Вопросы к курсу Теоретические основы численного анализа

1. Постановка задачи о наилучшем приближении. Свойства функции погрешности наилучшего приближения $\varepsilon(x, M)$.

2. Чебышевские подпространства. Свойства чебышевских подпространств. Основные леммы для доказательства теорем Чебышева.

3. Докажите теорему Чебышева для $\mathcal{T}_n \subset C[\mathbf{S}^1]$.

4. Понятие ядра. Теорема об аппроксимации для положительного ядра. Ядро Дирихле. Ядро Фейера. Ядро Джексона. Теорема Джексона для $W^n(M)$.

5. Оптимальные константы для теоремы Джексона. Теорема Фавара.

6. Постановка задачи интерполяции. Числа Лебега. Неравенство Лебега.

7. Интерполяционный процесс. Теоремы Фабера и Бернштейна. Свойства сходимости и расходимости интерполяционного процесса. Чебышевские узлы. Пример Бернштейна.

8. Сплайны. Лагранжевы сплайны. Погрешность интерполяции лагранжевыми сплайнами.

9. Оценка констант Лебега для равномерно распределенных узлов.

10. Линейные методы приближения и понятие насыщения. Примеры: насыщение при интерполяции лагранжевыми сплайнами, интерполяция по чебышевским узлам, приближение периодических функций частичной суммой ряда Фурье, аппроксимация с помощью ядра Фейера, частичная сумма Фурье-Чебышева.

11. Построение равномерной аппроксимации тригонометрическими многочленами с помощью положительных ядер. Теорема Вейерштрасса о равномерной аппроксимации последовательностью многочленов произвольной непрерывной функции.

12. Функции Бернулли. Формула обращения.

13. Погрешность интерполяции функций класса $W^n(m, [a, b])$.

14. Конечные разности. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона.