

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Ingeniería en Computación
Programa de Maestría en Computación.

**Cubic Spline Interpolation as a distance measure used in the
discovery of meaningful rules from complex time series in
presence of noise.**

**Cubic Spline Interpolation como medida de distancia
utilizada en el descubrimiento de reglas significativas en
series temporales complejas y en presencia de ruido**

Propuesta de tesis sometida a consideración del Departamento de Computación, para optar por el grado de *Magíster Scientiae en Computación*, con énfasis en Ciencias de la Computación.

Autor:
David Elías Alfaro Barboza

Profesor Asesor:
Luis Alexánder Calvo Valverde

Julio 2016

Abstract

The ability to make short or long term predictions is at the heart of much of science. In the last decade, the data science community have been highly interested in foretelling about real life events by using data mining techniques to find out meaningful rules from different data types, including *Time Series*. Short-term predictions based on *the shape* of meaningful rules might lead to a vast number of applications. The discovery of *meaningful* rules can only be achieved as a result of algorithms equipped with a robust and accurate distance measure, capable to deal with noise in order to get the best possible similarity results between the elements of the time series. In this work, we believe that *Cubic Spline Interpolation* can be used as an efficient distance measure, to carry out the similarity computation in two specific algorithms: 1- “*Rule Bit Saves*” and 2- “*Find Antecedent Candidates*”, which were proposed by Mohammad Shokoohi-Yekta et al, to discover meaningful rules from complex time series, in presence of noise.

Resumen

La capacidad de hacer predicciones de largo o de corto plazo, ha estado siempre en el corazón de la ciencia. En la última década, la comunidad científica de datos ha mostrado un gran interés en vaticinar eventos de la vida real, mediante el uso de técnicas de minería de datos, para hallar reglas significativas a partir de diversos tipos de datos, incluyendo el análisis de series temporales. Las predicciones basadas en *la forma* de la regla significativa puede dar lugar a un amplio número de aplicaciones. El descubrimiento de reglas significativas solo puede alcanzarse como resultado del uso de algoritmos equipados con una medida de distancia robusta y precisa, capaz de lidiar con el ruido, para obtener los mejores resultados de similitud posibles entre los elementos de las series temporales. En este trabajo, creemos que *Cubic Spline Interpolation* puede ser usado como una medida de distancia eficiente, para llevar a cabo el cómputo de la similitud en dos algoritmos específicos: 1- “*Rule Bit Saves*” Y 2- “*Find Antecedent Candidates*”, los cuales, fueron propuestos por Mohammad Shokoohi-Yekta et al, para el descubrimiento de reglas significativas en series temporales complejas, en presencia de ruido.

Tabla de Contenido

1	Lista de Tablas	7
2	Lista de Figuras	8
3	Introducción	11
4	Marco Teórico	13
4.1	Series Temporales	13
4.2	Análisis y Aplicaciones de Series Temporales	15
4.3	Grandes Retos Sobre la Minería de Series Temporales	16
4.4	Medidas de Distancia para el Cálculo de la Similitud	17
4.4.1	Distancia Euclideana	18
4.4.2	DTW (Dynamic Time Warping)	19
4.4.3	Distancia “Swale”	21
4.4.4	El Ruido y La Interpolación en Series Temporales	22
5	Propuesta de Proyecto	25
5.1	Planteamiento del Problema	25
5.2	Propuesta del Proyecto	26
5.3	Trabajos Relacionados	26
5.4	Hipótesis	26
5.5	Métricas	26
5.6	Justificación del Proyecto	27
6	Objetivo General	29
7	Objetivos Específicos	29
8	Alcance de la Investigación	30
9	Entregables	32
10	Metodología	33

10.1	Diseño de Experimentos	33
10.1.1	Declaración del Problema	34
10.1.2	Factores	34
10.1.3	Variables de Respuesta	36
10.1.4	Recolección de Datos	36
10.1.5	Análisis Estadístico	37
10.2	Ambiente de Desarrollo	37
11	Plan de Trabajo	39
	Referencias	41

Lista de Tablas

1	Listado de entregables, objetivos relacionados y duración	7
2	Cronograma	7

Lista de Figuras

1	Ejemplos de Series Temporales	8
2	Visualización de la distancia Euclidiana de dos series temporales. . .	8
3	Visualización de la minimización de una ruta en DTW.	9
4	Visualización del calculo de DTW.	9
5	Ejemplo de ruido en las señales de un electroencefalograma.	10

1 Lista de Tablas

Tabla 1: Listado de entregables, objetivos relacionados y duración

Entregable	Objetivos	Duración (Dado en Semanas)
Modificación del software utilizado para la identificación de reglas motif y el hallazgo de reglas significativas	Incorporar todas medidas de distancia propuestas en ambos algoritmos.	4
Preprocesamiento de datos		1
Desarrollo e implementación de un ambiente de pruebas	Implementar un ambiente de pruebas que permita la ejecución de las diferentes versiones de ambos algoritmos.	3
Documento final con la recopilación y el análisis del diseño de experimentos	Ejecución del diseño de experimentos preparado, incluyendo la medición de las métricas definidas, para determinar si hay diferencias significativas entre los algoritmos.	2
Documento final del análisis de varianza no paramétrico y caracterización de los resultados obtenidos	Ejecutar y reportar el análisis de varianza no paramétrico, para aceptar o rechazar la hipótesis.	2
Desarrollo de un artículo científico	Preparar un artículo científico para ser presentado en una alguna revista afin al tema desarrollado en esta propuesta.	2
Documento final de tesis		2

Tabla 2: Cronograma

Entregable	Semanas															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Modificación del software utilizado para el hallazgo de reglas significativas																
Preprocesamiento de datos																
Desarrollo e implementación de un ambiente de pruebas																
Documento final con la recopilación y el análisis del diseño de experimentos																
Documento final del análisis de varianza no paramétrico y caracterización de resultados																
Desarrollo de un artículo científico																
Documento final de tesis																

2 Lista de Figuras

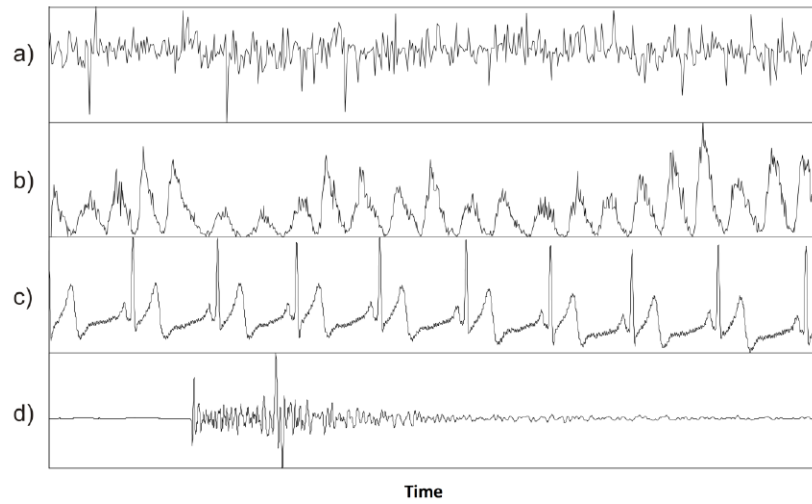


Figura 1: Ejemplos de Series Temporales

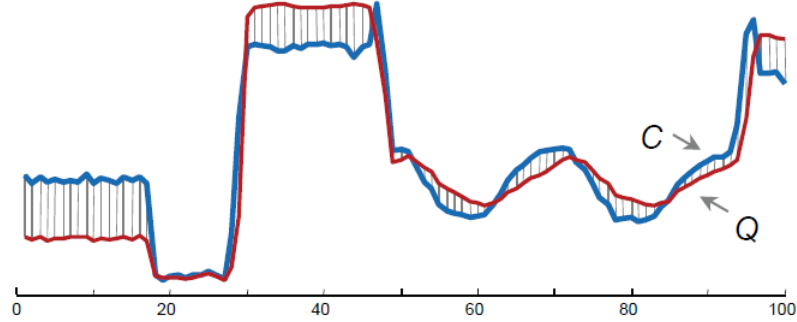


Figura 2: Visualización de la distancia Euclidiana de dos series temporales.

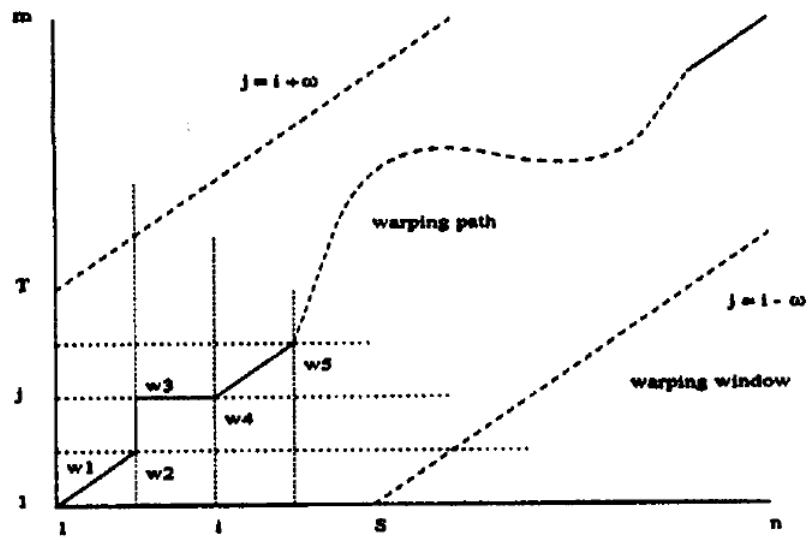


Figura 3: Visualización de la minimización de una ruta en DTW.

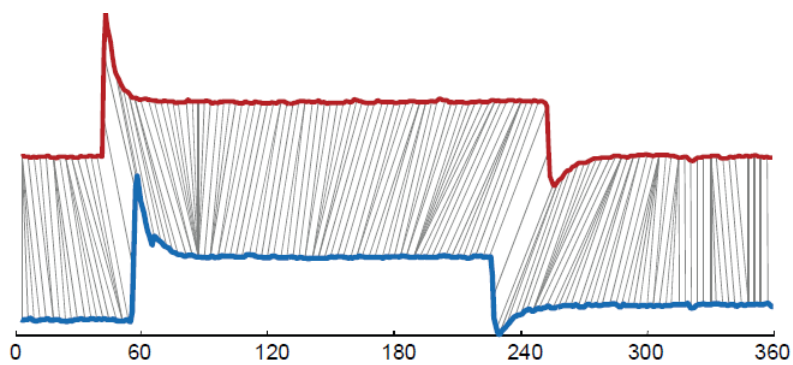


Figura 4: Visualización del cálculo de DTW.

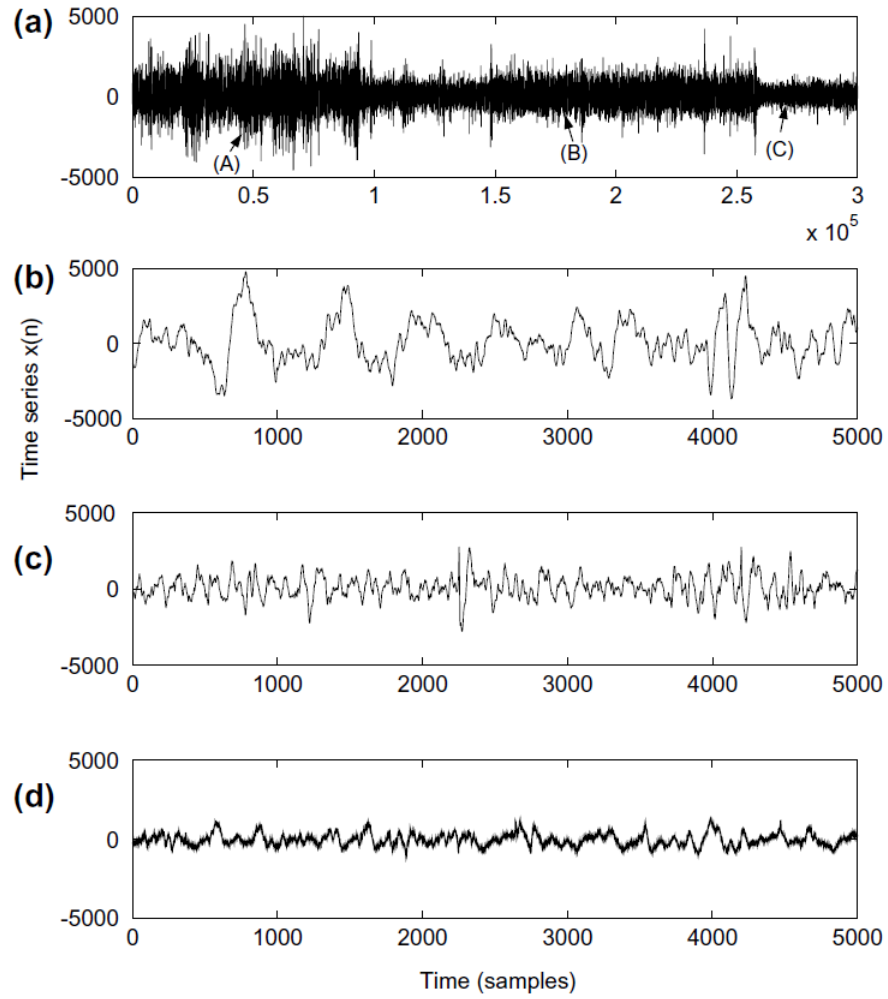


Figura 5: Ejemplo de ruido en las señales de un electroencefalograma.

3 Introducción

La habilidad de hacer predicciones acerca de acontecimientos o eventos de la vida real ha sido siempre un tema de gran interés para la ciencia.

En la última década, la comunidad de minería de datos se ha interesado vehementemente en el hallazgo de patrones o reglas que puedan ser útiles en la predicción de eventos de corto y de largo plazo [1].

La mayoría de trabajos de investigación recientes, orientados en la predicción de eventos de corto plazo mediante series temporales, se han enfocado principalmente en el análisis de los *valores actuales* del flujo de datos [13][18]. Sin embargo, en una basta cantidad de casos, el análisis de los valores actuales es irrelevante; en su lugar, la *forma* actual del patrón o la regla motivo y la detección oportuna en el flujo de datos, pueden ayudar a anticipar la ocurrencia de eventos futuros con mayor precisión [1].

Este trabajo de investigación tiene como objetivo principal, la implementación de la medida de distancia llamada *Cubic Spline Interpolation* en los algoritmos “*Rule Bit Saves*” y “*Find Antecedent Candidates*”, utilizados respectivamente en el hallazgo y la detección de reglas significativas, para llevar a cabo predicciones de corto plazo, sobre series temporales complejas y en presencia de ruido.

