|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | | Министерство образования и науки РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ | | |  Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  **«МИРЭА – Российский технологический университет»** | |
|  | |
|  | |
|  |  |

ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 3

по курсу «Теория вероятностей и ****математическая статистика, часть 2****»

Тема: **Проверка статистических гипотез с помощью критерия**

Выполнил:

Студент 4-го курса

Жолковский Д.А.

Группа: КМБО-01-16

МОСКВА 2019

**Лабораторная работа по Математической статистике № 3**

**«Проверка статистических гипотез с помощью критерия »**

**Задание I. Проверка гипотезы о нормальном распределении.**

Из файла ND в соответствии с номером варианта взять выборку { *x*1, ..., *xN* }. Построить группированную выборку **(**интервальный вариационный ряд).

Найти:

1. оценку математического ожидания
2. оценку дисперсии

Построить

1. таблицу 1 следующего вида

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k |  |  |  |  |  |
| 0 |  |  |  |  | - |
| 1 |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |
| … | … | … | … | … | … |
| m-1 |  |  |  |  |  |
| m |  |  |  |  |  |

1. график плотности нормального распределения *N* (,), наложенный на гистограмму относительных частот;
2. таблицу 2 следующего вида

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | Интервал |  |  |  |  |
| 1 | [a0, a1] |  |  |  |  |
| 2 | (a1, a2] |  |  |  |  |
| … | … | … | … | … | … |
| m | (am-1, am] |  |  |  |  |
|  |  |  |  | max |  |

**Проверить** с помощью критериягипотезу о соответствии выборки нормальномураспределению *N* (,) при уровне значимости *0,05* .

**Задание II. Проверка гипотезы о равномерном распределении.**

Из файла UD-1 в соответствии с номером варианта взять выборку { *x*1, ..., *xN* } и значения *a* и *b* .

**Построить:**

1. таблицу 3 следующего вида

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | Интервал |  |  |  |  |
| 1 | [a0, a1] |  |  |  |  |
| 2 | (a1, a2] |  |  |  |  |
| … | … | … | … | … | … |
| m | (am-1, am] |  |  |  |  |
|  |  |  |  | max |  |

1. график плотности равномерного распределения на отрезке [ *a* , *b*], наложенный на гистограмму относительных частот.

**Проверить** с помощью критериягипотезу о соответствии выборкиравномерному распределению на отрезке [*a* , *b*] при уровне значимости *0,05.*

**Вычисления проводить с точностью до *0,00001.***

**Краткие теоретические сведения**

При построении группированной выборки (интервального вариационного ряда) число интервалов [a0, a1], (a1, a2],…, (am-1, am] определяется по формуле Стерджеса , a0= x(1), am= x(N), d=am – a0, ak – ak-1=d/m.

Интервальный ряд (группированная выборка) имеет вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| [ai-1,ai] | [a0,a1] | … | (am-1,am] |
|  |  | … |  |
|  |  | … |  |

Ассоциированный статистический ряд:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | … |  |
|  |  | … |  |
|  |  | … |  |

**Математическое ожидание**

**Дисперсия**

**Среднеe квадратичноe отклонение**

**Выборочное значение критерия**

, где, для нормального распределения, , , . А для равномерного

**Равномерное распределение на отрезке [*a,b*]**

|  |  |
| --- | --- |
| Характеристика | Значение |
| Плотность | *f(x) =* |
| Функция распределения | F*(x) =* |
| Математическое ожидание | b |
| Дисперсия |  |
| Среднее квадратичное отклонение |  |

**Нормальное распределение**

|  |  |
| --- | --- |
| Характеристика | Значение |
| Плотность |  |
| Функция распределения |  |
| Математическое ожидание | *a* |
| Дисперсия |  |
| Среднее квадратичное отклонение |  |

Найденное значение критерия сравнивается с критическим значением из таблицы, где α − уровень значимости, α =0,05, *l=m-1* – число степеней свободы для равномерного распределения и *l=m-3* – число степеней свободы для равномерного распределения.

Если , то гипотеза о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [*a, b*] (или нормальному распределению) не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости α =0,05.

Если , то гипотеза о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [*a, b*] (или нормальному распределению) противоречит экспериментальным данным (не может быть принята) при уровне значимости α =0,05.

Таблица критических значений

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *l* | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 9.5 | 11.1 | 12.6 | 14.1 | 15.5 |

**Средства языка Python, которые использованы в программе расчета**

В программе расчёта используются следующие средства языка:

Функции:

• numpy.sort() – сортирует вектор в порядке возрастания.

• int(x) – возвращает целую часть числа x

•scipy.stats.norm.pdf(x) – возвращает функцию плотности стандартного нормального распределения с аргументом x, т.е.

•scipy.stats.norm.cdf(x) – возвращает функцию стандартного нормального распределения с аргументом x, т.е.

• pystats.uniform.pdf(x, loc, scale) – возвращает функцию плотности равномерного распределения на отрезке с аргументом x.

• pystats.uniform.сdf(x, loc, scale) – возвращает функцию равномерного распределения на отрезке с аргументом x.

Построение графиков и гистограмм было осуществлено с помощью библиотеки matplotlib. А построение таблиц было реализовано средствами библиотеки docx.

