} \le x} w_{i} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.06, & 0 \le x < 1 \\ 0.26, & 1 \le x < 2 \\ 0.52, & 2 \le x < 3 \\ 0.74, & 3 \le x < 4 \\ 0.9066, & 4 \le x < 5 \\ 0.9666, & 5 \le x < 6 \\ 1, x \ge 6 \end{cases}$$



Выборочное среднее: 2.5466

Выборочная дисперсия: 2.1011

Выборочное среднее квадратическое отклонение: 1.4495

Выборочная мода: 2

Выборочная медиана: 2

Выборочный коэффициент асимметрии: 0.3340

Выборочный коэффициент эксцесса: -0.4272

Задание 2

p = 0.19

Выборка:

Неупорядоченная:

4	3	3	4	5	2	6	4	2	1	6	1	3	19	7
8	1	4	4	2	2	4	8	7	8	1	1	13	5	4
2	1	4	9	4	2	4	7	2	7	8	3	1	6	12
6	1	5	2	5	8	8	4	9	1	2	2	4	7	3
2	1	1	4	6	3	3	6	7	5	5	1	2	11	2
5	12	6	8	2	6	5	3	2	4	2	4	5	5	5
13	26	8	1	2	3	12	2	4	3	1	3	6	2	5
7	4	2	3	3	4	1	6	8	8	5	13	5	6	7
2	1	4	1	9	15	12	12	10	1	5	3	5	3	9
5	4	2	7	3	1	6	3	1	2	1	1	1	16	2

Упорядоченная:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	7
7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9
9	10	11	12	12	12	12	12	13	13	13	15	16	19	26

Статистический ряд:

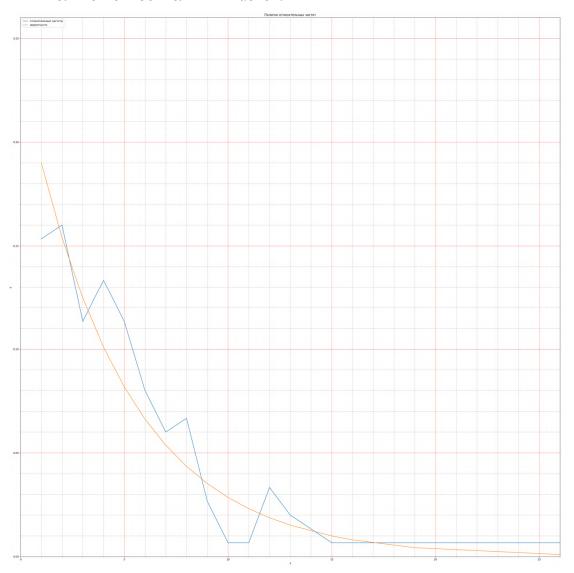
Xi	0	1	2	3	4	5
n _i	0	23	24	17	20	17
Wi	0.0	0.1533	0.16	0.1133	0.1333	0.1133

Xi	6	7	8	9	10	11
n_i	12	9	10	4	1	1

Wi	0.08	0.06	0.06	0.02	0.0066	0.0066
Xi	12	13	14	15	16	17
n _i	5	3	0	1	1	0
Wi	0.0333	0.02	0.0	0.0066	0.0066	0.0
	1	1				
Xi	18	19	20	21	22	23
n _i	0	1	0	0	0	0
Wi	0.0	0.0066	0.0	0.0	0.0	0.0

