Hogstadiet 的数学 2023/24 作物

最终繁殖日期:2024 年 1 月 27 日

解决方案建议

#1.

建议的解决方案:让我们首先调用展示位置 A 到 F 来执行

我们的解决方案更加轻量。

	最后一个 一个	乙	碳	德	和	斯瓦拉斯特 F
艾尔兰德	3	2	4	1	5	6
丽贝卡	2	1	5	3	6	4
火	4	2	5	3	6	1

a) 我们首先注意到每个人获得的权利数量相同。在总共 18 次猜测中（6 次猜测是 3 个人），那么正确答案的总数猜测的数字必须能被 3 整除。此外,至少有 6 个数字是正确的因为所有位置都至少有一个正确的猜测。

地点 A 和 F 的猜测都不同,因此只有一个猜测是正确。在位置 B 到 E,两个人猜出了相同的问题,因此可以只有一个或两个正确的猜测。因此,最多可以共有 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 10 个正确猜测。

现在我们知道至少有 6 次正确猜测,最多有 10 次正确猜测,并且正确猜测的次数可以被 3 整除。这使得猜对 6 次或 9 次。

为了保证只有 6 次正确猜测,必须先进行一次猜测每个位置都是正确的。然而,这意味着问题 1 同时位于位置 B 和位置 D,这不可能。这是唯一的可能性总共猜对了 9 次,每人猜对 3 次。

答案:每个人有3项权利。

b) 在地点 A 和 F,只有一个人有权。达到 9 个正确猜测,然后是剩余四个位置中的三个 (BE) 有两人猜对了。

让我们看看问题 5。由于每个位置都一定有人猜对了问题 5 位于位置 C 或 E。假设问题 5 位于位置 E,那么只有一个人猜对了E。这也意味着问题5不可能在位置 C,所以即使在那里也只有一个人是正确的。这然而,矛盾的是,B 到 E 位置中只有一个猜测正确。因此,我们关于问题 5 在位置 E 的假设是错误的。相反,我们必须问题 5 在位置 C,因此问题 6 必定在位置 E。

因此,Erland 错误地将 C 选为 E。此外,他将 C 的放置位置也错误

F,因为我们知道问题 6 在位置 E。因此他必须

其余三个位置（A、B 和 D)都正确。现在我们知道

问题 3 在位置 A 是正确的,问题 2 在位置 B 是正确的,问题

1 在位置 D 右转。

我们现在知道问题的顺序是 3、2、5、1、6,最难的

因此,这个问题必定是唯一剩下的问题,即问题 4。

因此,正确的行看起来像表格中的那样,现在剩下的就是

再次检查是否正好有 9 个正确猜测,每个人猜对了 3 个。

	最后一个 一个	乙	碳	德	和	斯瓦拉斯特 F
正确的	3	2	5	1	6	4
艾尔兰德	$\boxed{3}$	$\boxed{2}$	4	$\boxed{1}$	5	6
丽贝卡	2	1	$\boxed{5}$	3	$\boxed{6}$	$\boxed{4}$
火	4	$\boxed{2}$	$\boxed{5}$	3	$\boxed{6}$	1

#2.

建议的解决方案:我们首先声明,由于 $a > 0$,因此 $a^2 > 0$。

它给出了 $b^2 = 1$ ÿ 一个 $^2 < 1$,这意味着 $b < 1$。同样,我们可以说

$a < 1$,即 $0 < a,b < 1$。

具体来说,我们知道 1ÿa > 0 且 1ÿb > 0。这意味着分数是有定义的,并且

如果我们想乘以这些因子,差异不会改变方向。

现在考虑中间的表达式

$$\frac{\rightarrow^2}{1 ÿ b} + \frac{2b}{1 ÿ 一个}$$

我们可以写一篇 $^2 = 1$ ÿ b^2 和 $b^2 = 1$ ÿ 一个 ^{2}

$$\frac{-^2}{1 ÿ b} + \frac{b^2}{1 ÿ 一个} = \frac{1 ÿ b^2}{1 ÿ b} + \frac{1 ÿ 一个^2}{1 ÿ 一个}$$

根据共轭法则,¨ar 1 ÿ b^2 = (1 ÿ b)(1 + b),以及 a 的等价形式。这给了我们

$$\frac{1 ÿ b^2}{1 ÿ b} + \frac{1 ÿ 一个^2}{1 ÿ 一个} = \frac{(1+b)(1 \times b)}{1 ÿ b} + \frac{(1+a)(1 ÿ a)}{1 ÿ a}$$

