Об инерционных свойствах электромагнитной массы

А.Ю.Дроздов

Jan 30, 2020

1 Постановка задачи

Пусть частица с заданным распределением объёмной плотности электрического заряда $\rho\,(r)$ приобретает ускорение $\overrightarrow{a}$. Найти силу, действующую на распределённый в объёме электрический заряд этой частицы со стороны электрического поля самоиндукции.

Для решения этой задачи выразим электрическое поле исходя из выражения потенциалов Лиенара Вихерта [1], как известно, дифференцированием скалярного потенциала ЛВ по координатам точки наблюдения $\overrightarrow{E_1} = -\nabla\varphi$ и дифференцированием векторного потенциала по времени $\overrightarrow{E_2} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \overrightarrow{A}}{\partial t}$, где $\varphi = \frac{q}{R^*}$ и $\overrightarrow{A} = \frac{\overrightarrow{v}}{c}\frac{q}{R^*}$ где $R^* = \left(R - \frac{\overrightarrow{v}.\overrightarrow{R}}{c}\right)$ - радиус Лиенара Вихерта.

Назовём первую компоненту $\overrightarrow{E_1}$ электрического поля градиентным полем, а вторую компоненту $\overrightarrow{E_1}$ электрическим полем индукции или самоиндукции

Опуская громоздкие промежуточные выкладки [2], для градиента по координатам наблюдения скалярного потенциала ЛВ можно привести

$$\nabla\varphi = \nabla\frac{dq}{R^*} = -\frac{dq}{{R^*}^2}\left\{\frac{\overrightarrow{R}}{R^*}\left(1+\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{R}}{c^2}-\frac{\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{v}}{c^2}\right)-\frac{\overrightarrow{v}}{c}\right\}$$

А для производной по времени наблюдения векторного потенциала

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\overrightarrow{A} = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\frac{dq\overrightarrow{v}}{cR^*} = \frac{dq}{{R^*}^2}\left\{\frac{\overrightarrow{a}R}{c^2}-\frac{\overrightarrow{v}}{c}\left(\frac{R}{R^*}\left(-1-\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{R}}{c^2}+\frac{\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{v}}{c^2}\right)+1\right)\right\}$$

Суммарное электрическое поле

$$d\vec{E} = \frac{dq}{{R^*}^3}\left(\left(\vec{R}-\frac{R}{c}\vec{v}\right)\left(1+\frac{\vec{R}\vec{a}}{c^2}-\frac{v^2}{c^2}\right)-\vec{a}\frac{R^*R}{c^2}\right)$$

Градиентное электрическое поле

$$\overrightarrow{E}_1 = \frac{dq}{{R^*}^2}\left\{\frac{\overrightarrow{R}}{R^*}\left(1+\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{R}}{c^2}-\frac{\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{v}}{c^2}\right)-\frac{\overrightarrow{v}}{c}\right\}$$

Электрическое поле самоиндукции

$$\overrightarrow{E}_2 = \frac{dq}{{R^*}^2}\left\{\frac{\overrightarrow{v}}{c}\left(\frac{R}{R^*}\left(\frac{v^2}{c^2}-\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{R}}{c^2}-1\right)+1\right)-\frac{\overrightarrow{a}R}{c^2}\right\}$$

В системе СИ перед этим выражением появляется множитель $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{\mu_0 c^2}{4\pi} = \frac{c^2}{10^7}$

Направляя в сферической системе координат вектор ускорения вдоль оси z запишем

$R^{*} = R - \frac{v}{c}\left(z_a - z_q\right) = R - \frac{v}{c}\left(r_a \cos\left(\theta_a\right) - r_q \cos\left(\theta_q\right)\right)$

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{R} = a\left(z_a - z_q\right) = a\left(r_a \cos\left(\theta_a\right) - r_q \cos\left(\theta_q\right)\right)$$