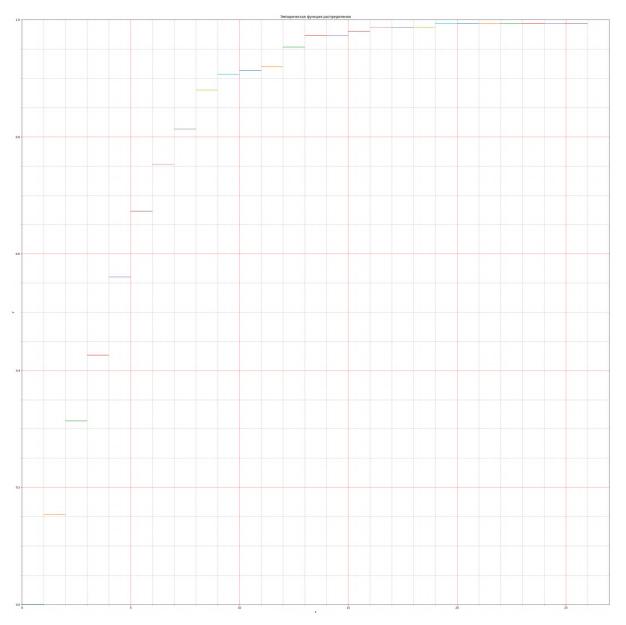
Xi	24	25	26
n _i	0	0	1
Wi	0.0	0.0	0.0066

Полигон относительных частот:



Эмпирическая функция распределения:

$$F_{150}^{9}(x) = \sum_{x_i \leq x} w_i = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \\ 0.1533, & 1 \leq x < 2 \\ 0.3133, & 2 \leq x < 3 \\ 0.4266, & 3 \leq x < 4 \\ 0.56, & 4 \leq x < 5 \\ 0.6733, & 5 \leq x < 6 \\ 0.7533, & 6 \leq x < 7 \\ 0.8133, & 7 \leq x < 8 \\ 0.8799, & 8 \leq x < 9 \\ 0.9066, & 9 \leq x < 10 \\ 0.9133, & 11 \leq x < 12 \\ 0.9199, & 12 \leq x < 13 \\ 0.9733, & 13 \leq x < 14 \\ 0.9733, & 15 \leq x < 16 \\ 0.98, & 17 \leq x < 18 \\ 0.9866, & 18 \leq x < 19 \\ 0.9866, & 19 \leq x < 20 \\ 0.9866, & 20 \leq x < 21 \\ 0.9933, & 21 \leq x < 22 \\ 0.9933, & 22 \leq x < 23 \\ 0.9933, & 23 \leq x < 24 \\ 0.9933, & 24 \leq x < 25 \\ 0.9933, & 25 \leq x < 26 \\ 1, & x \geq 26 \end{cases}$$



Выборочное среднее: 4.8933

Выборочная дисперсия: 14.8552

Выборочное среднее квадратическое отклонение: 3.8542

Выборочная мода: 2

Выборочная медиана: 4

Выборочный коэффициент асимметрии: 1.9765

Выборочный коэффициент эксцесса: 6.0918

Задание 3

 $\lambda = 1.33$

Выборка:

Неупорядоченная:

0	0	3	0	2	1	1	1	0	3	2	0	2	0	3
1	1	3	2	2	2	0	3	1	2	1	0	0	1	3
1	0	1	1	0	0	0	2	2	4	2	1	1	4	2
6	0	1	1	6	1	1	3	1	1	0	4	3	1	1
0	1	1	1	1	1	4	0	0	3	2	1	0	3	1
0	1	1	0	0	2	1	1	0	2	3	1	6	2	1
1	2	1	2	0	2	2	3	2	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	2	0	1	1	2	1	0	5	1	4	1
2	0	3	0	1	2	1	2	1	3	2	1	0	1	1
0	0	3	2	2	0	2	1	0	2	2	1	1	0	0

Упорядоченная:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	5	6	6	6

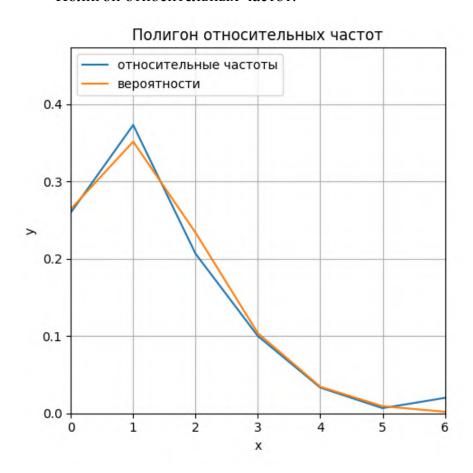
Статистический ряд:

