

Koller Dávid Dániel 1. beadandó/1.feladat 2021. február 26. IDJJQ2

kodsafi@inf.elte.hu

2.csoport

## Feladat

Valósítsa meg az egész számokat tartalmazó „sakktábla” mátrixtípust. Ezen  $m \times n$ -es mátrixok soraiban biztosan nulla értékű minden második elem. A „nem-nulla” értékek sakktábla-szerűen helyezkednek el az  $[1,1]$ ,  $[1,3]$ , ... ,  $[2,2]$ ,  $[2,4]$ , ... indexű helyeken. A típus reprezentációjában csak ezeket a „nem-nulla” értékű elemeket kell eltárolnunk. (Az  $[1,2]$ ,  $[1,4]$ , ... ,  $[2,1]$ ,  $[2,3]$ , ... indexű helyeken levő biztosan nulla értékű elemeket nem tároljuk.) Implementálja önálló metódusként a mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik elemét visszaadó műveletet, valamint az összeadás és szorzás műveleteket, továbbá a mátrix  $m \times n$  alakban történő kiírását!

## Sakktábla mátrix típus

### Típusérték-halmaz

Olyan  $m \times n$ -es ( $m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$ ) mátrixok, amelynek elemei egész számok, és a potenciálisan nem-nulla elemek sakktábla szerűen helyezkednek el (minden második elem biztosan nulla) (Az  $m, n \in \mathbb{N}$  ennek a típusnak két paramétere, amely a típusérték-halmaz mátrixainak méretét határozza meg.)

Formálisan:  $Diag(m, n) = \{ a \in \mathbb{Z}^{m \times n} \mid \forall i, j \in [1..m] \forall j' \in [1..n]: \neg 2 \mid (i+j) \rightarrow a[i, j'] = 0 \}$

### Típus-műveletek

#### 1. Lekérdezés

A mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik pozícióján ( $i \in [1..m], j \in [1..n]$ ) álló érték kiolvasása:  $e := a[i, j]$ .

$$\begin{aligned} A &= ( a : Diag(m, n), i : \mathbb{Z}, j : \mathbb{Z}, e : \mathbb{Z} ) \\ Ef &= ( a = a' \wedge i = i' \wedge j = j' \wedge i \in [1..m] \wedge j \in [1..n] ) \\ Uf &= ( Ef \wedge e = a[i, j] ) \end{aligned}$$

#### 2. Felülírás

A mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik pozíciójára ( $i \in [1..m], j \in [1..n]$ ) új érték beírása:  $a[i, j] := e$ . A nullelemeket nem szabad felülírni, hiszen  $(i \mid 2 \wedge \neg j \mid 2) \vee (\neg i \mid 2 \wedge j \mid 2) \rightarrow a[i, j] = 0$ . Az új értéknek sem szabad nullának lennie.

Formálisan:

$$\begin{aligned} A &= ( a : Diag(n), i : \mathbb{Z}, j : \mathbb{Z}, e : \mathbb{Z} ) \\ Ef &= ( e = e' \wedge e \neq 0 \wedge a = a' \wedge i = i' \wedge j = j' \wedge i \in [1..m] \wedge j \in [1..n] \wedge [(i \mid 2 \wedge j \mid 2) \vee (\neg i \mid 2 \wedge \neg j \mid 2)] ) \\ Uf &= ( e = e' \wedge i = i' \wedge j = j' \wedge a[i, j] = e \wedge \forall k \in [1..m]: \forall l \in [1..n]: (k \neq i \wedge l \neq j) \rightarrow a[k, l] = a'[k, l] ) \end{aligned}$$

### 3. Összeadás

Két mátrix összeadása:  $c := a + b$ . Az összeadásban szereplő mátrixok azonos méretűek.

$$\begin{aligned} A &= ( a : \text{Diag}(m,n), b : \text{Diag}(m,n), c : \text{Diag}(m,n) ) \\ Ef &= ( a = a' \wedge b = b' ) \\ Uf &= ( Ef \wedge \forall i \in [1..m]: \forall j \in [1..n]: c[i,j] = a[i,j] + b[i,j] ) \end{aligned}$$