**Результаты расчетов с комментариями**

Задание 1)

Полученная выборка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| -3.77485 | -0.77886 | 1.99200 | -3.47613 | 0.79238 | 2.15419 | 0.98599 | -0.85755 | -0.62919 | 3.96032 |
| -0.27336 | 0.15951 | 2.15332 | 1.15289 | 4.45739 | 0.64989 | -2.60073 | 0.71441 | 1.34994 | -1.82686 |
| -1.26397 | -1.37423 | -1.36990 | 1.15059 | -0.02140 | -3.26987 | -1.22980 | 1.18522 | -1.98212 | 0.12386 |
| -3.41938 | 1.16375 | -0.48423 | 3.18687 | 1.65830 | -0.91055 | 3.17200 | 0.57451 | 4.33148 | -1.55506 |
| -1.10570 | 0.01584 | 3.62201 | 0.43492 | -0.27804 | 2.60946 | -1.38345 | -1.86311 | -2.83698 | 2.54883 |
| -2.96379 | 1.60007 | 0.76336 | 1.56464 | 1.51394 | -0.99685 | 0.65567 | -0.42172 | 0.10594 | 0.70173 |
| 1.44911 | 2.98624 | -3.81508 | -3.47485 | -3.23239 | 1.52948 | -2.71202 | 3.72059 | 0.32328 | -2.54836 |
| 0.80319 | -0.37975 | 1.97732 | -0.45867 | -1.26359 | -1.56686 | -1.35846 | 1.29475 | -2.81496 | 1.69229 |
| 0.03771 | 0.04595 | 4.46792 | 1.18613 | -1.19233 | -0.75523 | 1.28561 | 0.91927 | 2.45968 | -0.59971 |
| -0.23860 | -1.99965 | -0.15561 | -0.38043 | 0.69596 | -2.04313 | -1.03511 | -2.11438 | -4.26711 | 2.96899 |
| 1.19954 | 2.51308 | 1.85695 | -2.36627 | 1.54859 | -0.20508 | -1.88209 | 1.26181 | -1.98450 | -2.01668 |
| -1.05951 | 1.61224 | -1.98562 | 3.82919 | 4.05208 | 1.41556 | 3.64918 | -2.44670 | 0.36317 | -2.04978 |
| -3.26729 | 0.00486 | 2.30364 | 0.51686 | 0.98750 | 1.21405 | 0.53487 | -0.20960 | 2.62371 | 1.24873 |
| -3.79429 | -1.65437 | 4.76518 | -1.78814 | -0.35574 | 0.10661 | -0.75592 | 2.39940 | 2.43348 | -0.96688 |
| 0.50165 | 7.46306 | 0.22037 | -0.07852 | -0.60370 | 1.16222 | -0.78884 | 1.23366 | -0.71186 | 0.68438 |
| -0.07069 | 3.29687 | -0.38676 | -0.70831 | 2.08303 | 1.58235 | 5.95893 | -1.18743 | -1.35612 | -0.00978 |
| 1.42044 | 0.28755 | 0.04978 | 0.94703 | -1.29245 | -2.15035 | -0.44091 | -0.10394 | 2.67289 | -0.33502 |
| 1.24936 | 0.40473 | 0.88622 | 4.37701 | 0.68814 | -3.65955 | -1.47423 | 0.49579 | 2.98502 | 1.49159 |
| -1.52323 | -1.70732 | -2.79224 | -3.00831 | -1.10247 | -2.13875 | -4.86603 | -0.78863 | 2.47714 | 1.10348 |
| 1.97699 | -0.90311 | -2.99731 | -0.95257 | -1.15897 | -3.36916 | 3.83449 | 0.58166 | -0.28003 | -3.59553 |
| -0.59612 | -3.00332 | -2.05623 | -1.93565 | -0.32867 | 0.44716 | 2.62060 | -0.19244 | 2.48821 | -0.90512 |
| 0.15995 | -1.43265 | -1.62721 | -0.36575 | 0.11759 | -2.57789 | 1.82642 | 0.65731 | 1.71577 | 4.18185 |
| 1.12922 | -1.79057 | -1.50080 | 2.78135 | -4.32864 | -5.69638 | 2.54350 | 4.12742 | 0.95021 | 0.58230 |
| -0.60391 | 1.43782 | 2.29356 | 2.96383 | 2.02109 | -4.98954 | -1.78194 | 1.88825 | 3.36258 | -1.40659 |
| 1.89974 | -2.92459 | 1.00484 | 0.60604 | 0.56484 | 0.72057 | -0.30440 | 6.03645 | 0.25745 | 0.21788 |
| 1.78879 | 0.39895 | 1.56788 | -1.19022 | 0.38916 | 1.25926 | -1.84040 | 2.44751 | 2.76881 | 2.79080 |
| -3.46407 | 1.14493 | -2.11212 | 2.53613 | 1.06432 | 3.06702 | 2.10938 | -1.16123 | 1.68686 | 1.71780 |

Упорядоченная выборка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| -5.69638 | -4.98954 | -4.86603 | -4.32864 | -4.26711 | -3.81508 | -3.79429 | -3.77485 | -3.65955 | -3.59553 |
| -3.47613 | -3.47485 | -3.46407 | -3.41938 | -3.36916 | -3.26987 | -3.26729 | -3.23239 | -3.00831 | -3.00332 |
| -2.99731 | -2.96379 | -2.92459 | -2.83698 | -2.81496 | -2.79224 | -2.71202 | -2.60073 | -2.57789 | -2.54836 |
| -2.44670 | -2.36627 | -2.15035 | -2.13875 | -2.11438 | -2.11212 | -2.05623 | -2.04978 | -2.04313 | -2.01668 |
| -1.99965 | -1.98562 | -1.98450 | -1.98212 | -1.93565 | -1.88209 | -1.86311 | -1.84040 | -1.82686 | -1.79057 |
| -1.78814 | -1.78194 | -1.70732 | -1.65437 | -1.62721 | -1.56686 | -1.55506 | -1.52323 | -1.50080 | -1.47423 |
| -1.43265 | -1.40659 | -1.38345 | -1.37423 | -1.36990 | -1.35846 | -1.35612 | -1.29245 | -1.26397 | -1.26359 |
| -1.22980 | -1.19233 | -1.19022 | -1.18743 | -1.16123 | -1.15897 | -1.10570 | -1.10247 | -1.05951 | -1.03511 |
| -0.99685 | -0.96688 | -0.95257 | -0.91055 | -0.90512 | -0.90311 | -0.85755 | -0.78884 | -0.78863 | -0.77886 |
| -0.75592 | -0.75523 | -0.71186 | -0.70831 | -0.62919 | -0.60391 | -0.60370 | -0.59971 | -0.59612 | -0.48423 |
| -0.45867 | -0.44091 | -0.42172 | -0.38676 | -0.38043 | -0.37975 | -0.36575 | -0.35574 | -0.33502 | -0.32867 |
| -0.30440 | -0.28003 | -0.27804 | -0.27336 | -0.23860 | -0.20960 | -0.20508 | -0.19244 | -0.15561 | -0.10394 |
| -0.07852 | -0.07069 | -0.02140 | -0.00978 | 0.00486 | 0.01584 | 0.03771 | 0.04595 | 0.04978 | 0.10594 |
| 0.10661 | 0.11759 | 0.12386 | 0.15951 | 0.15995 | 0.21788 | 0.22037 | 0.25745 | 0.28755 | 0.32328 |
| 0.36317 | 0.38916 | 0.39895 | 0.40473 | 0.43492 | 0.44716 | 0.49579 | 0.50165 | 0.51686 | 0.53487 |
| 0.56484 | 0.57451 | 0.58166 | 0.58230 | 0.60604 | 0.64989 | 0.65567 | 0.65731 | 0.68438 | 0.68814 |
| 0.69596 | 0.70173 | 0.71441 | 0.72057 | 0.76336 | 0.79238 | 0.80319 | 0.88622 | 0.91927 | 0.94703 |
| 0.95021 | 0.98599 | 0.98750 | 1.00484 | 1.06432 | 1.10348 | 1.12922 | 1.14493 | 1.15059 | 1.15289 |
| 1.16222 | 1.16375 | 1.18522 | 1.18613 | 1.19954 | 1.21405 | 1.23366 | 1.24873 | 1.24936 | 1.25926 |
| 1.26181 | 1.28561 | 1.29475 | 1.34994 | 1.41556 | 1.42044 | 1.43782 | 1.44911 | 1.49159 | 1.51394 |
| 1.52948 | 1.54859 | 1.56464 | 1.56788 | 1.58235 | 1.60007 | 1.61224 | 1.65830 | 1.68686 | 1.69229 |
| 1.71577 | 1.71780 | 1.78879 | 1.82642 | 1.85695 | 1.88825 | 1.89974 | 1.97699 | 1.97732 | 1.99200 |
| 2.02109 | 2.08303 | 2.10938 | 2.15332 | 2.15419 | 2.29356 | 2.30364 | 2.39940 | 2.43348 | 2.44751 |
| 2.45968 | 2.47714 | 2.48821 | 2.51308 | 2.53613 | 2.54350 | 2.54883 | 2.60946 | 2.62060 | 2.62371 |
| 2.67289 | 2.76881 | 2.78135 | 2.79080 | 2.96383 | 2.96899 | 2.98502 | 2.98624 | 3.06702 | 3.17200 |
| 3.18687 | 3.29687 | 3.36258 | 3.62201 | 3.64918 | 3.72059 | 3.82919 | 3.83449 | 3.96032 | 4.05208 |
| 4.12742 | 4.18185 | 4.33148 | 4.37701 | 4.45739 | 4.46792 | 4.76518 | 5.95893 | 6.03645 | 7.46306 |

Группированная выборка (интервальный вариационный ряд):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (ai-1, ai] | [-5.69638; -4.23422] | (-4.23422; -2.77206] | (-2.77206; -1.30990] | (-1.30990; 0.15226] | (0.15226; 1.61442] | (1.61442; 3.07658] | (3.07658; 4.53874] | (4.53874; 6.00090] | (6.00090; 7.46306] |
| ni | 5 | 21 | 41 | 66 | 74 | 42 | 17 | 2 | 2 |
| wi | 0.01852 | 0.07778 | 0.15185 | 0.24444 | 0.27407 | 0.15556 | 0.06296 | 0.00741 | 0.00741 |

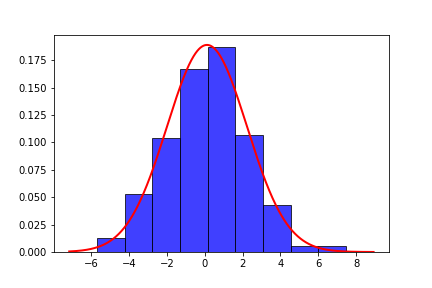
Математическое ожидание:

Дисперсия:

Среднеквадратическое отклонение:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0 | -5.69638 | -2.75499 | 0.00425 | 0.00293 | - |
| 1 | -4.23422 | -2.06239 | 0.02253 | 0.01959 | 0.01959 |
| 2 | -2.77206 | -1.36980 | 0.07395 | 0.08537 | 0.06579 |
| 3 | -1.30990 | -0.67720 | 0.15025 | 0.24914 | 0.16376 |
| 4 | 0.15226 | 0.01539 | 0.18895 | 0.50614 | 0.25700 |
| 5 | 1.61442 | 0.70799 | 0.14708 | 0.76052 | 0.25438 |
| 6 | 3.07658 | 1.40058 | 0.07087 | 0.91933 | 0.15881 |
| 7 | 4.53874 | 2.09317 | 0.02113 | 0.98183 | 0.06250 |
| 8 | 6.00090 | 2.78577 | 0.00390 | 0.99733 | 0.01550 |
| 9 | 7.46306 | 3.47836 | 0.00045 | 0.99975 | 0.00267 |

График плотности нормального распределения, наложенный на гистограмму относительных частот:



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| k | Интервал |  |  |  |  |
| 1 | [-5.69638; -4.23422] | 0.01852 | 0.01959 | 0.00107 | 0.01568 |
| 2 | (-4.23422; -2.77206] | 0.07778 | 0.06579 | 0.01199 | 0.58979 |
| 3 | (-2.77206; -1.30990] | 0.15185 | 0.16376 | 0.01191 | 0.23393 |
| 4 | (-1.30990; 0.15226] | 0.24444 | 0.25700 | 0.01256 | 0.16565 |
| 5 | (0.15226; 1.61442] | 0.27407 | 0.25438 | 0.01969 | 0.41154 |
| 6 | (1.61442; 3.07658] | 0.15556 | 0.15881 | 0.00325 | 0.01798 |
| 7 | (3.07658; 4.53874] | 0.06296 | 0.06250 | 0.00046 | 0.00091 |
| 8 | (4.53874; 6.00090] | 0.00741 | 0.01550 | 0.00809 | 1.14011 |
| 9 | (6.00090; 7.46306] | 0.00741 | 0.00267 | 0.00474 | 2.26944 |
|  |  |  |  |  |  |