Las predicciones de corto plazo sobre series temporales han tenido un auge importante, su aplicación y alcance se ha diversificado considerablemente. Las predicciones de corto plazo sobre texto durante las pulsaciones del teclado, predicciones sobre consultas de base de datos [22], predicciones sobre intervenciones médicas [23], son solo algunos ejemplos de predicciones sobre objetos discretos.

Recientemente, ha surgido una reto aún mayor; se requiere un mayor poder predictivo, lo que implica necesariamente la implementación de algoritmos de predicción mucho más precisos, más veloces y que puedan hallar patrones sobre conjuntos de datos mucho más grandes y complejos [19]. Por ejemplo, el radar Doppler utilizado en las últimas dos décadas para la detección de tornados, ha incrementado el tiempo promedio de alerta de 5.3 a 9.5 minutos, salvando un incontable número de vidas hu-

manas año con año. Sin embargo, aún se reportan alrededor de un 26% de tornados que no pueden predecirse mediante el uso de la tecnología existente [20]. McGovern et al. argumentan en [21], que las nuevas mejoras no vendrán necesariamente de sensores más sofisticados, sino, de algoritmos de predicción aún no inventados o algoritmos existentes aún no depurados, capaces de examinar series temporales complejas, para hallar reglas predictivas mucho más precisas y fiables.

La presente propuesta de investigación se encuentra distribuída de la siguiente manera: inicialmente, en la sección cuatro, se desarrolló el marco teórico como un grupo de ideas y conceptos fundamentales, que tienen como objetivo principal, guiar e involucrar al lector en el contexto de esta propuesta de investigación. En la sección cinco, se exponen los detalles más importantes de la propuesta de investigación, tales como el planteamiento del problema, la hipótesis, las métricas utilizadas y del por qué la importancia de llevar a cabo esta investigación. El objetivo general y los objetivos específicos de esta propuesta, se ofrecen en las secciones seis y siete respectivamente. El alcance y las limitaciones, serán puntualmente detalladas en la sección ocho, mientras que los entregables serán enlistados en la sección nueve. Por otra parte, en la sección diez, se describirá el diseño experimental y el ambiente de desarrollo que le darán forma a la metodología utilizada. Finalmente, en la sección once, se presenta el cronograma de actividades establecido, para la llevar a cabo la realización de este proyecto de investigación.

4 Marco Teórico

En la última década, ha surgido un enorme interés acerca de llevar a cabo tareas de minería de datos sobre series temporales [34]. Literalmente, cientos de artículos han introducido nuevos algoritmos para indexar, clasificar, segmentar y agrupar series temporales [24]. Es por lo anterior, que iniciamos el desarrollo del marco teórico definiendo series temporales, como una pieza de conocimiento angular, para la comprensión y la definición del contexto de nuestra propuesta de tesis.

4.1 Series Temporales

Las series temporales, pueden definirse como: *“una secuencia de N observaciones (datos) ordenadas y equidistantes cronológicamente, sobre una característica (serie univariable o escalar) o sobre varias características (serie multivariable o vectorial), de una unidad observable, en diferentes momentos”* [25].

Una representación matemática común de una serie temporal *univariable* puede verse de la siguiente manera:

$y_1, y_2, \dots, y_N; (y_t)^N_{t=1}; (y_t : t = 1, \dots, N)$, donde y_t es la observación n^o t ($1 \leq t \leq N$) de la serie y N es el número de observaciones que componen la serie completa (el tamaño o la longitud de la serie) [27].

En el siguiente gráfico, se pueden observar algunos ejemplos de las diferentes formas que pueden adoptar las series temporales, con respecto a la naturaleza de la fuente de datos que se está representando. Algunas son más predecibles y constantes, mientras que otras fluctúan con mayor frecuencia en amplitud o simplemente presentan mayor cantidad de ruido.

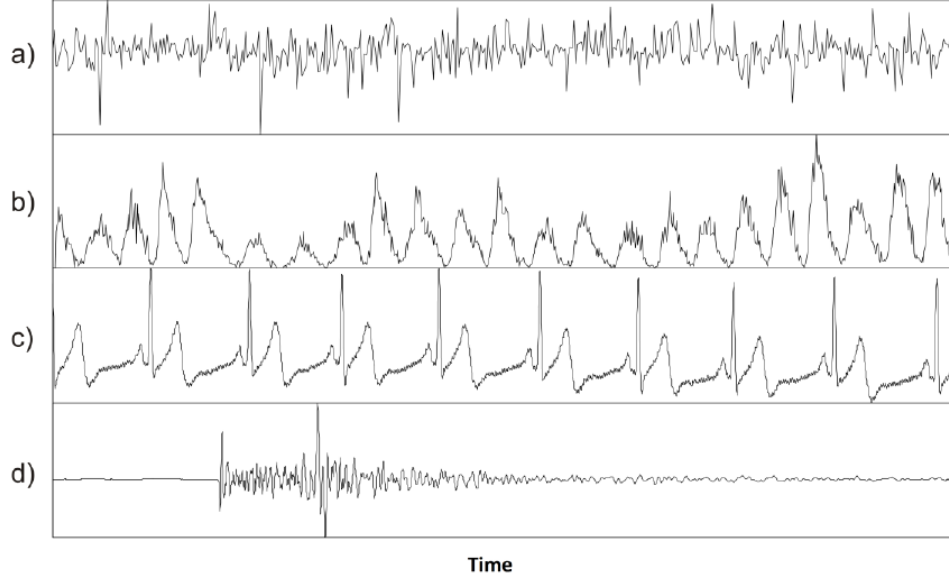


Figura 1. Ejemplo de la representación en series temporales de: **a)** Monzón, **b)** Manchas Solares, **c)** Electrocardiograma, **d)** Señales Sísmicas. **Fuente:** [27].

A diferencia de las series temporales no estacionarias ilustradas en el gráfico anterior, muchas series temporales tienen una tendencia creciente, por ejemplo, el número de automóviles en uso de un país, durante los últimos cincuenta años, o decreciente como el número de personas que trabajan en la agricultura. Existen muchas otras, sin embargo, que no tienen tendencia y son estacionarias, por ejemplo, la luminosidad a horas sucesivas, que varía cíclicamente a lo largo de las 24 horas del día [27].

La representación matemática más frecuente de una serie temporal multivariable, puede definirse de la siguiente manera:

$y_1, y_2, \dots, y_N; (y_t)^N_{t=1}; (y_t : t = 1, \dots, N)$, donde $y_t \equiv [y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tM}]'$ ($m \geq 2$) es la observación $n^o t$ ($1 \leq t \leq N$) de la serie y N es el número de observaciones que conforman la serie completa.

Las observaciones pueden ser almacenadas en una matriz Y de orden $N \times M$, como se muestra a continuación en la siguiente imagen:

$$Y \equiv \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y'_N \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} y'_{11} & y'_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{1M} \\ y'_{21} & y'_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{2M} \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ y'_{N1} & y'_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{NM} \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde y_{tj} es la observación n^0 $t(1 \leq t \leq N)$ sobre la característica o variable n^0 $j(1 \leq j \leq N)$, que es la misma en todo momento t [27].

Una vez definido el concepto de series temporales y como se explicará más adelante durante el desarrollo de este documento, la presente propuesta de investigación, se enfoca principalmente en el uso de “Cubic Spline Interpolation” como medida de distancia incorporada en dos algoritmos. Ambos algoritmos analizan los conjuntos de datos en forma de series temporales, para la identificación y la selección de “reglas significativas”.

