## Opis ruchu ortezy

Orteza stanowi łańcuch trzech członów obrotowych o jednym stopniu swobody każdy, których środek obrotu nominalnie znajduje sie w punkcie. Do opisu ruchu można zastosować kąty zgodne z konwencją Taita-Bryana, podobną do konwencji kątów Eulera, jednak bez powtarzania osi w sekwencji ruchu. W wyidealizowanym przypadku osie obrotu członów ortezy X, Y i Z pokrywają się z osiami x, y i z używanego tu bazowego układu odniesienia, którego środek S pokrywa się z głową kości udowej kończyny dolnej, oś x skierowana jest w prawo, oś y w przód a oś z w górę. Osie urządzenia są zatem ortogonalne i przecinają się w punkcie będącym środkiem układu współrzędnych.

Rysunek .– Bazowy układ współrzędnych i odcinek udowy kończyny dolnej w położeniu początkowym. Zewnętrzna część kończyny dolnej, do której przywiera orteza pomiarowa, została oznaczona linią przerywaną.

S

z

x

y

W ortezie łańcuch kinematyczny wykonuje najpierw obrót przywodzenia/odwodzenia o kąt wokół osi Y, następnie obrót rotacji biodrowej o kąt wokół osi (osi Z obróconej względem osi X), a na końcu obrót o kąt wokół osi (osi X obróconej kolejno wokół osi Y i ). W opisywanym tu idealnym przypadku kąty orientacji członów ortezy są takie same, jak kąty orientacji odcinka udowego kończyny dolnej człowieka opisywanej za pomocą tej samej sekwencji ruchów. W rzeczywistości jednak opis ruchu członów ortezy jest bardziej złożony, gdyż osie urządzania nie muszą być ortogonalne ani przecinać sie w punkcie ze względu na niedoskonałości konstrukcji i wyjustowania do użytkownika. Taki sposób może jednak być wykorzystany przy opisie ruchu odcinka udowego kończyny dolnej człowieka.

Rysunek .– Sekwencja obrotów kończyny dolnej –obrót przywodzenia/odwodzenia o kąt wokół osi y, obrót rotacji biodrowej o kąt wokół osi , obrót o kąt wokół osi .

S

z

x

.

.

S

.

.

.

S

.

.

Rysunek . – Orientacja odcinka udowego kończyny dolnej po wykonaniu sekwencji obrotów o kąty , i .

S

.

z

x

y

Do opisu tego ruchu wykorzystano macierze rotacji. Stosowane jest konwencja, w której macierz transformaty znajduje sie po lewej stronie transformowanego wektora kolumnowego (lub macierzy cosinusów). Stosowane są prawoskrętne układy współrzędnych i obroty zgodne z regułą prawej dłoni.

Macierz rotacji w takim przypadku to:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

- macierz rotacji odcinka udowego kończyny dolnej człowieka;

- macierz rotacji przywodzenia/odwodzenia o kąt wokół osi y;

- macierz rotacji biodrowej wewnętrznej/zewnętrznej o kąt wokół osi ;

- macierz rotacji prostowania/zginania o kąt wokół osi .

Powyższe równanie wykorzystuje macierze obrotów wokół ruchomych osi. Wygodniejsze jest zastosowanie równorzędnego opisu matematycznego wykorzystującego obroty o te same kąty wokół osi nieruchomych, opartego na zależności:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

- macierz rotacji przywodzenia/odwodzenia o kąt wokół osi y;

- macierz rotacji biodrowej wewnętrznej/zewnętrznej o kąt wokół osi ;

- macierz rotacji prostowania/zginania o kąt wokół osi .

Przy czym:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Po podstawieniu:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (.) |

Ta macierz rotacji opisuje jednak obrót względem ortogonalnych osi przecinających się w punkcie. To wystarczające przybliżenie opisu rotacji kości udowej względem miednicy, gdzie głowa kości w panewce tworzy przegub kulowy. Opis taki jest jednak niewystarczający do opisania ruchu ortezy, gdyż z powodu niedoskonałości urządzenia osie obrotu członów mogą być przekoszone – nie być ortogonalne i nie przecinać się w punkcie.

