Abitur 2017 Mathematik Geometrie VI

Gegeben sind die beiden bezüglich der $x_1 x_3$ -Ebene symmetrisch liegenden Punkte A(2|3|1) und B(2|-3|1) sowie der Punkt C(0|2|0).

Teilaufgabe Teil A 1a (3 BE)

Weisen Sie nach, dass das Dreieck ABC bei C rechtwinklig ist.

Teilaufgabe Teil A 1b (2 BE)

Geben Sie die Koordinaten eines weiteren Punkts D der x_2 -Achse an, so dass das Dreieck ABD bei D rechtwinklig ist. Begründen Sie Ihre Antwort.

Gegeben ist die Ebene $E: 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -18$.

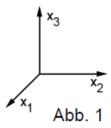
Teilaufgabe Teil A 2a (2 BE)

Der Schnittpunkt von E mit der x_1 -Achse, der Schnittpunkt von E mit der x_2 -Achse und der Koordinatenursprung sind die Eckpunkte eines Dreiecks. Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

Teilaufgabe Teil A 2b (3 BE)

Ermitteln Sie die Koordinaten des Vektors, der sowohl ein Normalenvektor von E als auch der Ortsvektor eines Punkts der Ebene E ist.

Ein geschlossenes Zelt, das auf horizontalem Untergrund steht, hat die Form einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die von der Zeltspitze ausgehenden Seitenkanten werden durch vier gleich lange Stangen gebildet. Das Zelt ist 6 m hoch, die Seitenlänge des Zeltbodens beträgt 5 m. Das Zelt wird in einem kartesischen Koordinatensystem (vgl. Abbildung 1) modellhaft durch eine Pyramide ABCDS mit der Spitze S(2,5|2,5|6) dargestellt. Der Punkt A liegt im Koordinatenursprung, C hat die Koordinaten (5|5|0). Der Punkt B liegt auf der x_1 -Achse, D auf der x_2 -Achse. Das Dreieck CDS liegt in der Ebene $E: 12x_2 + 5x_3 = 60$. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität.



Teilaufgabe Teil B a (3 BE)

Geben Sie die Koordinaten der Punkte B und D an und zeichnen Sie die Pyramide in ein Koordinatensystem ein.

Teilaufgabe Teil B b (3 BE)

Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene F, in der das Dreieck DAS liegt, in Normalenform. (mögliches Ergebnis: $F: 12x_1 - 5x_3 = 0$)

Teilaufgabe Teil B c (3 BE)

Jeweils zwei benachbarte Zeltwände schließen im Inneren des Zelts einen stumpfen Winkel ein. Ermitteln Sie die Größe dieses Winkels.

Teilaufgabe Teil B d (4 BE)

Im Zelt ist eine Lichtquelle so aufgehängt, dass sie von jeder der vier Wände einen Abstand von 50 cm hat. Ermitteln Sie die Koordinaten des Punkts, der im Modell die Lichtquelle darstellt.

Teilaufgabe Teil B e (2 BE)

Bestimmen Sie eine Gleichung der Symmetrieachse g des Dreiecks CDS.

Teilaufgabe Teil B f (5 BE)

Ein Teil der Zeltwand, die im Modell durch das Dreieck CDS dargestellt wird, kann mithilfe zweier vertikal stehender Stangen der Länge 1,80 m zu einem horizontalen Vordach aufgespannt werden (vgl. Abbildung 2). Die dadurch entstehende 1,40 m breite Öffnung in der Zeltwand wird im Modell durch ein Rechteck dargestellt, das symmetrisch zu g liegt. Dabei liegt eine Seite dieses Rechtecks auf der Strecke [CD]. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vordachs.