Una “**regla significativa**” debe entenderse como un patrón o “subsecuencia recurrente” de la serie de tiempo (usualmente llamado “**motif**”), que describe un evento o comportamiento real del conjunto de datos que está siendo analizado. Una vez que el motif ha sido identificado, se debe analizar su capacidad predictiva en relación con el flujo de datos. Se debe tener presente entonces, el hecho de que no todas las reglas motif identificadas serán seleccionadas como significativas [1].

4.2 Análisis y Aplicaciones de Series Temporales

El análisis de las series temporales, en general, podría verse como la medición, el seguimiento y el estudio del comportamiento de algún fenómeno o actividad en el tiempo, con el objetivo final de encontrar conocimiento relevante [29]. El resultado de dicho análisis, es conocimiento de primera mano, que puede ser utilizado para

comprender mejor aquello que ha venido ocurriendo. Es posible también, a través del análisis, monitorear el estado actual de las series temporales, para explicar la relación causal o la estructura subyacente que producen los datos observados. Finalmente, es completamente viable además, realizar predicciones o pronósticos, que podrían proveer un control anticipado probable, sobre el fenómeno estudiado [1].

Por otra lado, existen innumerables aplicaciones e implementaciones exitosas de la minería de datos sobre series temporales [27]. Por ejemplo, en el campo de la medicina, un epidemiólogo podría estar interesado en analizar, mediante reglas significativas, el número de casos de influenza observado durante un período de tiempo. De igual forma, a través de la trazabilidad y el análisis de las mediciones de la presión arterial de un individuo, se podrán anticipar complicaciones asociadas con mayor precisión, conduciendo a una mejor evaluación de los medicamentos utilizados en el tratamiento de ese mal [33]. De igual manera, los patrones resultantes de una resonancia magnética funcional de las ondas cerebrales (en forma de series temporales), pueden ser utilizados para vaticinar las reacciones cerebrales ante ciertos estímulos menores [33]. Finalmente, las aplicaciones más intensivas y sofisticadas en el análisis de series temporales, se enfocan en la resolución de problemas asociados a ciencias físicas y ambientales. Por ejemplo, el análisis de los niveles de contaminación de una región, el seguimiento de la temperatura global, el análisis de la actividad sísmica, el reconocimiento de voz, entre muchos otros [33].

A continuación, se exponen algunas de las principales dificultades y retos que podrían presentarse durante las diferentes etapas del proceso de minería de datos sobre series temporales.

4.3 Grandes Retos Sobre la Minería de Series Temporales

El análisis y el descubrimiento de patrones sobre series temporales, por definición, presenta una serie de retos y complicaciones que deben abordarse, tales como: la super multidimensional, la presencia de grandes cantidades de datos que muchas veces resultan innecesarios o poco útiles durante el análisis, la sensibilidad al ruido o a la presencia de valores atípicos y el dinamismo durante la transmisión de datos

o “*data streaming*”, debido a que se requiere en todo momento una gran capacidad de cómputo de datos, para analizar las fluctuaciones constantes sobre el conjunto de datos [1].

En adición a lo anterior, ***el cálculo de la similitud*** durante la comparación de dos o más series temporales es considerado un desafío aún mucho más crucial en la minería de series temporales, especialmente cuando se ha realizado previamente una reducción de la dimensionalidad, de la escala o la amplitud a través del tiempo. La carencia de un alineamiento oportuno sobre el eje tiempo o la amplitud, durante el cálculo de la similitud entre dos o más series temporales, es un problema serio debido a que ocasiona un impacto directo sobre el resultado de la comparación. [27].

El cálculo de la similitud es indispensable en la identificación de segmentos repetitivos, contenidos en la serie de tiempo. Dichos segmentos se denominan reglas “***motifs***” o *ocurrencias frecuentes de un subconjunto de la serie temporal* [1].

Los motifs pueden considerarse conocimiento significativo, cuando, como producto del análisis del flujo de datos de la serie temporal, se pueden utilizar para predecir un fenómeno o evento con una alta probabilidad [1].

La identificación de reglas *motif* se logra fundamentalmente apartir del cálculo de las medidas de distancia entre los elementos de dos o más series temporales [1]; la precisión de dicho cálculo y el número de ocurrencias son vitales para determinar la calidad de dicha regla. Existen en la literatura, un número importante de medidas de distancia [9]. Las medidas de distancia más importantes para la comprensión de esta propuesta serán desarrolladas a continuación.

4.4 Medidas de Distancia para el Cálculo de la Similitud

Las medidas de similitud son de vital importancia cuando se ejecutan tareas de análisis y minería de datos sobre series temporales, tales como: descubrimiento de patrones, agrupamiento, clasificación, descubrimiento de reglas, análisis de valores atípicos, entre otras [27].

Debido a la naturaleza numérica y continua de los datos característicos de las series temporales, las medidas de similitud, típicamente se llevan a cabo en forma de

aproximaciones [9].

La complejidad inherente al cálculo de las medidas de similitud, imponen normalmente las principales limitaciones y restricciones de capacidad y tiempo de cómputo, sobre los algoritmos utilizados en el análisis y la minería de datos de series temporales [29]. Es decir, cuanto más rápido y preciso sea el cálculo de la medida de similitud definida en el algoritmo, menor será el tiempo de cómputo necesario para la ejecución del procedimiento completo de minería de datos sobre las series temporales.

Para el desarrollo de este proyecto, se utilizarán específicamente cinco medidas de distancia: 1- Distancia Euclidiana, 2- Swale, 3- Spade, 4- EPR y 5- Cubic Spline Interpolation. Cada una de las medidas de distancia anteriormente mencionadas se detallan a continuación, incluyendo además, Dynamic Time Warping (DTW).

4.4.1 Distancia Euclidean

La distancia Euclidiana es la *distancia “ordinaria” entre dos puntos de un espacio euclídeo* [30]. La distancia Euclidean tiene la característica de ser la medida de distancia más simple y la más utilizada para comparar series temporales [10]. Por ejemplo, si se requiere comparar dos series temporales Q y C , de largo n , donde $Q = q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_n$ y $C = c_1, c_2, \dots, c_i, \dots, c_n$, se puede utilizar la distancia Euclidiana oblicua cuya fórmula matemática es la siguiente:

$$DE(Q, C) \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - c_i)^2} \quad (2)$$

Con se muestra en la **Figura 2**, la visualización del cálculo de la distancia Euclidean puede verse entonces como la raíz cuadrada de la suma de las diferencias al cuadrado; tal y como se observa en cada línea vertical para cada punto de datos desde C hasta Q y viceversa.

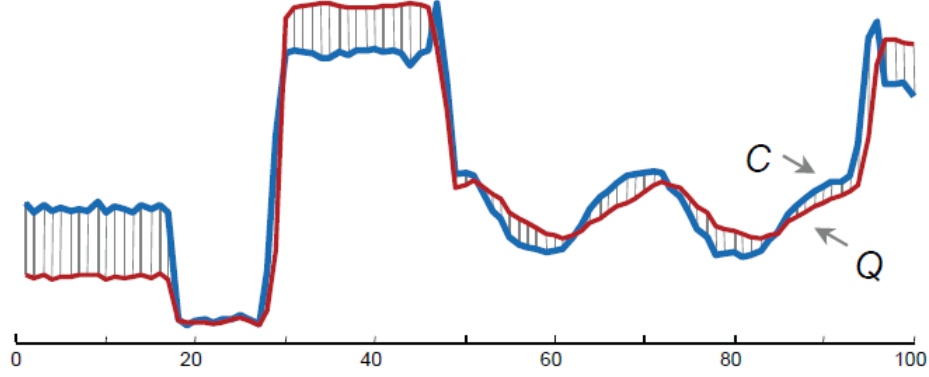


Figura 2. Visualización de la distancia Euclidiana entre dos series temporales C y Q.