Где следуя Тамму [3], индексом q обозначены координаты заряда, а индексом a обозначены координаты точки наблюдения, находим поле в точке наблюдения путём интегрирования по объёму зарядов - источников

$$\overrightarrow{E}_a = \int\limits_{V_q} \left(\frac{d\overrightarrow{E}_1}{dq} + \frac{\overrightarrow{E}_2}{dq}\right) \rho\left(r_q\right) dV_q$$

Действующая на заряд со стороны электрических полей (градиентного и самоиндукции) инерционная сила равна интегралу по от проекции поля на ось z по тому же объёму того же заряда, но который теперь уже можно навать пробным

$F_z = \int\limits_{r_a} \int\limits_{\varphi_a} \int\limits_{\theta_a} E_z \rho\left(r_a\right) {r_a}^2 \sin\left(\theta_a\right) \, d\theta_a d\varphi_a dr_a$

Из приведенных формул видно, что сила инерции электромагнитной массы зависит от вида функции распределения плотности заряда в пространстве, а также от скорости и ускорения заряда.

2 Приближение малых скоростей без учёта запаздывания

В приближении малых скоростей ${}^{v}/{}_{c} \ll 1$ и малых ускорений $ar_0 \ll c^2$ и при игнорировании запаздывания

Градиентное электрическое поле (z компонента)

$$E_1 = \int\limits_{r_q} \int\limits_{\varphi_q} \int\limits_{\theta_q} \left\{\frac{z_a - z_q}{R_0}\left(1 + \frac{a\left(z_a - z_q\right)}{c^2}\right)\right\} \frac{\rho\left(r_q\right) {r_q}^2 \sin\left(\theta_q\right)}{{R_0}^2} d\theta_q d\varphi_q dr_q$$

Электрическое поле самоиндукции (z компонента)

$$E_2 = \int\limits_{r_q} \int\limits_{\varphi_q} \int\limits_{\theta_q} \left\{-\frac{a_z R_0}{c^2}\right\} \frac{\rho\left(r_q\right) {r_q}^2 \sin\left(\theta_q\right)}{{R_0}^2} \, d\theta_q d\varphi_q dr_q$$

где R_0 расстояние от точки источника заряда к точке наблюдения без учёта запаздывания.

Откуда

$F_1 = \frac{\overrightarrow{a}}{c^2} \int\limits_{V_a} \int\limits_{V_q} \left(z_a - z_q\right)^2 \frac{\rho(r_q)\rho(r_a)}{R_0^3} \, dV_q dV_a$

$F_2 = -\frac{\overrightarrow{a}}{c^2} \int\limits_{V_a} \int\limits_{V_q} \frac{\rho(r_q)\rho(r_a)}{R_0} \, dV_q dV_a$

Сопоставляя с законами Ньютона для электромагнитной массы получаем выражение

$m_1 = -\frac{1}{c^2} \int\limits_{V_a} \int\limits_{V_q} \left(r_a \cos(\theta_a) - r_q \cos(\theta_q)\right)^2 \frac{\rho(r_q)\rho(r_a)}{R_0^3} \; dV_q dV_a$

$m_2 = \frac{1}{c^2} \int\limits_{V_a} \int\limits_{V_q} \frac{\rho(r_q)\rho(r_a)}{R_0} \; dV_q dV_a$

(в системе сгс) и соответственно

$m_1 = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int\limits_{V_a} \int\limits_{V_q} \left(r_a \cos(\theta_a) - r_q \cos(\theta_q)\right)^2 \frac{\rho(r_q)\rho(r_a)}{R_0^3} \; dV_q dV_a$

$m_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int\limits_{V_a} \int\limits_{V_q} \frac{\rho(r_q)\rho(r_a)}{R_0} \; dV_q dV_a$ в системе СИ

