

Gregorics Tibor
NEPTUNCODE
gt@inf.elte.hu
0.csoport

1. beadandó/0.feladat

2012. január 11.

Feladat

Valósítsuk meg a diagonális mátrixtípust (amelynek négyzetes mátrixai csak a főátlójukban tartalmazhatnak nullától különböző számot)! Ilyenkor elegendő csak a főátló elemeit reprezentálni egy sorozatban. Implementáljuk a mátrix i -edik sorának j -edik elemét megváltoztató illetve azt lekérdező műveletet, valamint az összeadás és szorzás műveleteket! Ne feledkezzünk meg a megfelelő beolvasó és kiíró műveletekről sem!

Diagonális mátrix típus

Típusérték-halmaz¹

Olyan $n \times n$ -es ($n \in \mathbb{N}$) négyzetes mátrixok, amelynek elemei egész számok, és csak a főátlójukban tartalmazhatnak nullától különböző elemeket. (Az $n \in \mathbb{N}$ ennek a típusnak egy paramétere, amely a típusérték-halmaz mátrixainak méretét határozza meg.)

Formálisan: $Diag(n) = \{ a \in \mathbb{Z}^{n \times n} \mid \forall i, j \in [1..n]: i \neq j \rightarrow a[i, j] = 0 \}$

Típus-műveletek²

1. Lekérdezés

A mátrix i -edik sorának j -edik pozícióján ($i, j \in [1..n]$) álló érték kiolvasása: $e := a[i, j]$.

Formálisan: $A = (a : Diag(n), i : \mathbb{Z}, j : \mathbb{Z}, e : \mathbb{Z})$
 $Ef = (a = a' \wedge i = i' \wedge j = j' \wedge i, j \in [1..n])$
 $Uf = (Ef \wedge e = a[i, j])$

2. Felülírás

A mátrix i -edik sorának j -edik pozíciójára ($i, j \in [1..n]$) új érték beírása: $a[i, j] := e$. A főátlón kívüli elemeket nem szabad felülírni, azaz $i = j$.

Formálisan: $A = (a : Diag(n), i : \mathbb{Z}, j : \mathbb{Z}, e : \mathbb{Z})$
 $Ef = (e = e' \wedge a = a' \wedge i = i' \wedge j = j' \wedge i, j \in [1..n] \wedge i = j)$
 $Uf = (e = e' \wedge i = i' \wedge j = j' \wedge a[i, j] = e \wedge \forall k, l \in [1..n]: (k \neq i \vee l \neq j) \rightarrow a[k, l] = a'[k, l])$

Megjegyezzük, hogy ez a művelet $i \neq j$ esetén hibás akkor, amennyiben egy nemnulla értéket akarunk a mátrixba tenni.

3. Összeadás

¹ A típusérték-halmazt kétféleképpen is le lehet írni: szövegesen és formálisan. Elég csak az egyik formát használni.

² A típusműveletek leírására is kétféle definíciót használunk: egy informálist és egy formálist. Elég csak az egyik formát használni.

Két mátrix szorzata: $c := a * b$. A szorzásban szereplő mátrixok azonos méretűek.

Formálisan: $A = (a : \text{Diag}(n), b : \text{Diag}(n), c : \text{Diag}(n))$
 $Ef = (a = a' \wedge b = b')$
 $Uf = (Ef \wedge \forall i, j \in [1..n]: c[i, j] = a[i, j] + b[i, j])$

Diagonális mátrixok esetén a fenti művelet jóval egyszerűbben is megfogalmazható: $\forall i \in [1..n]: c[i, i] = a[i, i] + b[i, i]$ és $\forall i, j \in [1..n]: i \neq j \rightarrow c[i, j] = 0$.

4. Szorzás

Két mátrix összeadása: $c := a * b$. Az összeadásban szereplő mátrixok azonos méretűek.

Formálisan: $A = (a : \text{Diag}(n), b : \text{Diag}(n), c : \text{Diag}(n))$
 $Ef = (a = a' \wedge b = b')$
 $Uf = (Ef \wedge \forall i, j \in [1..n]: c[i, j] = \sum_{k=1..n} a[i, k] * b[k, j])$

Diagonális mátrixok esetén a fenti művelet jóval egyszerűbben is megfogalmazható: $\forall i \in [1..n]: c[i, i] = a[i, i] * b[i, i]$ és $\forall i, j \in [1..n]: i \neq j \rightarrow c[i, j] = 0$.