Z tego powodu w opisie ruchu używane są równania opisujące obroty względem arbitralnych osi. Osie przywodzenia/odwodzenia, rotacji biodrowej oraz prostowania/zginania są zdefiniowane w początkowej pozycji jako nie ortogonalne – każda z nich jest pod danym kątem w układzie odniesienia – oraz nie przecinające się w punkcie, co oznacza że każda z osi ma zdefiniowany punkt przez który przechodzi, różny od środka układu współrzędnych S. Każda z osi X, Y i Z obrotu członów ortezy w położeniu początkowym jest opisana poprzez punkt , przez który przechodzi oraz wektor kierunkowy .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

N - osie ortezy X, Y lub Z w położeniu początkowym;

- wektory kierunkowe osi N;

– punkty należące do osi N.

Rysunek . – Osie ortezy X, Y, Z, które nie przechodzą przez środek bazowego układu współrzędnych i nie są równoległe do jego osi. Osie ortezy są zdefiniowane przez punkt oraz wektor kierunkowy .

z

x

y

Do obrotu wokół arbitralnej osi stosowane jest przekształcenie działające w siedmiu krokach [94]. Wartościami wejściowymi są zdefiniowana oś – właściwie wektor , gdyż kierunek ma znaczenie dla kierunku obrotu wraz z punktem P należącym do osi – oraz kąt obrotu wokół niej.

Rysunek . – Obrót o kąt wokół arbitralnego wektora o punkcie przyłożenia P.

z

x

y

Przekształcenie prowadzi do pokrycia arbitralnej osi obrotu z osią bazowego układu współrzędnych, wykonaniu obrotu opisanego prostą macierzą rotacji i powrotu do początkowych położenia i orientacji osi obrotu.

Punkt należący do arbitralnej osi obrotu przesuwany jest do środka układu współrzędnych. Wektor kierunku arbitralnej osi obrotu przyłożony w początku układu współrzędnych otrzymuje oznaczenie .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

- macierz translacji punktu P do środka układu współrzędnych.

Rysunek . – Przesunięcie wektora do początku układu współrzędnych.

z

x

y

Wektor kierunku arbitralnej osi obrotu jest obracany wokół osi x, tak aby znalazł się w płaszczyźnie x-z. Wektor w nowej orientacji otrzymuje nazwę , jego długość pozostaje niezmieniona.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

- macierz obrotu wektora wokół osi x o kąt .

Rysunek . – Obrót wektora o kąt wokół osi x na płaszczyznę x-z.

z

x

y

Wektor kierunku jest obracany wokół osi y, tak aby pokryła się z osią z układu współrzędnych. Istotny jest kierunek – wektor i oś bazowego układu współrzędnych muszą mieć taki sam, dlatego obrót ten wykonywany jest zgodnie z ruchem wskazówek zegara.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Przy czym: | (.) |

Gdzie:

- macierz obrotu wektora wokół osi y o kąt .

Rysunek . – Obrót wektora o kąt wokół osi y do pokrycia z osią z.

z

x

y

Teraz możliwe jest wykonanie obrotu o kąt z danych wokół osi z, który jest opisany prostą macierzą rotacji.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

- macierz obrotu wokół osi z o kąt .

Rysunek . – Obrót wokół osi z o kat .

z

x

y

Po wykonaniu obrotu następują przekształcenia odwrotne, tak by wektor obrotu powrócił do pierwotnej pozycji i orientacji zgodnej z daną arbitralną osią obrotu. Najpierw wektor wraca na płaszczyznę x-z w wyniku przeciwnego obrotu wokół osi y o kąt .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Przy czym: | (.) |

Gdzie:

- macierz odwrotna do macierzy obrotu wektora wokół osi y o kąt .

Następnie wektor wraca do pierwotnej orientacji w wyniku przeciwnego obrotu o kąt wokół osi x.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

- macierz odwrotna do macierzy obrotu wektora wokół osi x o kąt .

Finalnie wektor jest przesuwany na swoje pierwotne położenie.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

- macierz odwrotna do macierzy translacji punktu P do środka układu współrzędnych.

Operacje te, zapisane w kolejności wykonywania, pozwalają wykonać obrót wokół arbitralnej osi obrotu (zdefiniowanej jako wektor kierunku wraz z punktem P ) o zadany kąt.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

- macierz przekształcenia – obrotu wokół arbitralnego wektora o punkcie przyłożenia P o kąt .

Zastosowanie tej metody jest wymagane do opisu kinematyki ortezy pomiarowej, gdyż osie urządzenia nie są równoległe do osi bazowego układu współrzędnych – z uwagi na niedoskonałości są względem niech przekoszone i nie przecinają się w punkcie.