Рассчитаем теперь электромагнитную массу равномерно заряженной сферы радиуса r_0

Поскольку расстояние между координатами заряда и точки наблюдения $R_0 = |\overrightarrow{r_q} - \overrightarrow{r_a}|$ находится в знаменателе, то в сферической системе координат можно применить разложение по сферическим гармоникам следующего вида [4] если $(r_q < r_a)$ то

$\frac{1}{|\overrightarrow{r_q} - \overrightarrow{r_a}|} = \frac{1}{r_a} \sum\limits_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r_q}{r_a}\right)^l P_l \cos(\gamma)$

и если $(r_a < r_q)$ то

$\frac{1}{|\overrightarrow{r_q} - \overrightarrow{r_a}|} = \frac{1}{r_q} \sum\limits_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r_a}{r_q}\right)^l P_l \cos(\gamma)$

В данной формуле $P_l \cos(\gamma)$ это полиномы Лежандра аргумент которых γ есть угол между векторами r_q и r_a. Применяя формулу, известную как теорему сложения

$$P_l \cos(\gamma) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum\limits_{m=-l}^{l} Y^*_{l,m}(\theta_a, \varphi_a) \; Y_{l,m}(\theta_q, \varphi_q)$$

получаем способ аналитического вычисления интеграла индукционной компоненты инертной электромагнитной массы.

Пусть заряд представляет собой сферу, равномерно заряженную по всему объёму тогда плотность заряда составит $\rho(r) = \frac{e}{4/3 \pi r_0{}^3}$

Производя вычисления для интеграла индукционной компоненты электромагнитной массы получено значение

$m_2 = \frac{1}{c^2} \frac{6}{5} \frac{e^2}{r_0}$ (сгс) и $m_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6}{5} \frac{e^2}{r_0}$ (СИ)

Пусть заряд представляет собой сферическую поверхность с равномерным поверхностным распределением заряда по поверхности сферы, равным $\sigma = \frac{e}{4\pi r_0{}^2}$) тогда для вычисления индукционной компоненты инертной электромагнитной массы потребуется формула $m_2 = \frac{1}{c^2} \int\limits_{S_a} \int\limits_{S_q} \frac{\sigma(r_q)\sigma(r_a)}{R} \; dS_q dS_a$

Вычисления по которой дают следующий результат

$m_2 = \frac{1}{c^2} \frac{e^2}{r_0}$ (сгс) и $m_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^2}{r_0}$ (СИ)

Тамм [3] для собственной электрической энергии заряженного шара радиуса a находит $W = \frac{e^2}{2a}$ если заряд распределён на поверхности шара и $W = \frac{3e^2}{5a}$ если заряд распределён по всему объёму шара. Появление коэффициента $\frac{1}{2}$ в формуле энергии системы зарядов Тамм объясняет тем, что "в сумму энергия каждой пары зарядов входит дважды, так, например, в ней встретится как член $e_1 e_1 / R_{12}$ так и равный ему член $e_2 e_1 / R_{21}$".

Однако в задаче, рассмотренной в самом начале данной работы при нахождении силы, действующей на распределённый в объёме электрический заряд этой частицы со стороны электрического поля самоиндукции, подобные рассуждения неприменимы. Поскольку хотя и каждая пара зарядов de_1 и de_2 при совместном поступательном движении создаёт две одинаковые как по виду формулы, так и по значинию силы самоиндукции, они обе должны быть включены в общую электромагнитную инерцию, поскольку одна из них - это сила самоиндукции действующая на заряд de_1 со стороны поля заряда de_2 , а вторая это сила самоиндукции действующая на заряд de_2 со стороны поля заряда de_1.

Таким образом потенциальная энергия электростатического поля модели электрона в виде полой сферы $U_0 = \frac{1}{2}\frac{e^2}{r_0}$ (сгс) при том что индукционной компонента инертной массы электрона этой модели равна $m_2 = \frac{1}{c^2}\frac{e^2}{r_0}$ (сгс).

