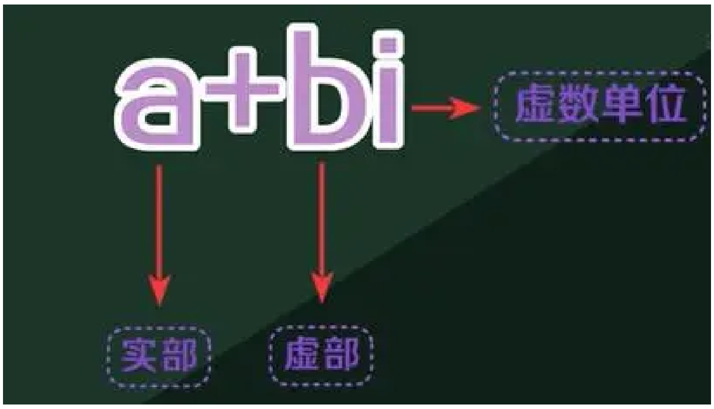
复数

一、什么是复数

我们把形如z=a+bi（a、b均为实数）的数称为复数。其中，a称为实部，b称为虚部，i称为虚数单位。

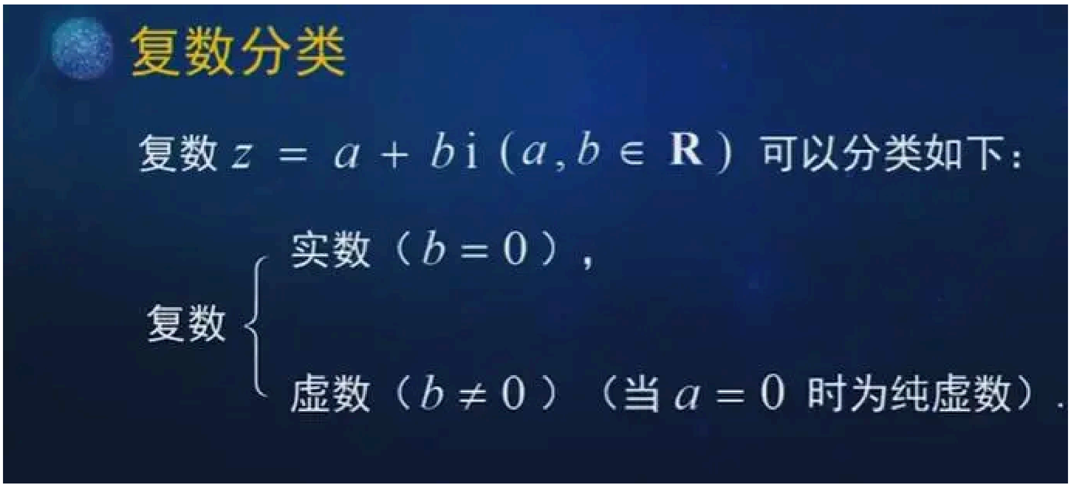


当z的虚部b＝0时，则z为实数；当z的虚部b≠0时，实部a＝0时，常称z为纯虚数。

复数域是实数域的代数闭包，即任何复系数多项式在复数域中总有根。

复数是由意大利米兰学者卡当在十六世纪首次引入，经过达朗贝尔、棣莫弗、欧拉、高斯等人的工作，此概念逐渐为数学家所接受。

二、复数的分类

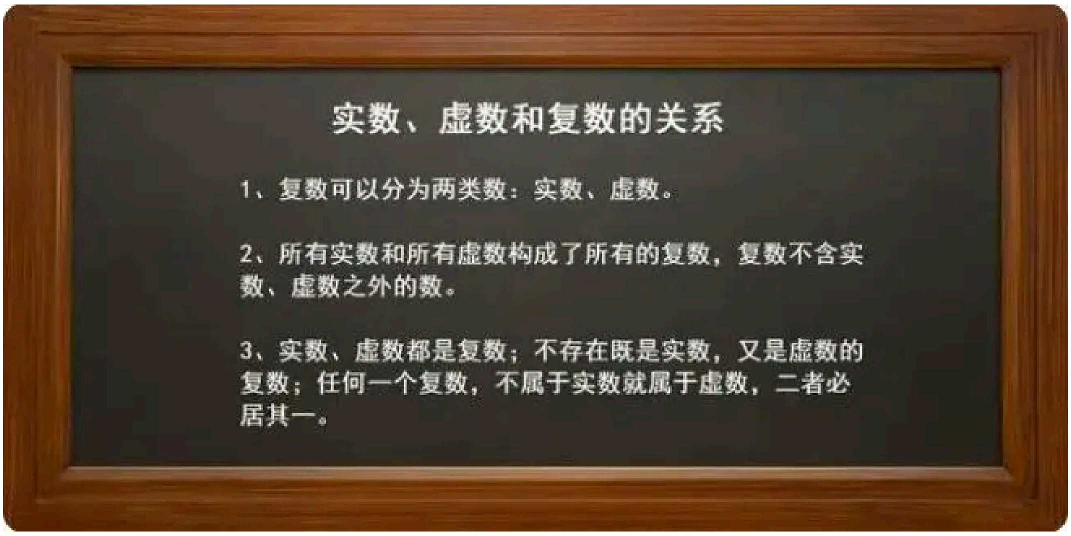


复数可以分为两类数：实数、虚数。

复数中的实部就是**实数**，包括有理数和无理数。

虚部就是以i为基本单位的**虚数**。i的定义是在复数域中，规定$i^2=-1$，同样$(-i)^2=-1$。二者加到一块就是复数，比如：1+2i，3+4i，3i等等。

三、复数与实数虚数的关系



实数、虚数都是复数；不存在既是实数，又是虚数的复数；任何一个复数，不属于实数就属于虚数，二者必居其一。

复数是实数、虚数判定的充要条件。

1、当虚部b=0时，复数$z=a\in R$，此时“z”属于复数中的实数。即，复数z=a+bi为实数的充要条件是“b=0”。

2、当虚部$b\neq 0$时，复数z具有形式“a+bi”，此时不管实部a是否为0，复数z都属于复数中的虚数。即，复数z=a+bi为虚数的充要条件是“$b\neq 0$”。