Xi	0	1	2	3	4
n _i	39	56	31	15	5
Wi	0.426	0.3733	0.2066	0.01	0.0333

Xi	5	1
n_i	1	3

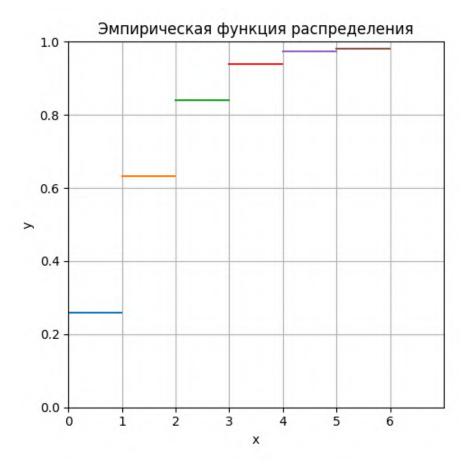
Wi	0.0067	0.02

Полигон относительных частот:



Эмпирическая функция распределения:

$$F_{150}^{9}(x) = \sum_{x_i \le x} w_i = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.26, & 0 \le x < 1 \\ 0.6333, & 1 \le x < 2 \\ 0.84, & 2 \le x < 3 \\ 0.94, & 3 \le x < 4 \\ 0.9733, & 4 \le x < 5 \\ 0.98, & 5 \le x < 6 \\ 1, & x \ge 6 \end{cases}$$



Выборочное среднее: 1.3733

Выборочная дисперсия: 1.6339

Выборочное среднее квадратическое отклонение: 1.2782

Выборочная мода: 1

Выборочная медиана: 1

Выборочный коэффициент асимметрии: 1.2885

Выборочный коэффициент эксцесса: 2.0822

Анализ результатов

Задание 1

$$n = 14$$
, $q = 0.81$, $p = 0.19$

Название	Экспериментально	Теоретическо	Абсолютно	Относительно
показателя	е значение	e	e	е отклонение
		значение	отклонение	
Выборочное	2.5466	2.66	0.1134	4.4529%
среднее				
Выборочная	2.1011	2.1546	0.0535	2.5462%
дисперсия				
Выборочное	1.4495	1.4678	0.0183	1.2625%
среднее				
квадратично				
e				
отклонение				
Выборочная	2	2	0	0%
мода				
Выборочная	2	3	1	50%
медиана				
Выборочный	0.334	0.4223	0.3889	26.4371%
коэффициен				
Т				
асимметрии				
Выборочный	-0.4272	0.0355	0.4627	203.3802%
коэффициен				
т эксцесса				

 $\begin{aligned} \{|w_i\text{-}p_i|\} = & [0.0076,\, 0.0281,\, 0.0020407421518351954,\, 0.0258,\, 0.008,\, 0.0144,\, 0.0071] \\ max\{|w_i\text{-}p_i|,\, i=1,\ldots,m\} = & 0.0281 \end{aligned}$

Задание 2

$$q = 0.81, p = 0.19$$

Название	Экспериментально	Теоретическо	Абсолютно	Относительно
показателя	е значение	e	e	е отклонение
		значение	отклонение	
Выборочное	4.8933	5.2631	0.3698	7.5572%
среднее				
Выборочная	14.8552	22.4376	7.5824	51.042%
дисперсия				
Выборочное	3.8542	4.7368	0.8826	22.8996%
среднее				
квадратично				
e				
отклонение				
Выборочная	2	2	0	0%
мода				
Выборочная	4	4	0	0%
медиана				
Выборочный	1.9765	2.0111	0.0346	1.7505%
коэффициен				
Т				
асимметрии				
Выборочный	6.0918	6.0445	0.0473	0.7825%
коэффициен				
т эксцесса				

 $\begin{aligned} \{|w_i-p_i|\} = & [0.0366,\, 0.006,\, 0.0113,\, 0.032,\, 0.0315,\, 0.0137,\, 0.00639,\, 0.0232,\, 0.0085,\\ 0.0218,\, 0.0164,\, 0.0146,\, 0.0048,\, 0.0032,\, 0.0013,\, 0.002,\, 0.0056]\\ max\{|w_i-p_i|,\, i=1,\ldots,m\} = & 0.0366 \end{aligned}$