В любой другой модели потенциальная энергия электростатического поля заряженной частицы равна $U_0 = \frac{1}{2} \int\limits_{V_a} \int\limits_{V_q} \frac{\rho(r_q)\rho(r_a)}{R_0} \ dV_q dV_a$ (сгс) тогда как индукционной компонента инертной массы $m = \frac{1}{c^2} \int\limits_{V_a} \int\limits_{V_q} \frac{\rho(r_q)\rho(r_a)}{R_0} \ dV_q dV_a$ (сгс).

Русская википедия в статье "Классический радиус электрона"на момент написания данной работы даёт следующее определение:

Классический радиус электрона равен радиусу полой сферы, на которой равномерно распределён заряд, если этот заряд равен заряду электрона, а потенциальная энергия электростатического поля U_0 полностью эквивалентна половине массы электрона (без учета квантовых эффектов):

$U_0 = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_0} = \frac{1}{2} m_0 c^2.$

Возникает закономерный вопрос: а чему соответствует вторая половина массы электрона?

Таким образом соотношение потенциальной энергией электростатического поля и энергией массы покоя электрона, приведенное в русской википедии подтверждается для индукционной компонента инертной массы.

но вопрос чему соответствует вторая половина энергии массы покоя электрона?

3 Рассчёт Мисюченко через индуктивность

В работе [5] приводится способ вычисления инертной электромагнитной массы электрона исходя из коэффициента самоиндукции сферы и производной тока сферы по времени. Результат вычислений электромагнитной массы электрона авторы приводят следующий $m = \frac{\mu_0}{8\pi}\frac{e^2}{r_0}$ (СИ) то есть в два раза меньший, чем полученный в данной работе.

Анализ показывает, что приведенная авторами формула коэффициента самоиндукции сферы $L = \frac{\mu_0 r_0}{2\pi}$ (СИ) в 2 раза занижена. Автором данной работы было произведено вычисление коэффициента самоиндукции сферической поверхности с равномерно распределённым поверхностным зарядом. Получена формула $L = \frac{\mu_0 r_0}{\pi}$ (СИ) .

Далее авторы работы [5] пишут, "Отметим тот важный факт, что выведенная из закона самоиндукции масса полностью совпадает с Эйнштейновской массой $m = \frac{U}{c^2}$, если под полной энергией электрона U понимать собственную энергию его электрического поля."

Однако с учётом исправленного значения коэффициента самоиндукции сферы данное утверждение становится неверным.

4 Учёт запаздывания

Чтобы учесть запаздывание следует решить систему уравнений

$s = v\,(t-t') + \frac{a}{2}(t-t')^2$ и $R = c\,(t-t')$

Учитывая, что по теореме косинусов

$R^2 = {R_0}^2 + s^2 - 2R_0 s\cos(\alpha) = {R_0}^2 + s^2 - 2R_0 s\frac{z_{q'}-z_{a'}}{R_0}$

уравнение для вычисления запаздывающего момента принимает вид

$c^2\,(t-t')^2 = {R_0}^2 + s^2 + 2s\,(z_{a'} - z_{q'})$

5 Приближение малых скоростей с учётом запаздывания

Решение этой системы имеет весьма сложный вид, но если мы исследуем вопрос какова будет инертная масса покоя, то при решении этой системы мы можем положить $v = 0$. В этом случае для нахождения запаздывания нужно будет решить уравнение

$-\frac{1}{4}\,a^2\,dt^4 + c^2\,dt^2 - a\,dt^2(z_a - z_q) - R_0^2 = 0$

где $(t-t') = dt$

Это уравнение имеет 4 решения, но физически приемлемый смысл при положительном ускорении имеет решение

$dt = \frac{\sqrt{2\,c^2 - 2\,a\,dz - 2\,\sqrt{-R_0^2 a^2 + c^4 - 2\,ac^2\,dz + a^2\,dz^2}}}{a}$

