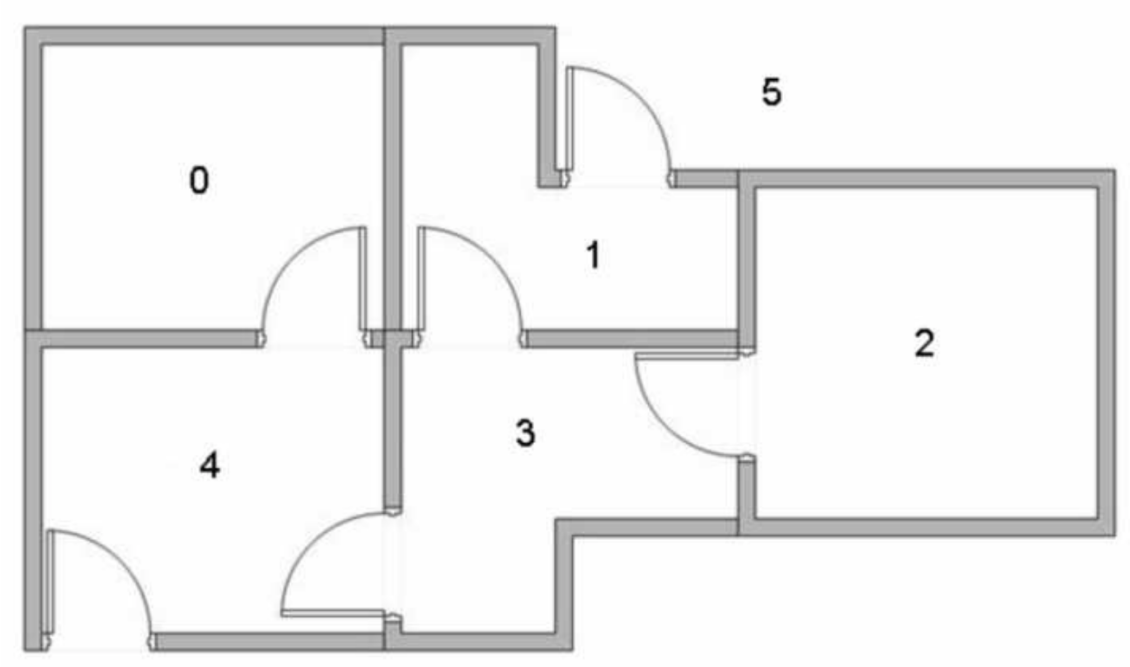
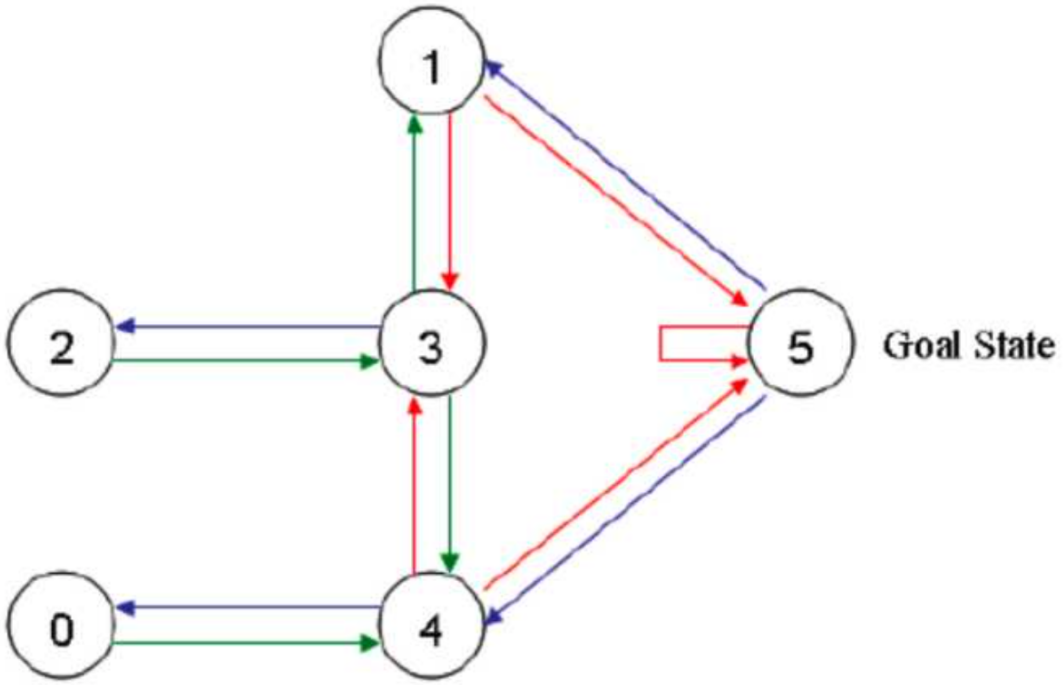
1、Q-learning例子