### 4. Szorzás

Két mátrix szorzata:  $c := a * b$ . Két mátrix szorzata akkor definiált, ha a bal oldali mátrix oszlopainak száma megegyezik a jobb oldali mátrix sorainak számával.

$$\begin{aligned} A &= ( a : \text{Diag}(m,n), b : \text{Diag}(n,p), c : \text{Diag}(m,p) ) \\ Ef &= ( a = a' \wedge b = b' ) \\ Uf &= ( Ef \wedge \forall i \in [1..m]: \forall j \in [1..p]: c[i,j] = \sum_{k=1..n} a[i,k] * b[k,j] ) \end{aligned}$$

### Reprezentáció

Egy  $m \times n$ -es "sakktábla" mátrixnak csak a nemnull elemeit kell ábrázolni, azaz egy  $m \cdot n$  darab elemet tartalmazó mátrix helyett, elég csak maximum  $n * m / 2 + 1$  darab elemet tárolni egy 0-tól indexelt egydimenziós tömbben ( $v$ ). A mátrixIndexek  $\rightarrow$  vektorIndex transzformációnál szimplán balról jobbra és fentről lefele bejárjuk a mátrixot és megszámloljuk, hány olyan hely van, ahova lehet nem nulla értéket rakni.

### Implementáció

A mátrix index  $\rightarrow$  vektor transzformáció elfedi a sakktábla mátrix egyedisége miatti komplexitást, mind az értékadás, értéklekérdezés, szorzás, összeadás, kiíratás ugyanúgy, a mátrixok ezen műveleteinek matematikai definíciója alapján implementálható.

Az összeadás esetében egy enyhe optimalizáció is bevezetésre került, hiszen két ugyanakkora mátrix ugyanazon sor/oszlop-on található elemei az adattárolásra használt vektor ugyanazon helyén helyezkednek el, így az összeadás implementálható szimplán a két vektor elemeinek összeadásával.

Emellett a szorzás műveleténél igaz az, hogy két sakktábla mátrix szorzata is az, így a szorzatmátrix adott eleménél érdemes megvizsgálni, nullelem lesz-e a sakktábla mátrix tulajdonsága miatt. Ha igen, akkor nem érdemes a szokásos matematikai definíció által leírt műveleteket végrehajtani, tudjuk, hogy az eredmény nulla lesz.

## Tesztelési terv

Megvalósított műveletek tesztelése (fekete doboz tesztelés)

- 1) A mátrix indexelés -> vektor indexelés transzformáció tesztelése
  - a) Első elem
  - b) Utolsó elem
  - c) Bal szélső (0. oszlop) elem egy sorban
  - d) Jobb szélső (n-edik oszlop) elem egy adott sorban
- 2) Különböző méretű mátrixok létrehozása, feltöltése és kiírása.
- 2) Mátrix adott pozíciójú értékének lekérdezése és megváltoztatása.
  - a) Sakktábla fekete részére eső elem lekérdezése és megváltoztatása
  - b) Sakktábla fehér részére eső elem lekérdezése és megváltoztatásának korlátozása
  - c) Illegális index megadása
- 3) A  $c := a + b$  mátrixösszeadás kipróbálása.
  - a) Eltérő méretű mátrixokkal (az  $a$  és  $b$  mérete különbözik, a  $c$  és  $a$  mérete különbözik)
  - b) Mutáció vizsgálata ( $a + b = c$  nem módosítja se  $a$  se  $b$  vektort)
- 4) A  $c := a * b$  mátrixszorzás kipróbálása.
  - a) Eltérő méretű mátrixokkal. (az  $a$  és  $b$  mérete különbözik, a  $c$  és  $a$  mérete különbözik)
  - b) Mutáció vizsgálata ( $a * b = c$  nem módosítja se  $a$  se  $b$  vektort)

Tesztesetek a kód alapján (fehér doboz tesztelés)

1. Extrém méretű (-1, 0, 1, 1000) mátrix létrehozása.
2. Kivételek generálása és elkapása.

Megjegyzés: A fordítás megkönnyítése céljából két build targetet csináltam a projekt file-ban:

MenuMode: tartalmazza az interaktív menüt amivel ki lehet próbálni az osztályt.

UnitTestMode: nem tartalmazza a menü kódját, viszont befordítja a unit testeket is.