最后,我们可以分别用（1ÿb)和（1ÿa)来缩写,它们在分子和

名称。我们得到

$$\frac{(1+b)(1 \times b)}{1 ÿ b} + \frac{(1+a)(1 ÿ a)}{1 ÿ a} = 1 + b + 1 + a = 2 + a + b$$

由此我们得出结论,中间的表达式可以写成 $2 + a + b$。

谷歌机器翻译

如果我们将这个新表达式代入原来的不等式中,我们得到

$$3 \to 2 + a + b \to 4$$

IE

$$1 \to a + b \to 2$$

我们已经确定了 $a < 1$ 且 $b < 1$,因此 $a + b < 2$。这样我们就证明了最高不等式。

现在需要证明左边不等式 1 ÿ a + b。

由于不等式的两边都是正数,我们可以用保留不等式的方法对表达式求平方,即

$$1 ÿ a + b ÿ 1^2 ÿ (a + b)^2$$

如果我们培养高层管理人员,我们就会得到

$$(a + b)^2 \; 2 = 一个 + 2ab + b^2 = (一个^2 + b^2) + 2ab = 1 + 2ab$$

因为问题中给出了 a 是 2ab > 0, $^2 + b^2$ = 1. 由于 a 和 b 均为正数 > 1.

即 1 + 2ab > 1,换句话说 $(a + b)^2$

因此我们也证明了左边的不平等。

#3.

建议的解决方案:让我们绘制该图形并将迄今为止未命名的交点命名为 S、T 和 F。

然后我们画出辅助线 BD 和 ST,以及三角形 ÿ SMT 中的高度 h1 和三角形

ÿDMB。见图 1。

我们先来看一下 ST 线。由于

$$\frac{|作为|}{|AB|} = \frac{|在|}{|广告|} = \frac{1}{2}$$

ÿSAT 是 ÿBAD 的顶点三角形,因此 ST 与 BD 平行。另外,长度比为 |BD|。

$\frac{}{12}$, 你的 |ST| = $\frac{1}{2}$

由于 ÿSMT 和 ÿDMB 是垂直角,且 ST 与 BD 平行,因此三角形 ÿSMT 和 ÿDMB 为

全等。此外,我们知道 |ST| = |BD|,即长度比为 1 : 2。这也意味着 h1 = $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$ h2.

由于 ST、EF 和 BD 都是平行的,因此

$$\frac{|SE|}{|EB|} = \frac{高度1\ 高度2}{} = \frac{1}{2}$$

即,E 以 1:2 的比例划分距离 SB。

问题需要拉伸 AE 的长度

$$|AE| = |AS| + |SE|$$

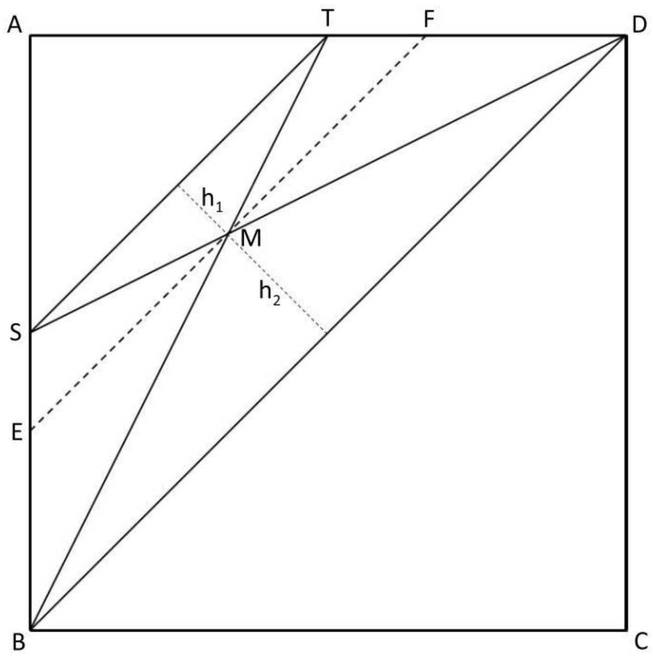

图 1:问题 3

AS,我们知道正方形边长的一半,所以它的长度为 6 厘米。SB 截断了另一半,长度也是 6 厘米。如果 E 以 1:2 的比例分割 SB,则意味着 |SE| = 2 厘米。

$$|AE| = |AS| + |SE| = 6 \text{ 厘米} + 2 \text{ 厘米} = 8 \text{ 厘米}$$

标题: 宽度 8 厘米。

#4.