где $dz = z_{a'} - z_{q'}$

В приближении малых скоростей ${}^{v}/_{c} \ll 1$ но при учете запаздывания

$$\overrightarrow{E} = \int\limits_{r_q}\int\limits_{\varphi_q}\int\limits_{\theta_q} \left\{-\frac{\overrightarrow{a}\,R}{c^2}\right\} \frac{\rho\,(r_q)\,{r_q}^2\sin(\theta_q)}{{R^*}^2}\;d\theta_q d\varphi_q dr_q$$

Откуда

$$F_z = -\frac{\overrightarrow{a}}{c^2}\int\limits_{V_a}\int\limits_{V_q} \frac{\rho\,(r_q)\,\rho\,(r_a)}{R}\;dV_q dV_a$$

где $R = c\frac{\sqrt{2\,c^2 - 2\,a\,dz - 2\,\sqrt{-R_0^2 a^2 + c^4 - 2\,ac^2\,dz + a^2\,dz^2}}}{a}$

a	VEGAS RESULT	
0	1.20057324 +- 0.00117095	
0.0001	1.20057145 +- 0.00117094	
0.001	1.20057159 +- 0.00117101	
0.01	1.20056853 +- 0.00117642	
0.1	1.19887814 +- 0.00117946	
0.2	1.19315830 +- 0.00116342	
0.3	1.18205714 +- 0.00116337	
0.4	1.15008831 +- 0.00112842	
0.5	1.09737467 +- 0.00108701	
0.6	1.03839069 +- 0.00101328	
0.7	0.98022447 +- 0.00101643	
0.8	0.92625001 +- 0.00104227	
0.9	0.87671199 +- 0.00105610	
1.0	0.83227193 +- 0.00107483	
2.0	0.56319872 +- 0.00103720	
5.0	0.32020001 +- 0.00083749	
10.0	0.20964075 +- 0.00070045	
100.0	0.05666584 +- 0.00038991	
1000.0	0.00130377 +- 0.00006038	
1250.0	0.00081384 +- 0.00003357	
1500.0	0.00000082 +- 0.00000028	
1750.0	0.00000017 +- 0.00000006	
2000.0	0.00000010 +- 0.00000005	9.51624e-08 +- 4.99632e-08
2100.0	0.00000001 +- 0.00000000	9.04571e-09 +- 3.96347e-09

6 Результат численного интегрирования. Зависимость электромагнитной инертной массы от ускорения

Пусть заряд представляет собой сферу, равномерно заряженную по всему объёму. Для численного интегрирования была использована программа Cuba-4.2, интегратор VEGAS. Значения радиуса сферы и ее заряда заданы равными единице $r_0 = 1.0$ и $q = 1.0$. Численное интегрирование этим итегратором для формулы не учитывающей запаздывание дает результат $1.20057324 + -0.00117095$ что вполне соответствует аналитическому решению $m = \frac{1}{c^2}\frac{6}{5}\frac{e^2}{r_0}$ (сгс) и $m = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{6}{5}\frac{e^2}{r_0}$ (СИ)

При интегрировании с учётом запаздывания скорость света была установлена равной $c = 1.0$.

Результаты интегрирования при различных ускорениях сведены в таблицу.

Электромагнитная масса уменьшается с ускорением. При достижении определённого предела электромагнитная масса практически исчезает. Эта закономерность выявляется при учёте запаздывания. Физически это означает что при достижении колосальных ускорений частица ускользает от действия своего поля.

7 О несохранении энергии частицы с электромагнитной массой в приближении малых скоростей

Итак, электромагнитная масса в приближении малых скоростей, рассчитанная с применением запаздывающих потенциалов Лиенара-Вихерта оказалась функцией ускорения $m = m\,(m)$. В классической механике работа, совершаемая над телом при его перемещени рассчитывается следующим образом

$$A = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} m\, a_x dx$$

.

Учитывая зависимость электромагнитной массы от ускорения

$$A = \int_{x_1}^{x_2} m(a_x)\, a_x\, dx$$

.