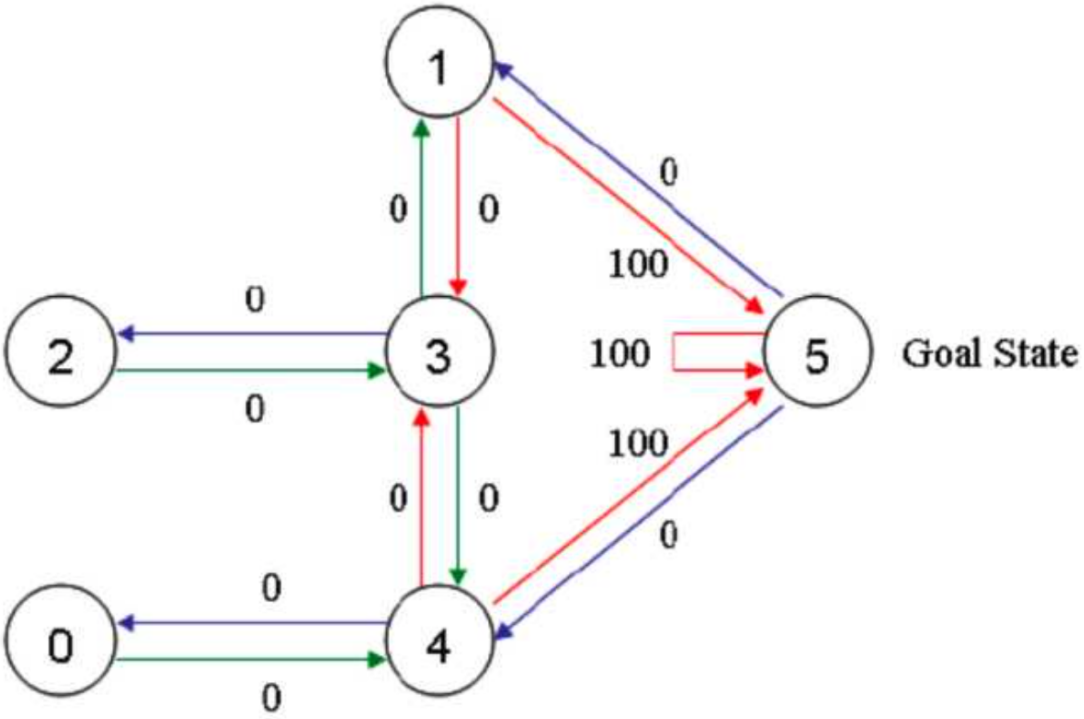
假设有这样的房间



如果将房间表示成点，然后用房间之间的连通关系表示成线，如下图所示：



这就是房间对应的图。我们首先将agent（机器人）处于任何一个位置，让他自己走动，直到走到5房间，表示成功。为了能够走出去，我们将每个节点之间设置一定的权重，能够直接到达5的边设置为100，其他不能的设置为0，这样网络的图为：



Qlearning中，最重要的就是“状态”和“动作”，状态表示处于图中的哪个节点，比如2节点，3节点等等，而动作则表示从一个节点到另一个节点的操作。

首先我们生成一个奖励矩阵矩阵，矩阵中，-1表示不可以通过，0表示可以通过，100表示直接到达终点：

$$R = \begin{array}{c} \\ \text{State} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \text{Action} \\ \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 100 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 100 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 100 \end{bmatrix} \end{array}$$

