人工智能
Square loss 与 logistic loss 的比较

孔静-2014K8009929022

October 23, 2016

Contents

1 问题

构造 X 为 2 维的 2 分类数据 (0, 1)，计算线性分类的直线和 Logistic Regression 的分类直线（考虑正则化 L2），说明 Logistic Regression 的鲁棒性

2 分析

2.1 线性回归

估计函数

$$\mathrm{h}(x) = h_\theta(x) = \theta_0 x_0 + \theta_1 x_1 = \theta^T X, (x_0 = 1)$$

损失函数

$$J(\theta) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}\left[h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)}\right]^2$$

选取梯度下降法

$$\theta_j = \theta_j - \alpha\frac{\partial}{\partial\theta_j}J(\theta) = \theta_j - \frac{\alpha}{n}\sum_{i=1}^{n}[h_\theta(x_i) - y_i]x_i^j$$

得到结果

2.2 逻辑回归

假设函数

$$\begin{aligned}&h_\theta(x) = g(\theta^T x) = \tfrac{1}{1+e^{-\theta^T x}}\\ &g(z) = \tfrac{1}{1+e^{-z}}\end{aligned}$$

损失函数

$$\begin{aligned}&J(\theta) = \tfrac{1}{n}\textstyle\sum\limits_{i=1}^{n}\mathrm{Cost}(h_\theta(x_i), y_i)\\ &= -\tfrac{1}{n}\textstyle\sum\limits_{i=1}^{n}[y_i \log h_\theta(x_i) + (1-y_i)\log(1-h_\theta(x_i))]\end{aligned}$$

L2 正则化的损失函数

$$J(\theta) = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}\left[h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)}\right]^2 + C\sum_{i=1}^{n}\theta_j^2$$

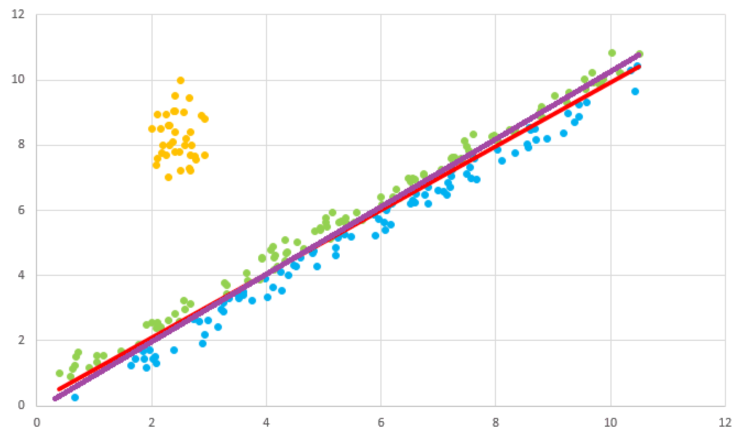
梯度下降法

$$\theta_j = \theta_j - \alpha\frac{\delta}{\delta_{\theta_j}}J(\theta) = \theta_j - \frac{\alpha}{n}(\sum_{i=1}^{n}(h_\theta(x_i) - y_i)x_i^{(j)} - C\theta_j)$$

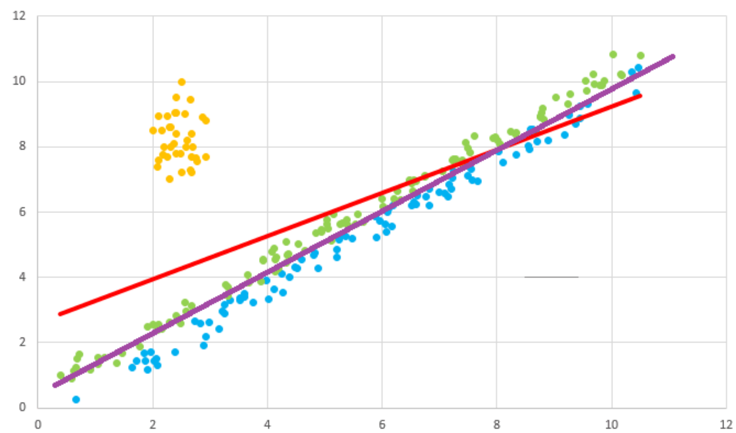
得到结果

3 结果

3.1 无异常点



3.2 有异常点



3.3 分析结果

黄点为异常点，正常数据为绿点和蓝点，绿点和黄点同为 class1 类，蓝点为 class0 类，红线为线性回归，紫线为逻辑回归。从下两图，可明显看出，当不加入异常点时，两者均与实际差不多；加入异常点时，线性回归偏转较大，并不正确，逻辑回归因为异常数据有偏转，但仍能体现数据分布，可见其鲁棒性。