Рассмотрим следующую задачу. Пусть на участке от x_1 до x_2 мы резко ускоряем с резким ускорением a_x частицу с электромагнитной массой от нулевой скорости до скорости v. После этого частица при плавном торможении от скорости v до нуля с ускорением a'_x ($a'_x \ll a_x$) отдаёт обратно запасённую кинетическую энергию.

Расстояние, пройденное частицей при ускорении от нулевой скорости с ускорением a равно $l = \frac{a\,t^2}{2}$. При этом время необходимое для ускорения от 0 до v равно $t = \frac{v}{a}$. Откуда $l = \frac{a}{2}\left(\frac{v}{a}\right)^2 = \frac{v^2}{2a}$.

Следовательно работа, которую необходимо затратить для ускорения частицы с электромагнитной массой от нулевой скорости до v равна:

$$A = \int_{x_1}^{x_2} m(a_x)\, a_x\, dx = \left(m(a_x)\, a_x\right)\Big|_{x_1}^{x_2} = \left(m(a_x)\, a_x\right)\Big|_{x_1}^{x_1+\frac{v^2}{2a_x}} = \frac{v^2}{2a_x} m(a_x)\, a_x = \frac{m(a_x)\, v^2}{2}$$

.

С другой стороны работа, которую совершит частица тормозящаяся с постоянным плавным ускорением a'_x равна

$$A' = \int_{x_2}^{x_3} m(a'_x)\, a'_x\, dx = \left(m(a'_x)\, a'_x\right)\Big|_{x_2}^{x_3} = \left(m(a'_x)\, a'_x\right)\Big|_{x_2}^{x_2+\frac{v^2}{2a'_x}} = \frac{v^2}{2a'_x} m(a'_x)\, a'_x = \frac{m(a'_x)\, v^2}{2}$$

.

Разница работ необходимой для разгона частицы и работы, совершённой частицей при её торможении равна

$$A' - A = (m(a'_x) - m(a_x))\,\frac{v^2}{2}$$

.

При, например, $a_x = 1$
$m = 0.83227193\frac{1}{c^2}\frac{e^2}{r_0}$ (сгс) или $0.83227193\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{e^2}{r_0}$ (СИ)
а при $a'_x = 0.001$
$m = 1.20057159\frac{1}{c^2}\frac{e^2}{r_0}$ (сгс) или $1.20057159\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{e^2}{r_0}$ (СИ)
таким образом
$A' - A = 0.36829966\frac{1}{c^2}\frac{e^2}{r_0}\frac{v^2}{2}$ (сгс) или $0.36829966\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{e^2}{r_0}\frac{v^2}{2}$ (СИ).

Откуда берётся этот энергетический выигрыш? При разгоне частицы мы совершаем работу над полем. Но поскольку по условию задачи мы совершаем разгон очень резко, частица успевает выскальзывать из действия собственного поля и нам нужно затратить меньше работы на ускорение, потому что "голая"частица, выскочившая из под действия собственного поля имеет уменьшенную инертную массу.

Но в процессе плавного торможения собственное поле частицы успевает восстановиться приобретая свою "правильную"структуру. При этом инертная масса частицы восстанавливается. Таким образом источником выигрыша энергии является самопроизвольный процесс восстановления "правильной"структуры поля частицы, выскользнувшей до этого из-под действия собственного поля.

8 О несохранении импульса частицы с электромагнитной массой в приближении малых скоростей

Рассмотрим теперь импульс теряемый "ускорителем"который ускоряет нашу частицу от 0 до v с постоянным ускорением a_x.