4.84505

Задание 2)

a = 0.1

b = 6.1

Полученная выборка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.79902 | 2.03362 | 0.58672 | 4.75660 | 2.36932 | 5.44162 | 2.34982 | 2.05732 | 0.34228 | 2.53504 |
| 2.28112 | 2.03332 | 1.21168 | 5.27740 | 4.76254 | 3.80392 | 4.04998 | 3.76516 | 2.24800 | 2.16994 |
| 4.14712 | 2.06386 | 1.71880 | 5.95312 | 1.43110 | 1.83058 | 0.19774 | 4.96018 | 0.36544 | 2.80450 |
| 2.33662 | 2.50828 | 1.66630 | 5.38678 | 1.09030 | 1.86382 | 6.04234 | 5.41240 | 2.15200 | 3.09988 |
| 5.30374 | 4.79674 | 5.30938 | 2.80306 | 1.43584 | 5.19274 | 1.15480 | 4.89412 | 4.25122 | 5.47480 |
| 4.70332 | 1.11598 | 5.75686 | 0.97420 | 2.19292 | 3.46852 | 3.29038 | 0.65212 | 4.47232 | 0.18676 |
| 1.08514 | 0.68488 | 4.09126 | 0.68008 | 2.77966 | 0.40990 | 0.34426 | 1.57318 | 5.61748 | 1.81354 |
| 4.41940 | 4.12180 | 5.54404 | 0.88924 | 5.58634 | 2.77408 | 1.42672 | 4.64356 | 0.64354 | 1.91320 |
| 2.21542 | 2.63830 | 3.46264 | 2.51956 | 4.09936 | 1.99792 | 3.29908 | 1.86334 | 4.56148 | 4.37320 |
| 0.62272 | 4.25872 | 1.07404 | 0.11560 | 0.81292 | 0.95386 | 0.62530 | 0.15256 | 0.42262 | 1.10068 |
| 2.32864 | 2.82106 | 1.17418 | 3.95554 | 6.09910 | 3.98602 | 3.18064 | 1.02418 | 3.55810 | 0.49288 |
| 0.36400 | 4.84030 | 6.03586 | 1.49134 | 3.22066 | 5.96500 | 1.17592 | 4.29484 | 1.97266 | 3.71428 |
| 3.71926 | 2.51284 | 2.84590 | 1.71820 | 4.50520 | 0.90664 | 5.49016 | 5.82808 | 3.35500 | 5.62630 |
| 4.47220 | 4.41628 | 1.07926 | 3.58414 | 2.44366 | 3.59818 | 1.44844 | 2.94280 | 5.00674 | 1.94074 |
| 5.12962 | 3.26620 | 3.23302 | 4.36684 | 4.34326 | 1.29016 | 5.15362 | 5.43586 | 1.94104 | 2.42662 |
| 5.75650 | 4.29238 | 0.38548 | 1.50214 | 4.49188 | 3.47998 | 5.35588 | 2.88550 | 1.10440 | 2.10934 |
| 1.55656 | 1.19278 | 4.65334 | 1.37038 | 3.87436 | 1.20628 | 5.72878 | 2.75620 | 1.72354 | 2.87158 |
| 3.00286 | 3.35656 | 2.24884 | 1.48690 | 0.75106 | 1.35670 | 3.37606 | 1.32880 | 3.46642 | 4.16248 |
| 5.83198 | 4.97080 | 2.14660 | 6.01684 | 1.09186 | 5.60368 | 3.67120 | 2.50120 | 2.66248 | 3.46372 |
| 1.28386 | 0.33046 | 3.45934 | 3.00772 | 1.28230 | 1.08472 | 3.62392 | 4.54540 | 0.91384 | 0.45616 |
| 1.64404 | 5.84644 | 3.68578 | 0.72652 | 3.43978 | 2.44432 | 5.86966 | 0.73414 | 5.58532 | 1.47226 |
| 4.56148 | 5.77528 | 2.33824 | 4.68802 | 4.48900 | 3.98458 | 1.22998 | 0.20626 | 5.56666 | 0.85384 |
| 0.85060 | 0.99196 | 5.45374 | 2.70118 | 3.21154 | 2.25028 | 1.96192 | 2.71528 | 1.61818 | 1.70806 |
| 4.18402 | 4.04176 | 0.33556 | 5.46544 | 0.69028 | 0.54220 | 0.84628 | 2.61124 | 4.89088 | 5.33284 |
| 3.82330 | 4.70002 | 2.63884 | 2.85994 | 2.21944 | 0.13642 | 1.16926 | 1.26466 | 4.68154 | 1.15846 |
| 0.15004 | 4.33942 | 1.68562 | 1.37824 | 1.25956 | 0.52528 | 3.41962 | 1.67278 | 4.35226 | 2.29726 |
| 4.55758 | 3.34534 | 1.56112 | 3.42082 | 3.92314 | 5.35522 | 3.40930 | 1.90558 | 5.77156 | 4.67368 |