同时，我们创建一个Q表，表示学习到的经验，与R表同阶，初始化为0矩阵，表示从一个state到另一个state能获得的总的奖励的折现值。

$$Q = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

image.png

Q表中的值根据如下的公式来进行更新：

$$Q(s,a) = R(s,a) + \gamma \cdot \max_{\tilde{a}}\{Q(\tilde{s},\tilde{a})\}$$

在上面的公式中，S表示当前的状态，a表示当前的动作，s表示下一个状态，a表示下一个动作，λ为贪婪因子，0<λ<1,一般设置为0.8。Q表示的是，在状态s下采取动作a能够获得的期望最大收益，R是立即获得的收益，而未来一期的收益则取决于下一阶段的动作。

所以，Q-learning的学习步骤可以归结为如下：

算法 1.1 *(Q-learning 算法)*

Step 1 给定参数 γ 和 *reward* 矩阵 R.

Step 2 令 $Q := \mathbf{0}$.

Step 3 *For each episode:*

3.1 随机选择一个初始的状态 s.

3.2 若未达到目标状态, 则执行以下几步

(1) 在当前状态 s 的所有可能行为中选取一个行为 a.

(2) 利用选定的行为 a, 得到下一个状态 $\widetilde{s}$.

(3) 按照 *(1.1)* 计算 $Q(s,a)$.

(4) 令 $s := \widetilde{s}$.

在迭代到收敛之后，我们就可以根据Q-learning来选择我们的路径走出房间。 看一个实际的例子，首先设定λ=0.8，奖励矩阵R和Q矩阵分别初始化为：

$$R = \begin{array}{c} \\ \text{State} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \text{Action} \\ \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & -1 & 100 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 100 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 100 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$Q = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

随机选择一个状态，比如1，查看状态1所对应的R表，也就是1可以到达3或5，随机地，我们选择5，根据转移方程：

$$\begin{aligned} Q(1,5) &= R(1,5) + 0.8 * \max\{Q(5,1), Q(5,4), Q(5,5)\} \\ &= 100 + 0.8 * \max\{0,0,0\} \\ &= 100. \end{aligned}$$

于是，Q表为：

$$Q = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

这样，到达目标，一次尝试结束。 接下来再选择一个随机状态，比如3，3对应的下一个状态有（1，2，4都是状态3对应的非负状态），随机地，我们选择1，这样根据算法更新：

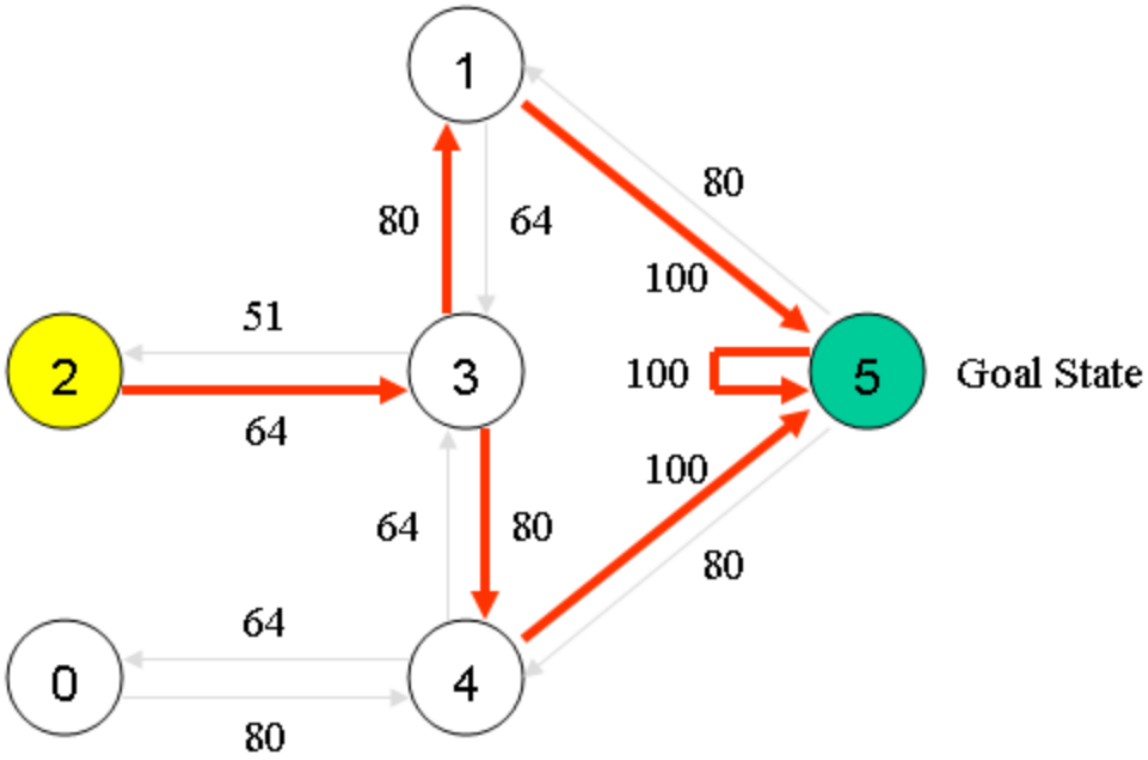
$$\begin{aligned} Q(3,1) &= R(3,1) + 0.8 * \max\{Q(1,3), Q(1,5)\} \\ &= 0 + 0.8 * \max\{0, 100\} \\ &= 80. \end{aligned}$$