Fuente: [30].

4.4.2 DTW (Dynamic Time Warping)

En el año 1994, Berndt y Clifford [32] proponen “*Dynamic Time Warping*”. En el análisis de series de tiempo, DTW es un algoritmo para medir elásticamente la similitud entre dos secuencias temporales que pueden variar en velocidad y por ende en alineamiento, en relación con el eje tiempo [27].

A diferencia de la distancia Euclidiana, el cálculo de la similitud no se hace en forma lineal, por el contrario, las secuencias son “deformadas” de manera no lineal, para determinar la medida de similitud independiente con respecto a ciertas variaciones en el eje tiempo [32]. Por ejemplo, la tarea de detección de patrones implica la búsqueda de una serie de tiempo S , para instancias de una plantilla T , donde $S = s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_n$ y $T = t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n$.

Las secuencias S y T , pueden ser acomodadas para conformar un plano de m por n o un cuadrante, en donde cada punto del cuadrante, (i, j) , corresponde a un alineamiento entre elementos s_i y t_j .

Un camino W , alinea los elementos que pertenecen a S y a T , tal que la distancia entre ellos es minimizada.

$$W = w_1, w_2, \dots, w_k \quad (3)$$

Es decir, W es una secuencia o un camino específico de puntos en el cuadrante, en

donde cada w_k corresponde a un punto $(i, j)_k$, como se muestra en la figura 3.

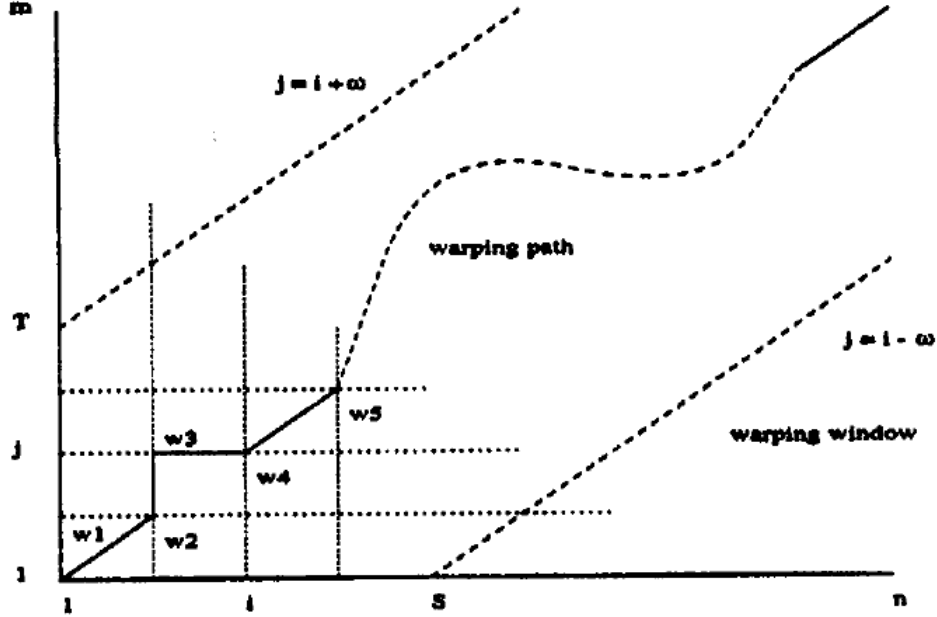


Figura 3. Visualización de un camino w en un cuadrante de m por n .

Fuente: [32].

Posteriormente, por definición, se debe definir una medida de distancia. En [32], los autores proponen $\delta(i, j) = (s_i - t_j)^2$. Una vez definida la medida de distancia, se puede definir formalmente DTW como la minimización sobre los caminos o rutas potenciales **no lineales**, basados en la distancia acumulada para cada ruta, en donde δ es una medida de distancia entre dos puntos de datos o elementos de las series temporales.

$$DTW(S, T) = \min_W \left[\sum_{k=1}^p \delta(w_k) \right] \quad (4)$$

En la Figura 4, se muestra un ejemplo claro de la forma que adoptan las deformaciones no lineales calculadas mediante el algoritmo DTW, para adaptar la diferencia de los puntos de datos con respecto al eje tiempo.

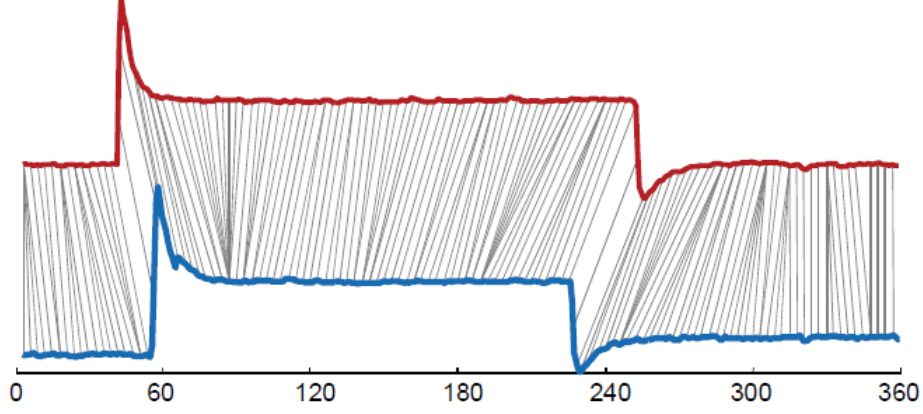


Figura 4. Visualización de dos segmentos de series temporales acerca del comportamiento de insectos se alinean con invarianza a la deformación computada mediante el uso de DTW.

Fuente: [32].

4.4.3 Distancia “Swale”

En [31], los autores proponen un modelo de similitud llamado “**Swale**” (“*Sequence Weighted ALignmEnt*”, por sus siglas en Inglés); este modelo utiliza un sistema de puntuación para recompensar las similitudes y penalizar las disimilitudes durante la comparación de series temporales. El uso del marco de trabajo *Swale*, requiere necesariamente del ajuste de tres parámetros: 1- un umbral de similitud ϵ , 2- un valor o peso r utilizado para recompensar las similitudes y 3- un valor o peso p para penalizar los vacíos o disimilitudes [31].

Más formalmente, la función de similitud de *Swale* puede definirse como:

Sean R y S dos series de tiempo de longitud m y n , respectivamente. Sea el costo de la diferencia o disimilitud gap_c y el costo de la similitud $reward_m$. Entonces,

$Swale(R, S) =$

$$\begin{cases} n * gap_c, & \text{if } m = 0 \\ m * gap_c, & \text{if } n = 0 \\ reward_m +, & \text{if } \forall d, |r_d, 1 - S_d, 1| \leq \epsilon \\ Swale(Rest(R), Rest(S)), \\ max\{gap_c + Swale(Rest(R), S), \\ gap_c + Swale(R, Rest(S))\} & \text{otherwise} \end{cases}$$

El modelo Swale, posee una característica muy particular, ya que permite ajustar los pesos o los valores utilizados para castigar la disimilitud o bien, en sentido contrario, recompensar la similitud, con base en el criterio de un experto con conocimientos muy específicos de cierto dominio. Esto permite afinar la función de distancia explicada en la fórmula anterior, de manera tal, que pueda establecerse un rendimiento óptimo con base en la naturaleza de los datos, en lugar de tener una única técnica para cada dominio de datos [31].

