Abitur 2016 Mathematik Stochastik IV

Bei einem Zufallsexperiment wird eine ideale Münze so lange geworfen, bis zum zweiten Mal Zahl (Z) oder zum zweiten Mal Wappen (W) oben liegt. Als Ergebnismenge wird festgelegt: $\{ZZ; WW; ZWZ; ZWW; WZZ; WZW\}.$

Teilaufgabe Teil A 1a (2 BE)

Begründen Sie, dass dieses Zufallsexperiment kein Laplace-Experiment ist.

Teilaufgabe Teil A 1b (3 BE)

Die Zufallsgröße X ordnet jedem Ergebnis die Anzahl der entsprechenden Münzwürfe zu. Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

An einem P-Seminar nehmen acht Mädchen und sechs Jungen teil, darunter Anna und Tobias. Für eine Präsentation wird per Los aus den Teilnehmerinnen und Teilnehmern ein Team aus vier Personen zusammengestellt.

Teilaufgabe Teil A 2a (3 BE)

Geben Sie zu jedem der folgenden Ereignisse einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses berechnet werden kann.

A: "Anna und Tobias gehören dem Team an."

B: "Das Team besteht aus gleich vielen Mädchen und Jungen."

Teilaufgabe Teil A 2b (2 BE)

Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit durch den folgenden Term berechnet werden kann:

$$\frac{\binom{14}{4} - \binom{6}{4}}{\binom{14}{4}}$$

Teilaufgabe Teil B 1 (3 BE)

Nach einem Bericht zur Allergieforschung aus dem Jahr 2008 litt damals in Deutschland jeder vierte bis fünfte Einwohner an einer Allergie. 41% aller Allergiker reagierten allergisch auf Tierhaare.

Kann aus diesen Aussagen gefolgert werden, dass 2008 mindestens 10% der Einwohner Deutschlands auf Tierhaare allergisch reagierten?

Begründen Sie Ihre Antwort.

Nach einer aktuellen Erhebung leiden 25% der Einwohner Deutschlands an einer Allergie. Aus den Einwohnern Deutschlands werden n Personen zufällig ausgewählt.

Teilaufgabe Teil B 2a (4 BE)

Bestimmen Sie, wie groß n mindestens sein muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens eine der ausgewählten Personen an einer Allergie leidet.

Teilaufgabe Teil B 2b (5 BE)

Im Folgenden ist n=200. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der Personen unter den ausgewählten Personen, die an einer Allergie leiden. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert der binomialverteilten Zufallsgröße X höchstens um eine Standardabweichung von ihrem Erwartungswert abweicht.

Ein Pharmaunternehmen hat einen Hauttest zum Nachweis einer Tierhaarallergie entwickelt. Im Rahmen einer klinischen Studie zeigt sich, dass der Hauttest bei einer aus der Bevölkerung Deutschlands zufällig ausgewählten Person mit einer Wahrscheinlichkeit von 39,5% ein positives Testergebnis liefert. Leidet eine Person an einer Tierhaarallergie, so ist das Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von 85% positiv. Das Testergebnis ist jedoch bei einer Person, die nicht an einer Tierhaarallergie leidet, mit einer Wahrscheinlichkeit von 35% ebenfalls positiv.

Teilaufgabe Teil B 3a (4 BE)

Ermitteln Sie, welcher Anteil der Bevölkerung Deutschlands demnach allergisch auf Tierhaare reagiert.

(Ergebnis: 9%)

Teilaufgabe Teil B 3b (2 BE)

Eine aus der Bevölkerung Deutschlands zufällig ausgewählte Person wird getestet; das Testergebnis ist positiv. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person tatsächlich an einer Tierhaarallergie leidet.

Teilaufgabe Teil B 3c (2 BE)

Aus der Bevölkerung Deutschlands wird eine Person zufällig ausgewählt und getestet. Beschreiben Sie das Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit im Sachzusammenhang mit dem Term $0,09\cdot 0,15+0,91\cdot 0,35$ berechnet wird.