这样，Q表为：

$$Q = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

经过不停的迭代，最终我们的Q表为：

我们不妨将Q表中的数转移到我们一开始的示意图中：



在得到Q表之后，我们可以根据如下的算法来选择我们的路径：

举例来说，假设我们的初始状态为2，那么根据Q表，我们选择2-3的动作，然后到达状态3之后，我们可以选择1，2，4。但是根据Q表，我们到1可以达到最大的价值，所以选择动作3-1，随后在状态1，我们按价值最大的选择选择动作1-5，所以路径为2-3-1-5.

2、代码实现

上面的例子可以用下面的代码来实现，非常的简单，直接贴上完整的代码吧：

```
import numpy as np
import random

r = np.array([[-1, -1, -1, -1, 0, -1], [-1, -1, -1, 0, -1, 100], [-1, -1, -1, 0,
-1, -1], [-1, 0, 0, -1, 0, -1],
              [0, -1, -1, 0, -1, 100], [-1, 0, -1, -1, 0, 100]])

q = np.zeros([6,6],dtype=np.float32)

gamma = 0.8

step = 0
```

```
while step < 1000:
    state = random.randint(0,5)
    if state != 5:
        next_state_list=[]
        for i in range(6):
            if r[state,i] != -1:
                next_state_list.append(i)
        next_state = next_state_list[random.randint(0,len(next_state_list)-1)]
        qval = r[state,next_state] + gamma * max(q[next_state])
        q[state,next_state] = qval

print(q)

print(q)
# 验证

for i in range(10):
    print("第{}次验证".format(i + 1))
    state = random.randint(0, 5)
    print('机器人处于{}'.format(state))
    count = 0
    while state != 5:
        if count > 20:
            print('fail')
            break
        # 选择最大的q_max
        q_max = q[state].max()

        q_max_action = []
        for action in range(6):
            if q[state, action] == q_max:
                q_max_action.append(action)

        next_state = q_max_action[random.randint(0, len(q_max_action) - 1)]
        print("the robot goes to " + str(next_state) + '.')
        state = next_state
        count += 1
```

代码的输出为：

```
[[   0.            0.            0.            0.           80.            0.        ]
 [   0.            0.            0.           64.            0.          100.        ]
 [   0.            0.            0.           64.            0.            0.        ]
 [   0.           80.           51.20000076    0.           80.            0.        ]
 [  64.            0.            0.           64.            0.          100.        ]
 [   0.            0.            0.            0.            0.            0.        ]]
第1次验证
机器人处于4
the robot goes to 5.
第2次验证
机器人处于0
the robot goes to 4.
the robot goes to 5.
第3次验证
机器人处于0
the robot goes to 4.
the robot goes to 5.
第4次验证
机器人处于4
the robot goes to 5.
第5次验证
机器人处于3
the robot goes to 4.
the robot goes to 5.
第6次验证
```

参考资料： http://mnemstudio.org/path-finding-q-learning-tutorial.htm
https://www.zhihu.com/question/26408259 https://zhuanlan.zhihu.com/p/29213893