建议的解决方案:让我们用 n 表示客人的数量。每轮游戏结束后,埃斯特姨妈都会给出总共有 $1 + 2 + \cdots + n$ 个硬币。这个算术和可以计算为

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

经过总共 k 轮游戏,Ester 姨妈总共分发了 2024 个硬币。因此,我们知道

$$2024 = k \cdot \frac{n(n+1)}{2}$$

现在让我们对 2024 进行质因数分解:

$$2024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23$$

Alltsÿa g¨aller

$$\text{千}\ \frac{n(n+1)}{2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23$$

IE

$$k \cdot n(n+1) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23$$

由于我们都有因子 n 和 n + 1,这意味着我们必须能够从素因子中创建两个连续的数字。其中一个数字必须是奇数,只能是 1、11、23 或 11 · 23 = 253。

它不可能是 253,因为乘积 n(n + 1) 将大于 2024。它也不可能是 11,因为我们必须能够用其他因数形成 10 或 12,但这行不通,因为我们没有第 5 个或第 3 个。最后,它也不可能是 1,因为我们知道埃斯特姑妈至少有四位客人(来自曼彻斯特的牧师)。

这样一来,n 或 n + 1 必定是 23。如果 n = 23,我们必须能够分解 24,但这是不可能的,因为我们没有 2024 的 3 次质因数分解。另一方面,可以形成 22 = 2 · 11,这使得 n = 22,因此埃斯特姨妈有 22 位客人。

答案:埃斯特姨妈有 22 位客人。

#5.

建议的解决方案:让我们首先设置标识并绘制两个半径,如图 2 所示

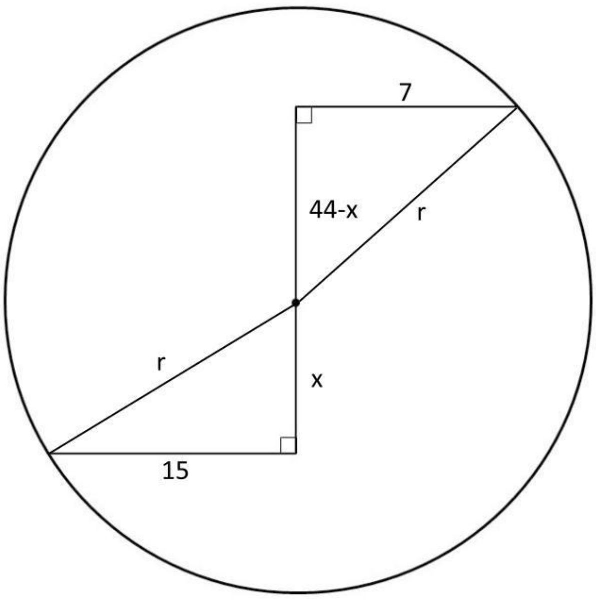

图 2:问题 5

然后,根据下三角形的勾股定理,圆的半径,即斜边,可以写成

$$r^2 = 15^2 + x^2 = 225 + x^2$$

从上三角形我们可以得出斜边也可以写成

$$r^2 = 7^2 + (44 ÿ x)^2 = 49 + 442ÿ 88x + x^2$$

如果我们将这两个表达式放在一起,我们得到

$$225 + x^2 = 49 + 442ÿ 88x + x^2$$

$$176 = 442 ÿ 88x$$

$$442 \times 176 = 88x$$

由于 176 和 88 都可以被 44 整除,因此我们可以将所有项除以 44:

$$44ÿ4=2x$$

$$x = 20$$

如果我们将其插入表达式 $r^2 = 225 + x^2$ 我们得到

$$r^2 = 225 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

即r=25,表示圆的直径为50。

#6.

建议的解决方案:我们用 S 表示网格中所有数字的总和。

对于大小为 2024 × 2024 的网格,其中所有数字的最大可能总和 Smax 为 $2024^2 \cdot 2023$。同样,最小可能和 $S_{min} = 2024^2 \cdot (ÿ2023) = ÿS_{max}$。

如果仍有一些行或列的和为负数,则选择其中任意一个,然后对其中的数字执行运算(我们可以称其为明智之举)。如果此行或此列之前的和为 ÿn,则在所有数字乘以 ÿ1 后,其和为 +n。这使得 Searching 等于 2n,并且由于 n ÿ 1,因此 Searching 至少等于 2。

我们只做明智的举动。

由于每个聪明的举动都会使总数至少增加 2,所以我们最多能做的

$$\frac{S_{max} ÿ S_{min}}{2} = \frac{S_{max} ÿ (S_{max})}{2} = \frac{最大2S}{2} = 最大$$

连续的智能移动。这意味着迟早(最多 Smax 个智能移动之后)我们无法再有可用的智能移动。没有可用的智能移动这一事实意味着没有负和行或列可供选择。

因此我们证明了可以实现没有负行和列和的网格。