Możliwe jest obliczenie parametrów osi obróconych w wyniku ruchu ortezy. Urządzenie stanowi łańcuch kinematyczny połączonych szeregowo członów. W wyniku ruchu ortezy osie i są obrócone wokół osi Yo kąt , a oś dodatkowo jest obrócona wokół osi o kąt . Ostatni człon urządzenia jest obrócony wokół osi o kąt .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.16) |

Gdzie:

, - osie ortezy X, Y lub Z po pierwszym i drugim obrocie. Trzeci obrót nie zmienia orientacji osi urządzenia, jedynie ostatniego członu.

Transformatę całego urządzenia opisuje zatem:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.17) |

Rysunek .– Sekwencja obrotów ortezy pomiarowej –obrót o kąt wokół osi Y, obrót o kąt wokół osi , obrót o kąt wokół osi .

Podczas wykonywania pomiarów z wykorzystaniem ortezy, kończyna dolna wykonuje ruch złożony, który opisywany jest trzema kątami obrotów , i względem osi układu odniesienia. Równocześnie orteza pomiarowa wykonuje ruch obrotowy względem swoich osi, które jednak mogą być przekoszone względem osi układu odniesienia, a ponadto mogą nie przecinać się w punkcie. Z tego powodu urządzenie zwróci kąty kąty , i nieco inne, niż gdyby osie działania ortezy były idealne, to jest na początku pokrywały się doskonale z osiami układu odniesienia – kąty mierzone przez urządzenie są bowiem odkładane względem osi innych niż idealne.

Orteza jest połączona z ciałem człowieka na plecach oraz na odcinku udowym kończyny dolnej. Ze względu na charakterystykę ciała człowieka oraz sposób przytraczania urządzenia, nie są to sztywne połączenia. Po wykonaniu ruchu mogą nastąpić przesunięcia liniowe, gdyż przekoszone i przesunięte osie działania urządzenia sprawią, że odtworzenie (wodzenie) ruchu kończyny dolnej nie będzie doskonałe. Zakładane jest że część plecowa ortezy jest przytroczona do pleców sztywno, a przemieszczenia liniowe wystąpią na części udowej urządzenia. To konserwatywne założenie, w rzeczywistości przemieszczenia rozłożą się między wszystkimi punktami łączenia z ciałem i, przez co obserwowane przemieszczenia między ciałem a łącznikiem udowym będą mniejsze.

Kąty orientacji członów ortezy , i są znane, są bowiem zwracane przez urządzenie, podczas gdy kąty orientacji sekcji udowej kończyny , i dolnej nie są znane. Możliwe jest jednak ich oszacowanie, jeśli znane są położenie i orientacja osi urządzenia pomiarowego.

Rozważany jest punkt Akon na bocznej zewnętrznej części odcinka udowego kończyny dolnej. To miejsce, w którym orteza jest przytraczana do ciała człowieka. Punkt ten znajduje się w pewnej odległości od środka obrotu kończyny dolnej – promieniu R.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.18) |

Po wykonaniu obrotów biodrowych kończyny dolnej Akon pozostanie na powierzchni sfery o promieniu R.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Położenie punktu Akon jest zależne od kątów przywodzenia/odwodzenia i rotacji wewnętrznej/zewnętrznej , jednak nie od kąta prostowania/zginania , gdyż punkt Akon znajduje się na osi x.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Z tego powodu rozważany jest punkt , znajdujący się w odległości L poniżej .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.21) |

Położenie punktu Bkon jest zależne od kątów , i . Odcinek AkonBkon przylega do bocznej części sekcji udowej kończyny dolnej (pominięty jest możliwy kąt zbieżności łącznika jako nie mający wpływu na niniejsze rozważania),.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.22) |

Rysunek .– Punkty i na bocznej części sekcji udowej kończyny dolnej człowieka w pozycji początkowej.

S

z

x

y

R

L

Równocześnie rozważane są punkty Aort i Bort na łączniku udowym ortezy. Przed wykonaniem ruchu punkty Akon i Aort pokrywają się, bo urządzenie pomiarowe zostało odpowiednio wyjustowane. Podobnie jest w przypadku pary punktów Bkon i Bort.