Согласно классичемкой механике
$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\nabla U(x) = -F = -m(a_x)\,a_x$
Интегрируя по интервалу времени от 0 до t
$\Delta p = -\int\limits_0^t m(a_x)\,a_x dt$

Время, необходимое для ускорения частицы от 0 до v с постоянным ускорением a_x равно равно $t = \frac{v}{a_x}$. Таким образом
$\Delta p = -\int\limits_0^{\frac{v}{a_x}} m(a_x)\,a_x dt = -\left(m(a_x)\,a_x\right)\Big|_0^{\frac{v}{a_x}} = -m(a_x)\,v$

С другой стороны, импульс, который отдаёт частица при своём торможении с ускорением a'_x от скорости v до 0 равен
$\Delta p' = m(a'_x)\,v$

Суммарный импульс прирбретаемый системой в вышесформулированной задаче равен

$\Delta p + \Delta p' = (m(a'_x) - m(a_x))\ v$

Происхождение "дополнительного"импульса имеет ту же природу, что и происхождение "дополнительной"энергии.

При разгоне заряженной частицы мы, как известно затрачиваем импульс расходуемый на создание импульса поля. Однако мы можем сократить необходимые затраты импульса ускоряя частицу настолько резко, чтобы она успевала выскальзывать из действия собственного поля. А когда частица переходит к стадии дальнейшего плавного торможения, поле частицы восстанавливает свою правильную структуру. При этом восстанавливается также и импульс поля частицы соответствующий ее скорости, до которой она была резко разогнана. Далее в процессе плавного тороможения стабилизировавшийся импульс поля трансформируется в механический импульс, приобретаемый механической системой.

Может ли "отставшее"в процессе резкого ускорения заряда поле, имеющее в самом начале нулевой импульс, притормозить своей инерцией выскользнувший из-под его действия заряд? Если мы исходим из принципа близкодействия то уже сам факт того, что выскользнувший заряд не находится в области действия "отставшего"поля, то ответ очевиден: "отставшее"поле не притянет обратно выскользнувший заряд.

С другой стороны желание сохранить ненарушенными законы сохранения таких интегралов движения классической механики как импульс и энергия в рассмотренной выше электродинамической задаче резкого разгона заряда с его последующим плавным торможением может натолкнуть некоторых исследователей на мысль о возможности отказаться от принципа близкодействия и допустить возможность передачи взаимодействия заряда по меньшей мере с собственным полем со скоростями превышающими скорость света.

В то же время, рассмотренная электродинамическая задача в принципе допускает возможность экспериментальной проверки с помощью построения разного рода "инерциоидов".

9 Приближение малых ускорений с учётом запаздывания

В приближении малых ускорений $ar_0 \ll c^2$ при учете запаздывания

$$\overrightarrow{E} = \int\limits_{V_q} \left\{ \frac{\overrightarrow{v}}{c} \left(\frac{R}{R^*} \left(\frac{v^2}{c^2} - 1 \right) + 1 \right) - \frac{\overrightarrow{a} R}{c^2} \right\} \frac{\rho\left(r_q\right)}{{R^*}^2}\ dV_q$$

Откуда

$F_z = \int\limits_{V_a} \int\limits_{V_q} \left\{ \frac{\overrightarrow{v}}{c} \left(\frac{R}{R^*} \left(\frac{v^2}{c^2} - 1 \right) + 1 \right) - \frac{\overrightarrow{a} R}{c^2} \right\} \frac{\rho(r_q)\rho(r_a)}{{R^*}^2}\ dV_q dV_a$

Запаздывающий момент рассчитывается с помощью выражения

$dt = \frac{dzv - \sqrt{R_0^2 c^2 - \left(R_0^2 - dz^2\right) v^2}}{c^2 - v^2}$
Следовательно
$R = c\frac{v(r_a \cos(\theta_a) - r_q \cos(\theta_q)) - \sqrt{R_0^2 c^2 - \left(R_0^2 - (r_a \cos(\theta_a) - r_q \cos(\theta_q))^2\right) v^2}}{c^2 - v^2}$
и радиус Лиенара-Вихерта
$R^* = R - \frac{v}{c}\left(r_a \cos\left(\theta_a\right) - r_q \cos\left(\theta_q\right)\right)$

10 Расчёт инертной электромагнитной массы протона и нейтрона

Представляет интерес расчёт инертной электромагнитной массы протона и нейтрона на основании предложенных в данной работе формул.