Упорядоченная выборка:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0.11560 | 0.13642 | 0.15004 | 0.15256 | 0.18676 | 0.19774 | 0.20626 | 0.33046 | 0.33556 | 0.34228 |
| 0.34426 | 0.36400 | 0.36544 | 0.38548 | 0.40990 | 0.42262 | 0.45616 | 0.49288 | 0.52528 | 0.54220 |
| 0.58672 | 0.62272 | 0.62530 | 0.64354 | 0.65212 | 0.68008 | 0.68488 | 0.69028 | 0.72652 | 0.73414 |
| 0.75106 | 0.81292 | 0.84628 | 0.85060 | 0.85384 | 0.88924 | 0.90664 | 0.91384 | 0.95386 | 0.97420 |
| 0.99196 | 1.02418 | 1.07404 | 1.07926 | 1.08472 | 1.08514 | 1.09030 | 1.09186 | 1.10068 | 1.10440 |
| 1.11598 | 1.15480 | 1.15846 | 1.16926 | 1.17418 | 1.17592 | 1.19278 | 1.20628 | 1.21168 | 1.22998 |
| 1.25956 | 1.26466 | 1.28230 | 1.28386 | 1.29016 | 1.32880 | 1.35670 | 1.37038 | 1.37824 | 1.42672 |
| 1.43110 | 1.43584 | 1.44844 | 1.47226 | 1.48690 | 1.49134 | 1.50214 | 1.55656 | 1.56112 | 1.57318 |
| 1.61818 | 1.64404 | 1.66630 | 1.67278 | 1.68562 | 1.70806 | 1.71820 | 1.71880 | 1.72354 | 1.79902 |
| 1.81354 | 1.83058 | 1.86334 | 1.86382 | 1.90558 | 1.91320 | 1.94074 | 1.94104 | 1.96192 | 1.97266 |
| 1.99792 | 2.03332 | 2.03362 | 2.05732 | 2.06386 | 2.10934 | 2.14660 | 2.15200 | 2.16994 | 2.19292 |
| 2.21542 | 2.21944 | 2.24800 | 2.24884 | 2.25028 | 2.28112 | 2.29726 | 2.32864 | 2.33662 | 2.33824 |
| 2.34982 | 2.36932 | 2.42662 | 2.44366 | 2.44432 | 2.50120 | 2.50828 | 2.51284 | 2.51956 | 2.53504 |
| 2.61124 | 2.63830 | 2.63884 | 2.66248 | 2.70118 | 2.71528 | 2.75620 | 2.77408 | 2.77966 | 2.80306 |
| 2.80450 | 2.82106 | 2.84590 | 2.85994 | 2.87158 | 2.88550 | 2.94280 | 3.00286 | 3.00772 | 3.09988 |
| 3.18064 | 3.21154 | 3.22066 | 3.23302 | 3.26620 | 3.29038 | 3.29908 | 3.34534 | 3.35500 | 3.35656 |
| 3.37606 | 3.40930 | 3.41962 | 3.42082 | 3.43978 | 3.45934 | 3.46264 | 3.46372 | 3.46642 | 3.46852 |
| 3.47998 | 3.55810 | 3.58414 | 3.59818 | 3.62392 | 3.67120 | 3.68578 | 3.71428 | 3.71926 | 3.76516 |
| 3.80392 | 3.82330 | 3.87436 | 3.92314 | 3.95554 | 3.98458 | 3.98602 | 4.04176 | 4.04998 | 4.09126 |
| 4.09936 | 4.12180 | 4.14712 | 4.16248 | 4.18402 | 4.25122 | 4.25872 | 4.29238 | 4.29484 | 4.33942 |
| 4.34326 | 4.35226 | 4.36684 | 4.37320 | 4.41628 | 4.41940 | 4.47220 | 4.47232 | 4.48900 | 4.49188 |
| 4.50520 | 4.54540 | 4.55758 | 4.56148 | 4.56148 | 4.64356 | 4.65334 | 4.67368 | 4.68154 | 4.68802 |
| 4.70002 | 4.70332 | 4.75660 | 4.76254 | 4.79674 | 4.84030 | 4.89088 | 4.89412 | 4.96018 | 4.97080 |
| 5.00674 | 5.12962 | 5.15362 | 5.19274 | 5.27740 | 5.30374 | 5.30938 | 5.33284 | 5.35522 | 5.35588 |
| 5.38678 | 5.41240 | 5.43586 | 5.44162 | 5.45374 | 5.46544 | 5.47480 | 5.49016 | 5.54404 | 5.56666 |
| 5.58532 | 5.58634 | 5.60368 | 5.61748 | 5.62630 | 5.72878 | 5.75650 | 5.75686 | 5.77156 | 5.77528 |
| 5.82808 | 5.83198 | 5.84644 | 5.86966 | 5.95312 | 5.96500 | 6.01684 | 6.03586 | 6.04234 | 6.09910 |

Группированная выборка (интервальный вариационный ряд):

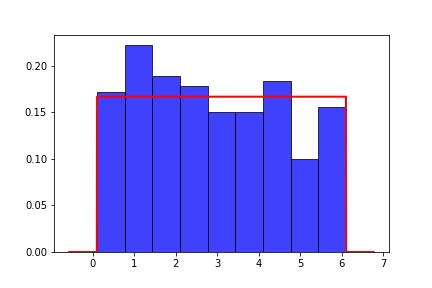
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| (ai-1,ai] | [0.10000; 0.76667] | (0.76667; 1.43333] | (1.43333; 2.10000] | (2.10000; 2.76667] | (2.76667; 3.43333] | (3.43333; 4.10000] | (4.10000; 4.76667] | (4.76667; 5.43333] | (5.43333; 6.10000] |
| ni | 31 | 40 | 34 | 32 | 27 | 27 | 33 | 18 | 28 |
| wi | 0.11481 | 0.14815 | 0.12593 | 0.11852 | 0.10000 | 0.10000 | 0.12222 | 0.06667 | 0.10370 |

Математическое ожидание:

Дисперсия:

Среднеквадратическое отклонение:

График плотности равномерного распределения, наложенный на гистограмму относительных частот :



|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *k* | Интервал |  |  |  |  |
| 1 | [0.10000; 0.76667] | 0.11481 | 0.11111 | 0.00370 | 0.03333 |
| 2 | (0.76667; 1.43333] | 0.14815 | 0.11111 | 0.03704 | 3.33333 |
| 3 | (1.43333; 2.10000] | 0.12593 | 0.11111 | 0.01481 | 0.53333 |
| 4 | (2.10000; 2.76667] | 0.11852 | 0.11111 | 0.00741 | 0.13333 |
| 5 | (2.76667; 3.43333] | 0.10000 | 0.11111 | 0.01111 | 0.30000 |
| 6 | (3.43333; 4.10000] | 0.10000 | 0.11111 | 0.01111 | 0.30000 |
| 7 | (4.10000; 4.76667] | 0.12222 | 0.11111 | 0.01111 | 0.30000 |
| 8 | (4.76667; 5.43333] | 0.06667 | 0.11111 | 0.04444 | 4.80000 |
| 9 | (5.43333; 6.10000] | 0.10370 | 0.11111 | 0.00741 | 0.13333 |
|  |  |  |  | 0.04444 | 9.86667 |

**Анализ результатов и выводы**

Таблица критических значений:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  | 9.5 | 11.1 | 12.6 | 14.1 | 15.5 |

1) Нормальное распределение

Гипотеза о соответствии выборки нормальному распределению не противоречит экспериментальным данным (т.е. может быть принята) при уровне значимости alpha = 0,05.