Задание 3

 $\lambda = 1.33$

Название	Экспериментально	Теоретическо	Абсолютно	Относительно
показателя	е значение	e	e	е отклонение
		значение	отклонение	
Выборочное	1.3733	1.33	0.0433	3.2556%
среднее				
Выборочная	1.6339	1.33	0.3039	22.8496%
дисперсия				
Выборочное	1.2782	1.1532	0.125	10.8394%
среднее				
квадратично				
e				
отклонение				
Выборочная	1	1	0	0%
мода				
Выборочная	1	1	0	0%
медиана				
Выборочный	1.2885	0.8671	0.4214	48.5987%
коэффициен				
Т				
асимметрии				
Выборочный	2.0822	0.7518	1.3304	76.9619%
коэффициен				
т эксцесса				

 $\{|w_i\hbox{-}p_i|\}\hbox{=}[0.0044,\,0.0215,\,0.0272,\,0.0037,\,0.0011,\,0.0025,\,0.0179]$

 $max\{|w_i\text{-}p_i|,\,i\text{=}1,\dots,m\}\text{=}0.0179$ чы

Литература по математической статистике

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие

для вузов — М.: Высш. образов., 2006. — 480 с.

- 2. Математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания по выполнению лаб. работ / А.А.Лобузов М.: МИРЭА, 2017. Электрон. опт. диск (ISO)
- 3. Справочное пособие по теории вероятностей и математической статистике

(законы распределения): Учеб.пособие для вузов / Г.А.Соколов, Н.А. Чистякова. —

М.: Высш. шк., 2007. — 248 с.