Po wykonaniu ruchu punkty nie musza się pokrywać, gdyż punkt Akon porusza się po sferze, a punkt Aort nie – zakreśla bowiem trajektorię zależąca od stopnia przekoszenia osi urządzenia i ich przemieszczania względem środka obrotu kończyny dolnej.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.23) |

Wyznaczenie położenia punktu jest możliwe tak samo jak w przypadku punktu .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Rozważane jest, gdzie znajdują się punkty i należące do kończyny dolnej. Punkt będzie w pobliżu punktu , bo orteza jest w tym miejscu przytroczona do ciała. Robione jest założenia, że punkt osiągnie punkt możliwie najbliższy punktowi . Założenie to pomija opory i fakt, że ciało człowieka w większym stopniu może „przyciągać” ortezę niż ją „pchać” z uwagi na jej sposób mocowania.

Wyznaczane jest położenie punktu , które jest najbliżej punktu . Wiadomo, że punkt porusza się po powierzchni sfery o promieniu R. Poszukiwany jest zatem punkt na powierzchni tej sfery, który jest najbliższy punktowi . Punkt ten będzie znajdował się na półprostej, poprowadzonej od środka bazowego układu współrzędnych S przez punkt . Możliwe jest zatem jego znalezienie poprzez rozwiązanie układu równań zawierającego sferę i półprostą, który pozwala wyznaczyć punkt przecięcia.

Rysunek .– Punkty i na bocznej części sekcji udowej kończyny oraz punkty dolnej człowieka oraz punkty i na łączniku udowym ortezy po wykonaniu ruchu złożonego.

S

.

z

x

y

R

Rysunek .– Przekrój w płaszczyźnie - ilustrujący wskazujący położenie punktu najbliższe punktowi .

R

Przekrój trajektorii punktu

Przekrój trajektorii punktu

Okrąg wskazujący położenie punktu najbliższe punktowi

S

Możliwe jest jednak prostsze wyznaczenie położenia punktu – na półprostej łączącej środek bazowego układu współrzędnych i punkt wystarczy odłożyć dystans równy promieniowi R. Punt na końcu odcinka to , który spełnia wymagania układu równań – znajduje sie bowiem na sferze i na półprostej. Wektor to zatem wektor , który został wydłużony bądź skrócony do długości R.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Po wyznaczeniu położenia punktu możliwe jest określenie położenia punktu . Punkt Bkon porusza się w płaszczyźnie normalnej do osi , która znajduje się w odległości R od środka bazowego układu współrzędnych. Punkt znajduje się zatem na płaszczyźnie zawierającej punkt , normalnej do wektora S, wychodzącego ze środka bazowego układu współrzędnych S. Podobnie jak i , będzie znaleziony w najbliższej możliwej pozycji względem punktu .

Punkt na wskazanej płaszczyźnie najbliższy punktowi jest jego rzutem wzdłuż normalnej do płaszczyzny, a zatem odcinka S. To jednak nie jest sam punkt – rzut punktu jest bowiem w innej odległości od punktu niż L. Punkt będzie jednak znajdował się na przedłużeniu odcinka łączącego punkt i rzut punktu nazwany .

Rysunek .– Rzutowanie punktu na płaszczyznę normalną do osi .

S

z

x

y

.

Wymagane jest zatem obliczenie położenia punktu na przecięciu odcinka lub jego przedłużenia – w ogólniejszym przypadku prostej – i płaszczyzny. Wykorzystywane jest równanie płaszczyzny o normalnej , która zawiera punkt Pp.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | gdzie | (5.26) |

Płaszczyzna ta jest przecinana przez prostą, zdefiniowaną jako punkt uzależniony od parametru t, na przedłużeniu wektora przyłożonego w punkcie Pw.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.27) |

Rysunek .– Przypadek ogólny przecięcia płaszczyzny o normalnej , która zawiera punkt Pp. i prostej na przedłużeniu wektora przyłożonego w punkcie Pw.