2) Равномерное распределение

Гипотеза о соответствии выборки нормальному распределению не противоречит экспериментальным данным (т.е. может быть принята) при уровне значимости alpha = 0,05.

**Список использованной литературы**

1. Лобузов А.А. Математическая статистика [Электронный ресурс]: Методические указания по выполнению лабораторных работ / под ред. Ю. И. Худака. Москва: Московский технологический университет (МИРЭА), 2017. 36 с.
2. Чернова Н. И. Математическая статистика: Учеб. пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2007. 148 с

**Приложение (Листинг программы)**

# coding: utf-8

# In[1]:

**import** **math**

**import** **numpy**

**import** **matplotlib.mlab** **as** **mlab**

**import** **matplotlib.pyplot** **as** **plt**

**import** **scipy**

**import** **scipy.stats** **as** **pystats**

**from** **scipy.stats** **import** norm **as** pynorm

**from** **scipy.stats** **import** uniform **as** pyuni

**from** **docx** **import** Document

# In[2]:

**def** **strm**(a):

n = len(a)

b = a[**0**]

m = len(b)

**for** i **in** range(n):

**for** k **in** range(m):

**if** type(a[i][k]) == int:

a[i][k] = str(a[i][k])

**elif** type(a[i][k]) != str:

a[i][k] = str('%.5f'% a[i][k])

# In[3]:

**def** **onetablein**(docname, n):

document = Document(docname)

table = document.tables[n]

array = []

**for** i **in** range(**0**,len(table.rows)):

row = table.rows[i]

**for** cell **in** row.cells:

array.append(float(cell.text.replace(',','.')))

**return** array

# In[4]:

krit\_tbl = {

'4' : **9.5**,

'5' : **11.1**,

'6' : **12.6**,

'7' : **14.1**,

'8' : **15.5**}

# In[5]:

ln = onetablein('Data/tables\_9.docx', **0**)

lu = onetablein('Data/tables\_9.docx', **1**)

alfa = **0.05**

a = **0.1**

b = **6.1**

# In[6]:

**class** **stat**(object):

**def** **\_\_init\_\_**(self, array, m, ao = None, am = None):

self.m = m

**if** ao == None:

self.ao = min(array)

**else**:

self.ao = ao

**if** am == None:

self.am = max(array)

**else**:

self.am = am

self.h = (self.am - self.ao)/self.m

self.num = [self.ao + (i + **0.5**)\*self.h **for** i **in** range(m)]

self.interval = [self.ao + i\*self.h **for** i **in** range(m+**1**)]

self.cnt = [**0** **for** i **in** range(m)]

**for** i **in** array:

**for** k **in** range(m):

**if** i <= self.interval[k+**1**]:

**break**

self.cnt[k] = self.cnt[k] + **1**

self.war = [i/len(array) **for** i **in** self.cnt]

# In[7]:

**class** **NormSample**(object):

**def** **\_\_init\_\_**(self, array):

self.array = [i **for** i **in** array]

self.n = len(array)

self.m = **1** + int(math.log2(self.n))

self.stats = stat(array, self.m)

**def** **mean**(self):

s = **0**

**for** i **in** range(self.m):

s = s + self.stats.war[i]\*self.stats.num[i]

**return** s

**def** **disp**(self):

s = **0**

**for** i **in** range(self.m):

s = s + self.stats.war[i]\*(self.stats.num[i]\*\***2**)

**return** s - (self.stats.h\*\***2**)/**12** - self.mean()\*\***2**

**def** **devi**(self):

**return** self.disp()\*\***0.5**

**def** **graf**(self, hist = True, theory = True, filename = 'Data/graf\_norm.png'):

dx = **0.005**

xmin = self.stats.ao - self.stats.h

xmax = self.stats.am + self.stats.h

**if** hist:

plt.bar(

[i **for** i **in** self.stats.num],

[i/self.stats.h **for** i **in** self.stats.war],

color = 'blue', edgecolor = 'black',

linewidth = **1**, alpha = **0.75**, width = self.stats.h

)

**if** theory:

xlist = numpy.arange(xmin, xmax, dx) # mlab.frange(xmin, xmax, dx)

ylist = [pystats.norm.pdf(xz, loc = self.mean(), scale = self.devi()) **for** xz **in** xlist]

plt.plot(xlist, ylist, color = 'red', linewidth = **2**)

plt.savefig(filename)

plt.clf()

**def** **out\_1**(self):

l = []

**for** k **in** range(len(self.stats.interval)):

q = []

ak = self.stats.interval[k]

q.append(k)

q.append(ak)

q.append((ak - self.mean())/self.devi())

q.append(pynorm.pdf(q[**2**])/self.devi())

q.append(pynorm.cdf(q[**2**]))

**if** k == **0**:

q.append('-')

**elif** k == **1**:

q.append(q[**4**])

**elif** k == self.m:

q.append(**1** - l[k-**1**][**4**])

**else**:

q.append(q[**4**] - l[k-**1**][**4**])

l.append(q)

**return** l

**def** **out\_2**(self):

out\_1 = self.out\_1()

l = []

f4 = **0**

f5 = **0**

**for** k **in** range(self.m):

q = []

q.append(k+**1**)

s = ''

**if** k == **0**:

s = s + '['