Приложение

```
1 #!/usr/bin/python
 2 # -*- coding: UTF-8 -*-
 3
 4 import sys
 5 import argparse
 6 from collections import Counter
7 from itertools import islice
 9 from functools import reduce
10 from scipy import stats as st
11 import numpy as np
12 from glob import glob
13 import pickle
14 import re
15
16 import matplotlib.pyplot as plt
18 \text{ variant} = 9
19
20 def createParser():
      parser = argparse.ArgumentParser()
      parser.add argument('-w', '--write', default=0, type=int)
23
      parser.add_argument('-r', '--read', default=1, type=int)
24
      return parser
25
26 def save(r, type ryad):
      reg = 'data/' + type_ryad + '*'
     files = glob(reg) # type: ryadN.pickle
29
      if files:
30
          n = int(re.sub(r'[^\d]', '', files[0]))
31
          n += 1
32
      else:
33
      filename = reg[:-1] + str(n) + '.pickle'
      with open(filename, 'wb') as f:
35
36
          pickle.dump(r, f)
37
38 def load(type ryad, n = -1):
      reg = 'data/' + type ryad + '*'
      files = glob(reg)
40
41
     if not files:
42
         return
43
     if abs(n) > len(files):
          return
44
45
     with open(files[n], 'rb') as f:
46
          return(pickle.load(f))
47
48 def draw poligon(count, pr, name, sizex=5, sizey=5):
   X = list(count.keys())
```

```
Y = [count[x][1] \text{ for } x \text{ in } X]
50
51
       fig, ax = plt.subplots(figsize=(sizex, sizey))
       ax.plot(X, Y, label='относительные частоты')
52
53
       ax.plot(X, pr, label='вероятности')
54
       ax.set title('Полигон относительных частот')
       ax.legend(loc='upper left')
55
56
       ax.set ylabel('y')
57
       ax.set xlabel('x')
58
       ax.set xlim(xmin=0, xmax=max(X))
59
       ax.set ylim(ymin=0, ymax=max(Y) + 0.1)
       if sizex != 5:
 60
            # Don't allow the axis to be on top of your data
 61
 62
           ax.set axisbelow(True)
 63
 64
            # Turn on the minor TICKS, which are required for the minor GRID
           ax.minorticks on()
 65
 66
           # Customize the major grid
 67
           ax.grid(which='major', linestyle='-', linewidth='0.5', color='red')
 68
69
            # Customize the minor grid
70
           ax.grid(which='minor', linestyle=':', linewidth='0.5',
71 color='black')
72
       else:
73
           ax.grid()
74
       fig.tight layout()
75
       fig.savefig('data/poligon ' + name + '.png')
76
77 def draw cdf(Xlist, Ylist, name, sizex=5, sizey=5):
78
       fig, ax = plt.subplots(figsize=(sizex, sizey))
79
80
       for X, Y in zip(Xlist, Ylist):
           ax.plot(X, Y, label='')
81
82
       ax.set title('Эмпирическая функция распределения')
83
       ax.legend(loc='upper left')
       ax.set ylabel('y')
84
85
       ax.set xlabel('x')
86
       ax.set xlim(xmin=0, xmax=max(X))
87
       ax.set ylim(ymin=0, ymax=1)
       fig.tight layout()
88
       if sizex != 5:
89
 90
           # Don't allow the axis to be on top of your data
91
           ax.set axisbelow(True)
92
            # Turn on the minor TICKS, which are required for the minor GRID
 93
 94
           ax.minorticks on()
 95
 96
           # Customize the major grid
 97
           ax.grid(which='major', linestyle='-', linewidth='0.5', color='red')
98
           # Customize the minor grid
           ax.grid(which='minor', linestyle=':', linewidth='0.5',
99
100 color='black')
```

```
101
       else:
102
           ax.grid()
       fig.savefig('data/cdf ' + name + '.png')
103
104
105 def expect(nv, key):
106
       if key in nv.keys():
107
           return nv[key][1]
108
       else:
109
           return 0.0
      # elif key not in nv.keys() and key != 0:
110
       # return expect(nv, key-1)
111
112
       # else:
       # return 0.0
113
114
115 def generate ef(nv, r):
       delta = 0.01
116
       items = list(zip(list(range(max(r) + 2)), islice(list(range(max(r) + 2))))
117
118 2)), 1, None))) # [(0, 1), (1, 2), ...]
       keys = list(range(list(nv.keys())[-1] + 1)) # list(nv.keys())
       Y = [sum([expect(nv, key) for key in keys[:i + 1]]) for i, el in
121 enumerate (keys)]
       Xlist = [[x * delta for x in range(item[0] * int(1 / delta), item[1] *
123 int(1 / delta))]
124
                 for item in items]
125
       Ylist = [[y] * len(Xlist[i]) for i, y in enumerate(Y)]
       # Ylist = [[st.binom.cdf(x, n, p) for x in line] for line in Xlist]
126
127
       return Xlist, Ylist, Y
128
129 def exp stats(nv, r, st r):
       mean = sum([key * val[1] for key, val in nv.items()]) # mean
130
131
       var = sum([(key - mean) ** 2 * val[1] for key, val in nv.items()])
       standart = var ** 0.5
132
133
