递归方程

- $f(n)=6f(n-1)-8(n-2)\,;\,f(1)=1,f(2)=0$

求下面特征方程的解

$$n^2-6n+8=0$$

得到 n = 2,4. 递归方程的通解：

$$f(n)=C1*2^n+C2*4^n$$

根据初始条件
$f(1)=C1*2+C2*4=1$
$f(2)=C1*4+C2*16=0$
得
$C1=1$
$C2=-\frac{1}{4}$
递归方程的特解：

$$f(n)=2^n-\frac{1}{4}*4^n=2^n-4^{n-1}$$

- $f(n)=5f(n-1)-6(n-2)\,;f(1)=1,f(2)=2$

求下面特征方程的解

$$n^2-5n+6=0$$

得到 n = 2,3. 递归方程的通解：

$$f(n)=C1*2^n+C2*3^n$$

根据初始条件
$f(1)=C1*2+C2*3=1$
$f(2)=C1*4+C2*9=2$

得
$C1 = \frac{1}{2}$
$C2 = 0$
递归方程的特解：

$$f(n) = \frac{1}{2} * 2^n = 2^{n-1}$$

- $f(n) = -6f(n-1) - 9(n-2); f(1) = 3, f(2) = 3$

求下面特征方程的解

$$n^2 + 6n + 9 = 0$$

得到 n = -3. 递归方程的通解：

$$f(n) = (A * n + B) * (-3)^n$$

根据初始条件
$f(1) = (A + B) * (-3) = 3$
$f(2) = (2 * A + B) * 9 = 3$
得
$A = \frac{4}{3}$
$B = -\frac{7}{3}$
递归方程的特解：

$$f(n) = (\frac{4}{3} * n - \frac{7}{3}) * (-3)^n$$