**else**:

s = s + '('

s = s + str('%.5f'% out\_1[k][**1**]) + '; ' + str('%.5f'% out\_1[k+**1**][**1**]) + ']'

q.append(s)

q.append(self.stats.war[k])

q.append(out\_1[k+**1**][**5**])

q.append(abs(q[**2**]-q[**3**]))

q.append(self.n\*(q[**4**]\*\***2**)/q[**3**])

**if** q[**4**] > f4:

f4 = q[**4**]

f5 = f5 + q[**5**]

l.append(q)

l.append(['','','','',f4,f5])

**return** l

**def** **hi2**(self):

s = **0**

n = [k **for** k **in** self.stats.cnt]

p = [k[**3**] **for** k **in** self.out\_2()]

**for** k **in** range(self.m):

s = s + ((n[k]-self.n\*p[k])\*\***2**)/(self.n\*p[k])

**return** s

**def** **krit**(self, tbl):

l = self.m - **3**

**if** self.hi2() > tbl[str(l)]:

**return** False

**else**:

**return** True

# In[8]:

sn = NormSample(ln)

**print**(sn.mean())

**print**(sn.disp())

**print**(sn.devi(), '**\n**')

**for** i **in** sn.out\_1():

**print**(i)

**print**()

**for** i **in** sn.out\_2():

**print**(i)

**print**()

**print**(sn.hi2())

**print**(sn.krit(krit\_tbl))

sn.graf()

# In[9]:

**class** **UniSample**(object):

**def** **\_\_init\_\_**(self, array, a, b):

self.array = [i **for** i **in** array]

self.n = len(array)

self.a = a

self.b = b

self.m = **1** + int(math.log2(self.n))

self.stats = stat(array, self.m, ao = a, am = b)

**def** **mean**(self):

s = **0**

**for** i **in** range(self.m):

s = s + self.stats.war[i]\*self.stats.num[i]

**return** s

**def** **disp**(self):

s = **0**

**for** i **in** range(self.m):

s = s + self.stats.war[i]\*(self.stats.num[i]\*\***2**)

**return** s - (self.stats.h\*\***2**)/**12** - self.mean()\*\***2**

**def** **devi**(self):

**return** self.disp()\*\***0.5**

**def** **graf**(self, hist = True, theory = True, filename = 'Data/graf\_uni.png'):

dx = **0.005**

xmin = self.stats.ao - self.stats.h

xmax = self.stats.am + self.stats.h

**if** hist:

plt.bar(

[i **for** i **in** self.stats.num],

[i/self.stats.h **for** i **in** self.stats.war],

color = 'blue', edgecolor = 'black',

linewidth = **1**, alpha = **0.75**, width = self.stats.h

)

**if** theory:

xlist = numpy.arange(xmin, xmax, dx) # mlab.frange(xmin, xmax, dx)

ylist = [pystats.uniform.pdf(xz, loc = self.a, scale = self.b - self.a) **for** xz **in** xlist]

plt.plot(xlist, ylist, color = 'red', linewidth = **2**)

plt.savefig(filename)

plt.clf()

**def** **out\_3**(self):

l = []

f4 = **0**

f5 = **0**

**for** k **in** range(self.m):

q = []

q.append(k+**1**)

s = ''

**if** k == **0**:

s = s + '['

**else**:

s = s + '('

s = s + str('%.5f'% self.stats.interval[k]) + '; ' + str('%.5f'% self.stats.interval[k+**1**]) + ']'

q.append(s)

q.append(self.stats.war[k])

q.append(**1**/self.m)

q.append(abs(q[**2**]-q[**3**]))

q.append(self.n\*(q[**4**]\*\***2**)/q[**3**])

l.append(q)

**if** q[**4**] > f4:

f4 = q[**4**]

f5 = f5 + q[**5**]

l.append(['','','','',f4,f5])

**return** l

**def** **hi2**(self):

s = **0**

n = [k **for** k **in** self.stats.cnt]

p = [k[**3**] **for** k **in** self.out\_3()]

**for** k **in** range(self.m):

s = s + ((n[k]-self.n\*p[k])\*\***2**)/(self.n\*p[k])

**return** s

**def** **krit**(self, tbl):

l = self.m - **3**

**if** self.hi2() > tbl[str(l)]:

**return** False

**else**:

**return** True

# In[10]:

su = UniSample(lu,a,b)

**print**(su.mean())

**print**(su.disp())

**print**(su.devi())

**print**()

**for** k **in** su.out\_3():

**print**(k)

**print**()

**print**(su.hi2())

**print**(su.krit(krit\_tbl))

su.graf()

# In[11]:

head\_1\_str = [

'k',

'ak',

'(ak-a)/s',

'1/s\*f((ak-a)/s)',

'F((ak-a)/s)',

'pk'

]

head\_2\_str = [

'k',

'Интервал',

'wk',

'pk',

'|wk-pk|',

'N(wk-pk)^2/pk'

]

# In[12]:

**def** **tabler**(document, out, head = None):

tl = []

**if** head != None:

tl.append(head)

**for** i **in** out:

tl.append(i)

strm(tl)

table = document.add\_table(rows = len(tl),cols = len(tl[**0**]))

**for** i **in** range(len(tl)):

hdr\_cells = table.rows[i].cells

**for** k **in** range(len(tl[**0**])):

**if** type(tl[i][k]) == str:

hdr\_cells[k].text = tl[i][k]

**else**:

**pass** #LaTeh

# In[13]:

**def** **doc\_task\_1**(document, sn):

document.add\_paragraph('Задание 1)')

document.add\_paragraph('Полученная выборка:')

l = [i **for** i **in** sn.array]

tbl = []

q = []

**for** i **in** range(len(l)):

q.append(l[i])

**if** (len(q) == **10**) **or** (i+**1** == len(l)):

**while**(len(q) != **10**):

q.append('')

tbl.append(q)

q = []

tabler(document, tbl)

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('Упорядоченная выборка:')

l.sort()

tbl = []

q = []

**for** i **in** range(len(l)):

q.append(l[i])

**if** (len(q) == **10**) **or** (i+**1** == len(l)):

**while**(len(q) != **10**):

q.append('')

tbl.append(q)

q = []

tabler(document, tbl)