       mu = lambda k: sum([(key - mean) ** k * val[1] for key, val in
134 nv.items()])
135
       skew = mu(3) / (standart ** 3)
136
       kurtosis = mu(4) / (standart ** 4) - 3
137
      mode = st.mode(r)
138
       if len(st r) % 2 != 0:
           med = st r[int(len(st r) / 2)]
139
140
141
           med = 0.5 * (st r[int(len(st r) / 2)] + st r[int(len(st r) / 2) -
142 11)
143
       return mean, var, standart, skew, kurtosis, mode, med
144
145 def binomial(np, size, write, read):
146
       n, p = np
       r = load('binomial') if read else st.binom.rvs(n, p, size=size)
147
148
       if write:
149
           save(r, 'binomial')
150
151
      st r = sorted(r)
```

```
152
       p ch = Counter(r)
153
       nv = {key: (val, val / sum(p ch.values())) for key, val in p ch.items()}
154
155
       ex mean, ex var, ex standart, ex skew, ex kurtosis, ex mode, ex med =
156 exp_stats(nv, r, st r)
157
       pr = [st.binom.pmf(x, n, p) for x in list(nv.keys())]
158
159
       draw poligon(nv, pr, 'binomial')
160
       # delta = 0.01
161
       \# items = list(zip(list(range(max(r) + 2)), islice(list(range(max(r) +
162
163 2)), 1, None))) # [(0, 1), (1, 2), ...]
       # Xlist = [[x * delta for x in range(item[0] * int(1 / delta), item[1] *
165 int(1 / delta))]
166
                   for item in items]
       # Ylist = [[st.binom.cdf(x, n, p) for x in line] for line in Xlist]
167
168
169
       Xlist, Ylist, Y = generate ef(nv, r)
170
171
       draw cdf(Xlist, Ylist, 'binomial')
172
       cdf func = [el[0] for el in Ylist]
173
       # cdf_func.append(1.0)
174
175
       # cdf func.insert(0, 0.0)
176
       mean, variance, skew, kurtosis = st.binom.stats(n, p, moments='mvsk') #
177
178 среднее, дисперсия, ассиметрия, эксцесс
       standart, med = st.binom.std(n, p), st.binom.median(n, p) # стантартное
180 отклонение, медиана
       mode = st.mode(r) # мода
181
182
       pmf = [abs(val[1] - st.binom.pmf(key, n, p)) for key, val in nv.items()]
183
184
       return (r, st r, cdf func, nv, float(mean),
185
186
                                      float (variance),
187
                                      float(skew),
188
                                      float(kurtosis),
189
                                      standart,
190
                                      med,
                                      float (mode.mode), ex mean,
191
192
                                                         ex var,
193
                                                         ex standart,
194
                                                         ex_skew,
195
                                                         ex kurtosis,
196
                                                         float(ex mode.mode),
197
                                                         ex med, pmf, Y)
198
199 def geometr(p, size, write, read):
200
      r = load('geometr') if read else st.geom.rvs(p, size=size)
201
       if write:
202
           save(r, 'geometr')
```

```
203
204
       st r = sorted(r)
205
       p ch = Counter(r)
206
       nv = {key: (val, val / sum(p ch.values())) for key, val in p ch.items()}
207
208
       ex mean, ex var, ex standart, ex skew, ex kurtosis, ex mode, ex med =
209 exp stats(nv, r, st r)
210
211
       pr = [st.geom.pmf(x, p) for x in list(nv.keys())]
       draw poligon(nv, pr, 'geometr', 30, 30)
212
213
214
       # delta = 0.01
215
       \# items = list(zip(list(range(max(r) + 2)), islice(list(range(max(r) +
216 2)), 1, None))) # [(0, 1), (1, 2), ...]
       # Xlist = [[x * delta for x in range(item[0] * int(1 / delta), item[1] *
218 int(1 / delta))]
219
                   for item in items]
       # Ylist = [[st.geom.cdf(x, p) for x in line] for line in Xlist]
220
221
222
       Xlist, Ylist, Y = generate ef(nv, r)
223
224
       draw cdf(Xlist, Ylist, 'geometr', 30, 30)
225
226
       cdf func = [el[0] for el in Ylist]
227
       cdf func.append(1.0)
228
       cdf func.insert(0, 0.0)
229
230
       mean, variance, skew, kurtosis = st.geom.stats(p, moments='mvsk') #
231 среднее, дисперсия, ассиметрия, эксцесс
       standart, med = st.geom.std(p), st.geom.median(p) # стантартное
233 отклонение, медиана
       mode = st.mode(r) # мода
234
235
       pmf = [abs(val[1] - st.geom.pmf(key, p)) for key, val in nv.items()]
236
237
238
       return (r, st r, cdf func, nv, float (mean),
239
                                      float (variance),
240
                                      float(skew),
241
                                      float(kurtosis),
242
                                      standart,
243
                                      med,
244