W rozważanym tu przypadku nie jest konieczne sprawdzenie, czy prosta przecina płaszczyznę, gdyż rzutowanie następuje wzdłuż wektora normalnego płaszczyzny, dzięki czemu musi wystąpić przecięcie. Następuje podstawienie do równania płaszczyzny w celu obliczenia wartości parametru t.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Obliczony parametr t pozwala wskazać punkt przecięcia .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Gdzie | (.) |

Ten schemat obliczeń jest wykorzystywany do znalezienia przecięcia płaszczyzny o normalnej równoległej do odcinka S i zawierającej punkt , opisanej równaniem podanym poniżej.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.30) |

Płaszczyzna ta jest przecięta parametryczną prostą o wektorze kierunkowym równoległym do S i zawierającą punkt .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.31) |

Po podstawieniu do równań znajdowana jest wartości parametru t.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.32) |

Znane są wszystkie wartości wymagana do obliczenia punktu przecięcia.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.33) |

Znajomość położenia punktu pozwala na obliczanie położenie punktu . Znane jest położenie punktu , znany jest także kierunek i odległość do punktu . Na podstawie tych danych wyznaczane są współrzędne punktu .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.34) |

W wyniku tych operacji znane są położenia punktów i . Wraz ze środkiem bazowego układu współrzędnych S znane są zatem trzy niewspółliniowe punkty należące do części udowej kończyny dolnej. Na ich podstawie można wyznaczyć kąty odwodzenia αkon wokół osi y, rotacji biodrowej βkon wokół osi i zginania γkon wokół osi sekcji udowej kończyny dolnej.

Wyznaczany jest jednostkowy wektor kierunkowy równoległy do osi . Jest to znormalizowany odcinek .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.35) |

Wyznaczany jest wektor jednostkowy wektor kierunkowy równoległy do osi . Jest to znormalizowany odcinek łączący środek bazowego układu współrzędnych z punktem

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.36) |

Wyznaczany jest jednostkowy wektor kierunkowy równoległy do osi . Jest to iloczyn wektorowy wektorów jednostkowych osi i , gdyż wektory kierunkowe osi są ortogonalne.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.37) |

Orientacja osi , i w bazowym układzie współrzędnych jest taka sama jak orientacja jednostkowych wektorów kierunkowych , i . Zapisana w postaci macierzy cosinusów ma poniższą formę.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (.) |

Znana jest macierz przekształcenia orientacji sekcji udowej kończyny dolnej i orientacja przed wykonaniem ruchu złożonego, kiedy kierunki odpowiadały kierunkom osi bazowego układu współrzędnych. Dzięki temu możliwe jest wyznaczenie kątów obrotów αkon, βkon i γkon.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (.) |

Wynikiem przekształcenia jest macierz cosinusów kierunkowych po ruchu złożonym. Nie są wprost znane kąty αkon, βkon i γkon, jednak znane są równania opisujące poszczególne elementy macierzy. Kąty mogą zostać obliczane jeden po drugim [95].

Kąt βkon jest obliczany z członu . Uwzględniane są dwa możliwe rozwiązania, gdyż dwie wartości kątów w obrębie okresu funkcji mogą dać te samą wartość sinusa.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.40) |

Rozważanie przypadku, kiedy kąt βkon wynosi 90º i następuje nałożenie i zablokowanie niektórych osi obrotu nie jest konieczne, gdyż taki ruch nie jest możliwy w ortezie pomiarowej (ani anatomicznie). Przypadek ten został zatem pominięty.

Kąt γkon jest obliczany ze stosunku członów i . Używana jest funkcja arctg2 zamiast arctg dla uniknięcia niejednoznacznych wyników, funkcja przyjmuje bowiem informacje o ćwiartce, w jakiej znajdują się dane.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.41) |

Podobnie kąt αkon jest obliczany ze stosunku członów i :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (5.42) |

Wynikiem obliczeń są dwa zestawy kątów , i oraz , i . Wybierany jest zestaw bliższy kątom , i , a zestaw w którym jeden z kątów odbiega o około 180 stopni jest odrzucany.

Ten stosunkowo nieskomplikowany sposób analityczny pozwala wyznaczyć błędy ortezy pomiarowej. Błąd pomiarowy jest zdefiniowany w dwójnasób. Błąd kątowy stanowi różnica między kątami rotacji idealnego układu z przecinającymi się ortogonalnymi osiami a trzema kątami rotacji zwracanymi przez urządzenie, a zatem różnica między parami kątów , i oraz , i . Błąd liniowy jest różnicą między koordynatami punktu na kończynie dolnej a koordynatami punktu na interfejsie urządzenia przylegającym do kończyny dolnej. Jest to różnica między położeniami punktów i oraz i .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

- błędy kątowe;

, - błędy liniowe dla punktów A i B.

Dla uproszczenia wartość odległości została uśredniona między parami punktów, tak aby można było wyrazić błąd liniowy poprzez jeden dystans.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (.) |

Gdzie:

- błąd liniowy wyrażony jako pojedyncza uśredniona odległość.