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('Группированная выборка (интервальный вариационный ряд):')

tbl = [['(ai-1,ai]'],['ni'],['wi']]

tbl[**0**].extend([i[**1**] **for** i **in** sn.out\_2() **if** i[**1**] != ''])

tbl[**1**].extend(sn.stats.cnt)

tbl[**2**].extend(sn.stats.war)

tabler(document, tbl)

document.add\_paragraph('<math>\sum\_{i=0}^\{N}\w\_i</math> = ' + str('%.5f'% sum(sn.stats.war)))

document.add\_paragraph('Математическое ожидание: **\t**ilde{a} = ' + str('%.5f'% sn.mean()))

document.add\_paragraph('Дисперсия: **\t**ilde{\sigma}^2 = '+ str('%.5f'% sn.disp()))

document.add\_paragraph('Среднеквадратическое отклонение: **\t**ilde{\sigma} = ' + str('%.5f'% sn.devi()))

document.add\_paragraph('')

tabler(document, sn.out\_1(), head\_1\_str)

document.add\_paragraph('График плотности нормального распределения, наложенный на гистограмму относительных частот:')

sn.graf(filename = 'tsk1\_graf.png')

document.add\_picture('tsk1\_graf.png')

tabler(document, sn.out\_2(), head\_2\_str)

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('\chi\_B^2 = '+ str('%.5f'% sn.hi2()))

document.add\_paragraph('')

# In[14]:

**def** **doc\_task\_2**(document, sn):

document.add\_paragraph('Задание 2)')

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('a = ' + str(sn.a))

document.add\_paragraph('b = ' + str(sn.b))

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('Полученная выборка:')

l = [i **for** i **in** sn.array]

tbl = []

q = []

**for** i **in** range(len(l)):

q.append(l[i])

**if** (len(q) == **10**) **or** (i+**1** == len(l)):

**while**(len(q) != **10**):

q.append('')

tbl.append(q)

q = []

tabler(document, tbl)

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('Упорядоченная выборка:')

l.sort()

tbl = []

q = []

**for** i **in** range(len(l)):

q.append(l[i])

**if** (len(q) == **10**) **or** (i+**1** == len(l)):

**while**(len(q) != **10**):

q.append('')

tbl.append(q)

q = []

tabler(document, tbl)

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('Группированная выборка (интервальный вариационный ряд):')

tbl = [['(ai-1,ai]'],['ni'],['wi']]

tbl[**0**].extend([i[**1**] **for** i **in** sn.out\_3() **if** i[**1**] != ''])

tbl[**1**].extend(sn.stats.cnt)

tbl[**2**].extend(sn.stats.war)

tabler(document, tbl)

document.add\_paragraph('<math>\sum\_{i=0}^\{N}\w\_i</math> = ' + str('%.5f'% sum(sn.stats.war)))

document.add\_paragraph('Математическое ожидание: **\t**ilde{a} = ' + str('%.5f'% sn.mean()))

document.add\_paragraph('Дисперсия: **\t**ilde{\sigma}^2 = '+ str('%.5f'% sn.disp()))

document.add\_paragraph('Среднеквадратическое отклонение: **\t**ilde{\sigma} = ' + str('%.5f'% sn.devi()))

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('График плотности равномерного распределения, наложенный на гистограмму относительных частот:')

sn.graf(filename = 'tsk2\_graf.png')

document.add\_picture('tsk2\_graf.png')

tabler(document, sn.out\_3(), head\_2\_str)

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('\chi\_B^2 = '+ str('%.5f'% sn.hi2()))

document.add\_paragraph('')

# In[15]:

**def** **doc\_anal**(document, sn, su, krit\_table):

NormResult = {

True : 'Гипотеза о соответствии выборки нормальному распределению не противоречит экспериментальным данным (т.е. может быть принята) при уровне значимости alpha = 0,05. ',

False : 'Гипотеза о соответствии выборки нормальному распределению противоречит экспериментальным данным (т.е. не может быть принята) при уровне значимости alpha = 0,05. '

}

UniResult = {

True: 'Гипотеза о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [a, b] не противоречит экспериментальным данным (т.е. может быть принята) при уровне значимости alpha = 0,05. ',

False: 'Гипотеза о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [a, b] противоречит экспериментальным данным (т.е. не может быть принята) при уровне значимости alpha = 0,05. '

}

document.add\_paragraph('Анализ результатов и выводы')

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('Таблица критических значений:')# \chi\_{кр,\alpha}^2 (l)

tbl = [['l'],['chi']]#'\chi\_{кр,\alpha}^2 (l)'

tbl[**0**].extend([i **for** i **in** krit\_table])

tbl[**1**].extend([str(krit\_table[i]) **for** i **in** krit\_table])

tabler(document,tbl)

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('1) Нормальное распределение')

document.add\_paragraph('\chi\_B^2 = ' + str('%.5f'% sn.hi2()))

document.add\_paragraph('chi(' + str(sn.m-**3**) + ') = ' + str(krit\_table[str(sn.m-**3**)]) )#'\chi\_{кр,\alpha}^2 (l)'

document.add\_paragraph(NormResult[sn.krit(krit\_table)])

document.add\_paragraph('')

document.add\_paragraph('2) Равномерное распределение')

document.add\_paragraph('\chi\_B^2 = ' + str('%.5f'% su.hi2()))

document.add\_paragraph('chi(' + str(su.m-**3**) + ') = ' + str(krit\_table[str(su.m-**3**)]) )#'\chi\_{кр,\alpha}^2 (l)'

document.add\_paragraph(NormResult[su.krit(krit\_table)])

# In[16]:

**def** **doccreator**(sn, su, krit\_tbl, filename = 'final\_doc.docx'):

document = Document()

doc\_task\_1(document, sn)

document.add\_paragraph('')

doc\_task\_2(document, su)

document.add\_paragraph('')

doc\_anal(document, sn, su, krit\_tbl)

document.save(filename)

**print**('Done!')

# In[17]:

doccreator(sn, su, krit\_tbl, filename = 'Data/final\_doc.docx')