4.4.4 El Ruido y La Interpolación en Series Temporales

La recolección de los datos de una serie de tiempo se encuentra siempre degradada por ruido en cierto grado [12]. Incluso una estimación aproximada del nivel de ruido contenido en la serie temporal es crucial, previo al análisis de los datos.

En la práctica, las series de tiempo no estacionarias son muy comunes en campos diversos como la geofísica, las finanzas y las ciencias biológicas [27].

En el siguiente gráfico se pueden observar, por ejemplo, segmentos *no estacionarios* de señales de un electroencefalograma a partir de la medición clínica intracraneal de un individuo [12].

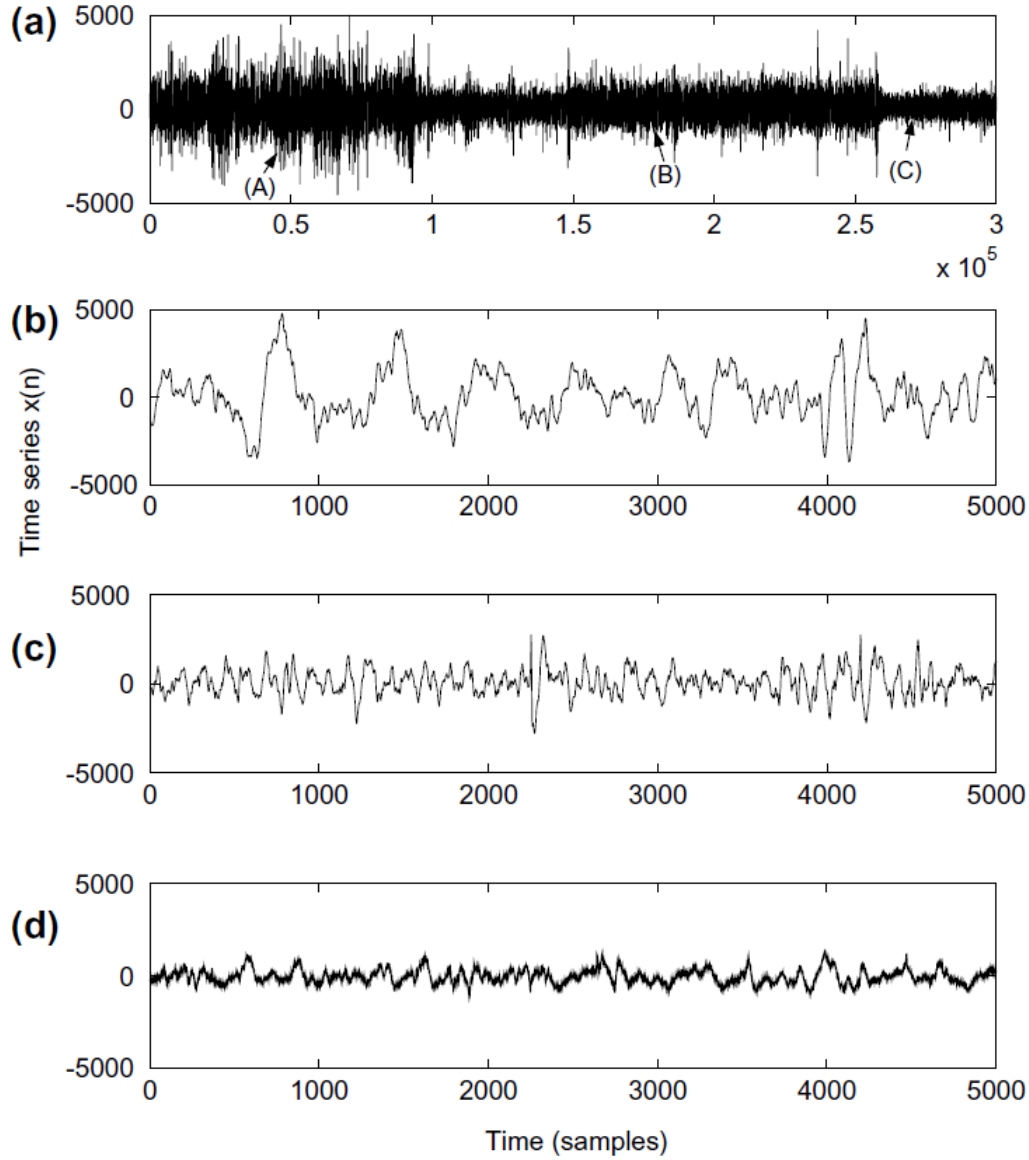


Figura 5. Medición Clínica Intracraneal. Visualización de ruido.

Fuente: [12].

En la figura 5, se puede apreciar la presencia de ruido en la serie temporal (a). Es posible también, observar los segmentos subyacentes (b), (c) y (d), superpuestos como parte de a y luego evaluados como segmentos individuales, con aún presencia de “*ruido blanco*”.

El ruido blanco es una señal aleatoria (conocida también como proceso estocástico) que se caracteriza por el hecho de que sus valores en el eje tiempo, no guardan correlación estadística. En resumen, el ruido blanco es no correlativo, es decir, en el

eje del tiempo la señal toma valores sin ninguna relación unos con otros [27].

Matemáticamente, podría definirse entonces como una sucesión de variables aleatorias (procesos estocástico) con una esperanza (media) cero y una varianza constante e independientes de cualquier valor de t (covarianza nula) [12].

Los valores faltantes, al igual que el ruido, representan igualmente un problema serio que debe abordarse previo al análisis de series temporales.

La interpolación por su parte, es un concepto que puede ser aplicado a los datos de series temporales para determinar valores faltantes. En primera instancia, se debe comprender el modelo de datos apropiado con el que se está trabajando (autorregresivo, autorregresivo de media móvil, autorregresivo integrado de media móvil o lineal). Una vez definido el modelo y de acuerdo con la posición de la observación faltante, se deben calcular las ponderaciones apropiadas para hacer un pronóstico en ambas direcciones, hacia adelante o hacia atrás. Finalmente, utilizando una combinación lineal del pronóstico anterior, se podrán predecir entonces los valores faltantes bajo las condiciones dadas [27].

5 Propuesta de Proyecto

5.1 Planteamiento del Problema

El cálculo de la similitud en series temporales ha sido un tema muy estudiado en la última década [13]. La precisión, la velocidad de cómputo y la tolerancia al ruido, son factores claves (particularmente en conjuntos de datos grandes y complejos) a la hora de elegir una medida de distancia robusta para comparar dos series de tiempo de largo n [4].

En la literatura, la medida de distancia más utilizada para comparar series temporales es sin duda la distancia *Euclidiana* (o alguna de sus variaciones). Dicha medida es muy utilizada en el descubrimiento y la comparación de reglas motif o patrones en series temporales [10][11].

Existen pruebas empíricas fiables, que demuestran que la distancia Euclidiana es muy competitiva e incluso superior a medidas mucho más complejas en una amplia variedad de dominios, particularmente cuando el conjunto de datos se vuelve cada vez más grande [9][15].