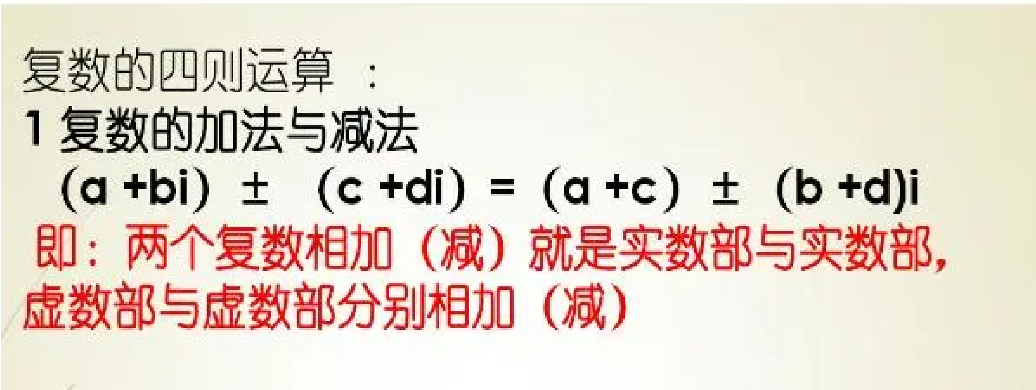
四、共轭复数

两个实部相等，虚部互为相反数的复数互为共轭复数（conjugate complex number）。

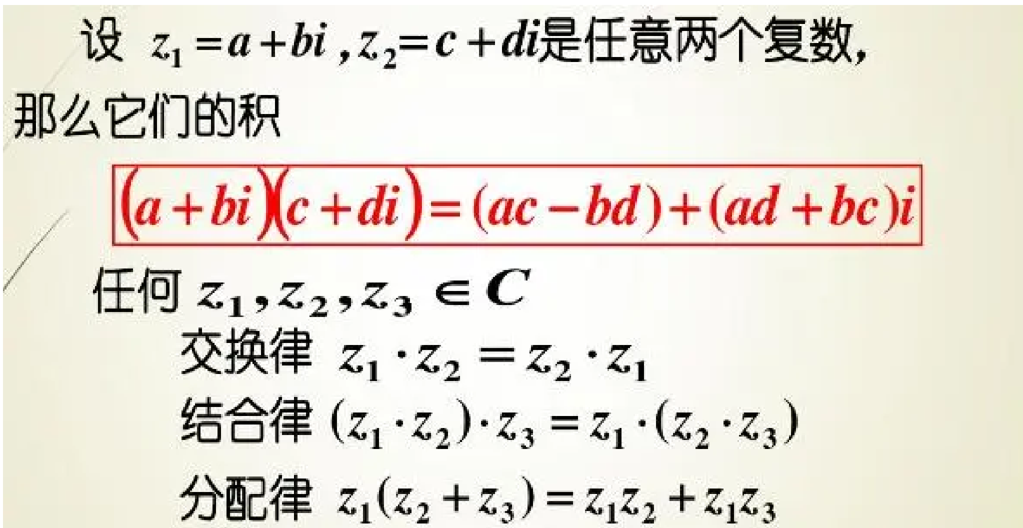
当虚部不为零时，共轭复数就是实部相等，虚部相反；如果虚部为零，其共轭复数就是自身。

五、复数的运算法则和运算律

加法法则：设z1=a+bi,z2 =c+di是任意两个复数。两者和的实部是原来两个复数实部的和，它的虚部是原来两个虚部的和。两个复数的和依然是复数,即(a+bi)±(c+di)=(a±c)+(b±d)；



乘法法则：把两个复数相乘，类似两个多项式相乘，结果中i2=-1，把实部与虚部分别合并。两个复数的积仍然是一个复数。即(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i；



除法法则：满足(c+di)(x+yi)=(a+bi)的复数x+yi(x,y∈R)叫复数a+bi除以复数c+di的商。运算方法：可以把除法换算成乘法做，将分子分母同时乘上分母的共轭复数，再用乘法运算。

运算律：

加法交换律：z1+z2=z2+z1

乘法交换律：z1×z2=z2×z1

加法结合律：(z1+z2)+z3=z1+(z2+z3)

乘法结合律：(z1×z2)×z3=z1×(z2×z3)

分配律：z1×(z2+z3)=z1×z2+z1×z3

六、复数的基本性质

(1)共轭复数所对应的点关于实轴对称。

(2)两个复数：x+yi与x−yi称为共轭复数，它们的实部相等，虚部互为相反数。

(3)在复平面上，表示两个共轭复数的点关于X轴对称。

七、复数的应用

系统分析中，系统常常通过拉普拉斯变换从时域变换到频域。因此可在复平面上分析系统的极点和零点。分析系统稳定性的根轨迹法、奈奎斯特图法和尼科尔斯图法都是在复平面上进行的。无论系统极点和零点在左半平面还是右半平面，根轨迹法都很重要。如果系统极点位于右半平面，则因果系统不稳定；都位于左半平面，则因果系统稳定；位於虚轴上，则系统为临界稳定的。如果系统的全部零点和极点都在左半平面，则这是个最小相位系统。如果系统的极点和零点关于虚轴对称，则这是全通系统。

信号分析和其他领域使用复数可以方便的表示周期信号。模值|z|表示信号的幅度，辐角arg(z）表示给定频率的正弦波的相位。利用傅立叶变换可将实信号表示成一系列周期函数的和。这些周期函数通常用形式如下的复函数的实部表示：其中ω对应角频率，复数z包含了幅度和相位的信息。

电路分析中，引入电容、电感与频率有关的虚部可以方便的将电压、电流的关系用简单的线性方程表示并求解。