Плотности распределения заряда для протона
$\rho_p = \frac{e^{\left(-\frac{r_q^2}{r_0^2}\right)}}{\pi^{\frac{3}{2}} r_0^3}$, где $r_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\langle r_p \right\rangle_{rms}$ и $\left\langle r_p \right\rangle_{rms} = 0.8\ fm$
и для нейтрона
$\rho_n = \frac{2\left\langle r_n^2\right\rangle r_q^2 \left(\frac{2\, r_q^2}{r_1^2} - 5\right) e^{\left(-\frac{r_q^2}{r_1^2}\right)}}{15\, \pi^{\frac{3}{2}} r_1^7}$, где $\left\langle r_n^2 \right\rangle = -\ 0.113\ fm^2$ и $r_1 = 0.71\sqrt{\frac{2}{5}}\ fm$
были взяты из работы [6].

Аналитический результат расчёта интеграла $\int\limits_{V_a}\int\limits_{V_q} \frac{\rho(r_q)\rho(r_a)}{R}\ dV_q dV_a$ с помощью разложения по сферическим функциям для протона составил $\frac{1.875\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}}$ что равно 1.49603355150537

Для контроля этот же интеграл был взят численно с помощью функции integrate.quad математического пакета scipy

(1.4960348943817992, 0.0026474827067254846)

Кроме того для численного интегрирования была опробована программа Cuba-4.2 двумя методами

VEGAS RESULT: 1.49695439 +- 0.00345851 p = 0.006

SUAVE RESULT: 1.49424975 +- 0.00149158 p = 1.000

Коэффициент преобразования полученного результата в сиситему СИ

$k = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{e^2}{10^{-15}}$, при умножении на который вычисленная электромагнитная инертная масса протона составила $3.84027312853036 \times 10^{-30}$ кг что в 4.21573319817234 раза больше массы электрона.

Аналитический результат расчёта того же интеграла для нейтрона
$\frac{\left(4.48918680252563 \times 10^{-28}\right)\sqrt{5}\sqrt{2}\left(1824320471\sqrt{10}\sqrt{5} + 143692561224816403851755552\sqrt{2}\right)}{\sqrt{\pi}}$

что соответствует 0.0162757880193542

Результат численного интегрирования в программе Cuba-4.2

VEGAS RESULT: 0.00183803 +- 0.00000179 p = 0.000

SUAVE RESULT: 0.00183606 +- 0.00000183 p = 1.000

В системе СИ электромагнитная инертная масса нейтрона $4.17794582972344 \times 10^{-32}$ кг что составляет 0.0458641985739987 от массы электрона.

Список литературы

[1] *Ландау Л.Д. Лившиц Е.М. Теория поля. М. 1973*

[2] *Re: Как запаздывающий Лиенар-Вихерт становится "незапаздывающим". Визуализация*
http://www.sciteclibrary.ru/cgi-bin/yabb2/YaBB.pl?num=1528093569/330#330

[3] *И.Е.Тамм. Основы теории электричества. М. 1957*

[4] *З.Флюгге Задачи по квантовой механике т.2 М. "Мир"1974. стр. 296*

[5] *В. Ганкин, Ю. Ганкин, О. Куприянова, И. Мисюченко. История электромагнитной массы*

[6] S. Haddad and S. Suleiman *NEUTRON CHARGE DISTRIBUTION AND CHARGE DENSITY DISTRIBUTIONS IN LEAD ISOTOPES ACTA PHYSICA POLONICA B, Vol. 30 (1999) No 1*
http://www.actaphys.uj.edu.pl/fulltext?series=Reg&vol=30&page=119