Sin embargo, algunos aportes más recientes al estado del arte indican que *Dynamic Time Warping*, en una o varias dimensiones, puede incluso comportarse de forma más robusta y estable que la distancia *Euclidiana* [5]. Este argumento se soporta principalmente en la sensibilidad conocida que presenta la distancia *Euclidiana* ante la presencia de ruido, pero fundamentalmente y por su naturaleza lineal [30], intolerante ante pequeñas distorsiones observadas al comparar dos series temporales desfasadas con respecto al eje tiempo [6].

Por último, la presencia de ruido y de valores faltantes en los datos de una serie de tiempo, son problemas difíciles de tratar; lo que sí es seguro, es que son retos inevitables, prácticamente inherentes, que al igual que las limitaciones de las medidas de distancia, deben abordarse previo al análisis y que, finalmente definen el planteamiento del problema [12].

El problema anteriormente planteado, se atacará mediante la siguiente propuesta de investigación.

5.2 Propuesta del Proyecto

Apoyados en la premisa anterior, el proyecto pretende estudiar el nivel de acierto obtenido como resultado del descubrimiento de “*reglas significativas*” en series de tiempo, utilizando *Cubic Spline Interpolation* como una medida alternativa de distancia aparentemente superior a la distancia *Euclidiana*, principalmente ante la presencia de distorsiones en el conjunto de datos y otras limitaciones ya planteadas.

El proyecto se enfoca en remplazar la distancia Euclidiana y probar que la utilización de otras medidas de distancia (particularmente el uso de *Cubic Spline Interpolation*) pueden ser mucho más tolerantes al ruido y aún así, garantizar al menos el mismo nivel de acierto en el descubrimiento de reglas significativas en series temporales.

5.3 Trabajos Relacionados

5.4 Hipótesis

Con base en la definición del problema y en la propuesta de proyecto, se define la siguiente hipótesis:

El uso de la medida de distancia Cubic Spline Interpolation, mejora el nivel de exactitud en los algoritmos “Rule Bit Saves” y “Find Antecedent Candidates” propuestos por Mohammad Shokoohi-Yekta y colaboradores, en el hallazgo de reglas significativas en series de tiempo complejas y en presencia de ruido.

5.5 Métricas

El análisis comparativo de los niveles de exactitud obtenidos a partir de la ejecución de los algoritmos según la distancia utilizada, requerirá de las siguientes métricas:

■ Exactitud (Q):

$$\frac{Total_Aciertos}{Total_Predicciones} \quad (5)$$

En el caso más general, se utilizará inicialmente la distancia Euclidiana entre la parte consecuente predicha y las ***F*** ubicaciones halladas desde donde la regla fue disparada, un valor denotado como “***Error***”, también conocido como la *media cuadrática*.

Sobre el mismo conjunto de prueba, y mediante el uso del mismo segmento consecuente de la regla, se disparará aleatoriamente ***F*** veces y se medirá la distancia *Euclidiana* (Cubic Spline Interpolation y otras ya mencionadas en el marco teórico), entre el segmento consecuente predicho y la ubicaciones aleatorias ***F***.

Ese valor será denotado como ***Error*** (el cual, se promediará entre aproximadamente 1000 ejecuciones aleatorias).

En resumen, la medida de calidad reportada puede definirse como:

$$Q = \frac{Error}{Rerror} \quad (6)$$

Los valores cercanos a uno, sugieren que las reglas a prueba, no se consideran mejores que las encontradas en la estimación aleatoria. Los valores significativamente menores a uno, indican que la regla en efecto encuentra una estructura verdadera en los datos. En la mayoría de los experimentos se utilizará un retraso máximo (***maxlag***) [1] igual a cero.

5.6 Justificación del Proyecto

La realización de este proyecto es importante, porque a través de sus resultados se podrían llegar a obtener los siguientes beneficios:

- **Un aporte al estado del arte.** El estudio del estado del arte realizado indica que “Cubic Spline Interpolation”, como medida de distancia, no ha sido utilizado aún en algoritmos para el descubrimiento de reglas significativas sobre series temporales. La idea es, por ende, prometedora e innovadora y podría tener un impacto significativo sobre el rendimiento de algoritmos existentes que actualmente utilizan otras medidas de distancia más utilizadas como por ejemplo, la distancia *Euclidean*.

- **Ataca un problema de investigación real.** Muchas de las aplicaciones producto del análisis de series temporales, son posibles a partir del descubrimiento de reglas *motif* y su uso posterior sobre el conjunto de datos [1]. El descubrimiento de dichos patrones en series temporales, se puede resumir a un problema de *similitud*. El cómputo de la similitud (o disimilitud) se obtiene a partir de la medida de distancia entre los puntos de datos de las series temporales [1]. Mientras más eficiente y robusta sea la medida de distancia, mejor será el cálculo de la similitud y por ende, mejores reglas *motif* se obtendrán. Como consecuencia de lo anterior, la precisión, la velocidad del cómputo y la tolerancia al ruido serán superior y por consiguiente, la calidad predictiva de la regla sobre el conjunto de datos será mucho más fiable [16].
- **Las potenciales aplicaciones y su impacto en la sociedad.** Como se desarrolló en el marco teórico, las aplicaciones de la minería sobre series temporales son amplias y diversas [1]. Las predicciones de corto plazo mediante el uso de reglas significativas en campos triviales como el análisis del mercado de acciones, el estudio de las condiciones meteorológicas (por ejemplo, el incremento del tiempo promedio de alerta de tornados [20]) son cada día más utilizadas. En robótica, por ejemplo, se han realizado avances significativos en la exploración de la anticipación (predicciones de corto plazo) de las fuerzas futuras percibidas por un robot con base en las intenciones motoras de otro agente y así adaptar su movimiento, ejecutando un nuevo plan de acción [19].

6 Objetivo General

El objetivo general de esta propuesta de investigación es:

Estudiar el nivel de exactitud obtenido a partir del uso de *Cubic Spline Interpolation* como medida de distancia utilizada para el descubrimiento de reglas significativas, en series temporales complejas y en presencia de ruido.

7 Objetivos Específicos

Los objetivos específicos de este proyecto son los siguientes:

1. Proponer el uso de *Cubic Spline Interpolation* como medida de distancia utilizada en los algoritmos “***Rule Bit Saves***” y “***Find Antecedent Candidates***”, creados por Mohammad Shokoohi-Yekta y colaboradores, para el descubrimiento de reglas significativas sobre series temporales.
2. Realizar un análisis comparativo del nivel de exactitud obtenido al utilizar diferentes medidas de distancia en los algoritmos mencionados en el objetivo anterior.
3. Explicar los resultados obtenidos en el objetivo específico anterior, con el propósito de aprobar o rechazar la hipótesis que ha sido planteada.

8 Alcance de la Investigación

El alcance de esta propuesta de investigación se enfoca específicamente en estudiar el efecto de utilizar “*Cubic Spline Interpolation*” como medida de distancia en los algoritmos “*Rule Bit Saves*” y “*Find Antecedent Candidates*” propuestos por Mohammad Shokoohi-Yekta y colaboradores, utilizados para el hallazgo de reglas significativas en series de tiempo complejas y en presencia de ruido.

El diseño experimental incluye también la comparación y el análisis de cinco versiones de ambos algoritmos. Cada versión incorpora la implementación de cinco medidas de distancia distintas: 1- Euclideana, 2- Swale, 3- Spade, 4- EPR y 5- Cubic Spline Interpolation.

Como resultado de esta investigación, se entregarán los siguientes productos:

- La implementación de las cinco versiones de ambos algoritmos para cada una de las medidas de distancia.
- Programas auxiliares para la ejecución y el control del entregable anterior.
- Análisis estadístico que contraste los resultados de los experimentos para aceptar o rechazar la hipótesis.
- Un artículo científico que se entregará al comité editorial de alguna revista o conferencia, con miras a su publicación.