Reprezentáció

Egy $n \times n$ -es diagonális mátrixnak csak a főátlóját kell ábrázolni, azaz egy $n \cdot n$ darab elemet tartalmazó mátrix helyett, elég csak n darab elemet tárolni egy 0-tól $n-1$ -ig indexelt egydimenziós tömbben (v).

$$a = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad \leftrightarrow \quad v = \langle a_{11} \ a_{22} \ a_{33} \ a_{nn} \rangle$$

Ennek megfelelően:

$$a[i, j] = \begin{cases} v[i] & \text{ha } i = j \\ 0 & \text{ha } i \neq j \end{cases}$$

Implementáció**1. Lekérdezés**

A v tömbbel ábrázolt a mátrix i -edik sorának j -edik elemét visszaadó $e := a[i,j]$ értékadás az alábbi programmal implementálható feltéve, hogy $1 \leq i \leq n$, ahol n a mátrix mérete:

```
A = ( v :  $\mathbb{Z}^n$ , i :  $\mathbb{Z}$ , j :  $\mathbb{Z}$ , e :  $\mathbb{Z}$  )
  if i=j then e := v[i-1] else e := 0
```

2. Felülírás

A v tömbbel ábrázolt a mátrix i -edik sorának j -edik elemét megváltoztató $a[i,j] := e$ értékadás az alábbi programmal implementálható feltéve, hogy $1 \leq i \leq n$, ahol n a mátrix mérete:

```
A = ( v :  $\mathbb{Z}^n$ , i :  $\mathbb{Z}$ , j :  $\mathbb{Z}$ , e :  $\mathbb{Z}$  )
  if i=j then v[i-1] := e else skip
```

3. Összeadás

A v tömbbel ábrázolt a mátrix és a t tömbbel ábrázolt b mátrix összege az u tömbbel ábrázolt c mátrixba kerül, ha az alábbi programot végrehajtjuk. A végrehajtás előtt ellenőrizni kell, hogy mindhárom mátrix, pontosabban az őket reprezentáló tömb azonos méretű-e.

```
A = ( v :  $\mathbb{Z}^n$ , t :  $\mathbb{Z}^n$ , u :  $\mathbb{Z}^n$  )
 $\forall i \in [0..n-1]: u[i] := v[i] + t[i]$ 
```

4. Szorzás

A v tömbbel ábrázolt a mátrix és a t tömbbel ábrázolt b mátrix szorzata az u tömbbel ábrázolt c mátrixba kerül, ha az alábbi programot végrehajtjuk. A végrehajtás előtt ellenőrizni kell, hogy mindhárom mátrix, pontosabban az őket reprezentáló tömb azonos méretű-e.

```
A = ( v :  $\mathbb{Z}^n$ , t :  $\mathbb{Z}^n$ , u :  $\mathbb{Z}^n$  )
 $\forall i \in [0..n-1]: u[i] := v[i] * t[i]$ 
```

Tesztelési terv

Megvalósított műveletek tesztelése (fekete doboz tesztelés)

- 1) Különböző méretű mátrixok létrehozása, feltöltése és kiírása.
 - a) 0, 1, 2, 5 dimenziójú mátrix
- 2) Mátrix adott pozíciójú értékének lekérdezése és megváltoztatása.
 - a) Diagonálisra eső elem lekérdezése és megváltoztatása
 - b) Diagonálison kívüli elem lekérdezése és megváltoztatása
 - c) Illegális index megadása, 0 dimenziós mátrix indexelése
- 3) A másoló konstruktor kipróbálása.
 - a) A b mátrix létrehozása az a mátrix mintájára, majd a két mátrix tartalmának összehasonlítása, majd az egyik mátrix megváltoztatása és a két mátrix tartalmának összehasonlítása.
- 4) Az értékadás operátor kipróbálása.
 - a) A $b=a$ értékadás végrehajtása az a és b mátrixokra (az a és b mérete azonos illetve különbözik: egyik, illetve másik a nagyobb), majd a két mátrix tartalmának összehasonlítása, majd az egyik mátrix megváltoztatása és a két mátrix tartalmának összehasonlítása.
 - b) A $c=b=a$ értékadás végrehajtása az a , b és c mátrixokra (ezek mérete lehet különböző), majd a és c mátrixok tartalmának összehasonlítása, majd az egyik mátrix megváltoztatása és a mátrixok tartalmának összehasonlítása.
 - c) Az $a=a$ értékadás végrehajtása az a mátrixra, majd az a mátrix tartalmának ellenőrzése.
- 5) A $c:=a+b$ mátrixösszeadás kipróbálása.
 - a) Eltérő méretű mátrixokkal (az a és b mérete különbözik, a c és a mérete különbözik)
 - b) Kommutativitás ellenőrzése ($a + b == b + a$)
 - c) Asszociativitás ellenőrzése ($a + b + c == (a + b) + c == a + (b + c)$)
 - d) Null elem vizsgálata ($a + 0 == a$, ahol 0 a null mátrix)
- 6) A $c:=a*b$ mátrixszorzás kipróbálása.
 - a) Eltérő méretű mátrixokkal. (az a és b mérete különbözik, a c és a mérete különbözik)
 - b) Kommutativitás ellenőrzése ($a * b == b * a$)
 - c) Asszociativitás ellenőrzése ($a * b * c == (a * b) * c == a * (b * c)$)
 - d) Null elem vizsgálata ($a * 0 == 0$, ahol 0 a null mátrix)
 - e) Egység elem vizsgálata ($a * 1 == a$, ahol 1 az egység mátrix)

Megj: A beolvasó és kiíró operátorok teszteléséhez elég, hogy ezeket a fenti esetek tesztelésénél intenzíven használjuk.

Tesztesetek a kód alapján (fehér doboz tesztelés)

1. Extrém méretű (-1, 0, 1, 1000) mátrix létrehozása.
2. Kivételek generálása és elkapása.