                                      float (mode.mode), ex mean,
245
                                                         ex var,
246
                                                         ex standart,
247
                                                         ex skew,
248
                                                         ex kurtosis,
249
                                                         float(ex mode.mode),
250
                                                         ex med, pmf, Y)
251
252 def puasson (mu, size, write, read):
       r = load('puasson') if read else st.poisson.rvs(mu, size=size)
```

```
254
       if write:
255
           save(r, 'puasson')
256
257
       st r = sorted(r)
258
       p ch = Counter(r)
       nv = {key: (val, val / sum(p ch.values())) for key, val in p ch.items()}
259
260
261
       ex mean, ex_var, ex_standart, ex_skew, ex_kurtosis, ex_mode, ex_med =
262 exp stats(nv, r, st r)
263
264
       pr = [st.poisson.pmf(x, mu) for x in list(nv.keys())]
265
       draw poligon(nv, pr, 'puasson')
266
       # delta = 0.01
267
       \# items = list(zip(list(range(max(r) + 2)), islice(list(range(max(r) +
268
269 2)), 1, None))) # [(0, 1), (1, 2), ...]
       # Xlist = [[x * delta for x in range(item[0] * int(1 / delta), item[1] *
271 int(1 / delta))]
272
                   for item in items!
273
       # Ylist = [[st.poisson.cdf(x, mu) for x in line] for line in Xlist]
274
       Xlist, Ylist, Y = generate ef(nv, r)
275
276
277
       draw cdf(Xlist, Ylist, 'puasson')
278
       cdf func = [el[0] for el in Ylist]
279
280
       cdf func.append(1.0)
281
       cdf func.insert(0, 0.0)
282
       mean, variance, skew, kurtosis = st.poisson.stats(mu, moments='mvsk') #
283
284 среднее, дисперсия, ассиметрия, эксцесс
       standart, med = st.poisson.std(mu), st.poisson.median(mu) # стантартное
286 отклонение, медиана
       mode = st.mode(r) # мода
287
288
289
       pmf = [abs(val[1] - st.poisson.pmf(key, mu)) for key, val in nv.items()]
290
291
       return (r, st r, cdf func, nv, float (mean),
292
                                      float (variance),
293
                                      float (skew),
294
                                      float(kurtosis),
295
                                      standart,
296
                                      float(mode.mode), ex_mean,
297
298
                                                         ex var,
299
                                                         ex_standart,
300
                                                         ex skew,
301
                                                         ex kurtosis,
302
                                                         float(ex mode.mode),
303
                                                         ex med, pmf, Y)
304
```

```
305 def save result(result):
       reg = 'data/result*'
306
307
       files = glob(reg)
308
       if files:
309
           n = int(re.sub(r'[^\d]', '', files[0]))
           n += 1
310
311
       else:
312
           n = 0
313
       filename = reg[:-1] + str(n) + '.txt'
314
       with open(filename, 'w') as f:
315
           f.write(result)
316
317
318 if name == ' main ':
319
       parser = createParser()
320
       namespace = parser.parse args(sys.argv[1:])
321
322
       result = ['выборка: {0}',
323
                  'упорядоченная: {1}',
324
                  'эмпирическая функция распределения: {2}',
325
                  'статистический ряд: {3}',
                  'теор. среднее: {4} <=> среднее: {11}',
326
327
                  'теор. дисперсия: {5} <=> дисперсия: {12}',
328
                  'теор. ассиметрия: {6} <=> ассиметрия: {14}',
329
                  'теор. эксцесс: {7} <=> эксцесс: {15}',
                 'теор. среднее квадратичное отклонение: {8} <=> среднее
   квадратичное отклонение: {13}',
                  'теор. медиана: {9} <=> медиана: {17}',
                  'теор. мода: {10} <=> мода: {16}',
                  'pmf: {18}',
                  'ex pmf {19}']
       line = '\n\n'.join(result)
       task = { 'binomial': (binomial, [5 + variant % 17, 0.1 + 0.01 *
   variant]),
                'geometr': (geometr, 0.1 + 0.01 * variant),
                'puasson': (puasson, 0.7 + 0.07 * variant)}
       out = ''
       for r type, fdata in task.items():
           func, params = fdata
           res = func(params, size=150,
                               write = namespace.write,
                               read = namespace.read)
           out += r type + '\n\n' + line.format(*res) + '\n\n' + '='*50 +
   '>\n\n'
       save result(out)
```