Es necesario delimitar esta investigación por motivos de tiempo y extensión. Es por ello que a continuación se detallan las siguientes excepciones:

- No se tomarán en cuenta otras medidas de distancia.
- No se utilizará ningún otro algoritmo para la identificación de reglas *motif*.
- No se utilizará ningún otro algoritmo para la detección de segmentos antecedentes de una potencial regla significativa.
- Cualquier otro resultado, documento, software o producción que no se encuentren contemplados en los entregables, no será considerado como parte del alcance de este proyecto.

En resumen, debe considerarse el hecho de que el objetivo principal de esta investigación, se enfoca principalmente en la implemetación de las medidas de distancia sobre ambos algoritmos, para su posterior análisis comparativo, aplicado a cada unos de los cinco diferentes conjuntos de datos; utilizando “*Cubic Spline Interpolation*” como el elemento más importante de la hipótesis planteada.

9 Entregables

Los entregables son los siguientes:

- **Modificación del software utilizado para el hallazgo de reglas significativas:** incorporar las medidas de distancia propuestas para ambos algoritmos.
- **Desarrollo e implementación de un ambiente de pruebas:** este ambiente permitirá ejecutar y medir la exactitud de ambos algoritmos, en el hallazgo y la selección de reglas significativas.
- **Documento final con la recopilación y el análisis del diseño de experimentos:** este entregable implica la ejecución del diseño de experimentos y la construcción de una tabla resumen de los resultados obtenidos.
- **Documento final del análisis de varianza no paramétrico y la caracterización de los resultados obtenidos:** corresponde al análisis de varianza no paramétrico, para aceptar o rechazar la hipótesis mediante la caracterización de los resultados.
- **Documento de tesis:** recopila los entregables anteriores, las conclusiones y el resultado de la revisión de la hipótesis.
- **Desarrollo de un artículo científico:** en borrador en español de un artículo científico.

10 Metodología

10.1 Diseño de Experimentos

Para describir el planeamiento pre-experimental para el diseño de experimentos de este trabajo (con la información disponible hasta el momento) se usan los *lineamientos* desarrollados en el libro de *Douglas C. Montgomery* [2]. El esquema del procedimiento recomendado en los lineamientos para el desarrollo de esta etapa, incluye lo siguiente:

1. **Reconocimiento y definición del problema:** consiste en desarrollar una declaración clara y sencilla del problema. Una clara definición del problema, normalmente contribuye substancialmente a una mejor comprensión del fenómeno que está siendo estudiado y a la solución final de dicho problema.
2. **Selección de factores, niveles y rangos:** consiste en enumerar todos los posibles factores que pueden influenciar el experimento. Incluye tanto los factores de diseño potencial (los que potencialmente se podrían querer modificar en los experimentos) y los factores perturbadores (los que no se quieren estudiar en el contexto del experimento). También, se deben seleccionar los rangos sobre los que varían los distintos factores y los niveles específicos sobre los que se aplicarán las iteraciones del experimento.
3. **Selección de la variable de respuesta:** debe proveer información útil sobre el fenómeno que está siendo estudiado.
- 4 **Selección del diseño de experimental:** se refiere a aspectos claves del experimento tales como el tamaño de la muestra, la selección del orden adecuado para la ejecución de los intentos experimentales y la decisión de bloquear o no algunas de las restricciones de aleatoriedad en la pruebas.
- 5 **Llevar a cabo el experimento:** en esta etapa, es de vital importancia, monitorear el proceso cuidadosamente para asegurar la correcta ejecución del experimento con respecto a lo planeado.

10.1.1 Declaración del Problema

Estudiar el comportamiento de *Cubic Spline Interpolation* como medida de distancia utilizada en el descubrimiento de reglas significativas en series temporales complejas y en presencia de ruido.

Cubic Spline Interpolation y otras medidas de distancia serán incorporadas en los dos algoritmos específicos llamados “**Rule Bit Saves**” y “**Find Antecedent Candidates**” propuestos por Mohammad Shokoohi-Yekta y colaboradores en [1]. Es importante señalar, que por cada medida de distancia utilizada, se creará una nueva versión de ambos algoritmos.

La precisión en el hallazgo de reglas significativas será medido a través de la ejecución, la comparación y el análisis de cada versión de los algoritmos, mediante la utilización de al menos cinco fuentes de datos temporales de complejidad variada y en presencia de diferentes grados de ruido.

10.1.2 Factores

En el diseño de experimentos, un factor es aquel componente que tiene cierta influencia en las variables de respuesta [2]. El objetivo de un experimento es determinar esta influencia. A su vez, cada factor cuenta con varios niveles posibles con los cuales experimentar.

Usando la información recolectada en esta etapa de la investigación, así como la experiencia adquirida por el estudiante y expuesta en los capítulos anteriores, se han seleccionado inicialmente los siguientes dos factores para su estudio:

1. Las métricas o medidas de distancia

Se utilizarán dos algoritmos para la ejecución del diseño de experimental:

- 1- “**Rule Bit Saves**” utilizado en la identificación de potenciales reglas o patrones significativos (*detección de reglas Motif en [1]*) y 2- “**Find Antecedent Candidates**”, creado para probar capacidad predictiva de las reglas motif identificadas en el algoritmo anterior, sobre cada uno de los conjuntos de datos. Ambos algoritmos serán modificados y adaptados a cada medida de distancia y

su ejecución sobre cada conjunto de datos, será realizada en forma controlada e independiente.

Las medidas de distancia utilizadas, son las siguientes:

- ***Distancia Euclidiana***
- ***Swale***
- ***Spade***
- ***EPR***
- ***Cubic Spline Interpolation***

2. El conjunto de datos, tamaño y complejidad

Los niveles de ruido, la valoración de la complejidad y el tamaño de cada conjunto de datos, se encuentran aún pendientes de determinar. Dicha clasificación estará dada en al menos tres niveles que permitan medir la complejidad de cada conjunto de datos.

En el experimento, se utilizarán los siguientes conjuntos de datos:

- 1. **“Energy disaggregation dataset”**: contiene el amperaje del consumo diario de una casa promedio durante un año.
- 2. **“Zebra finch vocalizations”**: contiene las grabaciones del canto de un pájaro *“Zebra”* durante sus primeros 100 días de vida.
- 3. **“Daily basis activity data set”**: este conjunto de datos contiene información telemétrica de actividades cotidianas de una persona.
- 4. **“NASA telemetry data”**: contiene medidas de voltajes erróneas producidas por las válvulas utilizadas en los transbordadores espaciales de la NASA, utilizadas para el estudio y la detección de anomalías .

Los conjuntos de datos anteriores, fueron seleccionados pensando primordialmente en facilitar la ejecución del diseño de experimentos con base en los resultados obtenidos en [1]. Lo anterior permitirá generar resultados mucho más confiables durante la ejecución de las pruebas.

En la tabla 1, presentada a continuación, se resumen los factores que se utilizarán para evaluar los resultados de ambos algoritmos, para cada conjunto de datos.

Algoritmos	Factores	
	Conjunto de Datos	Medida de Distancia
Rule Bit Saves Find Antecedent Candidates	Energy Disaggregation Zebra Finch Vocalizations Daily Basis Activity NASA Telemetry Data	Distancia Euclidiana Swale Spade EPR Cubic Spline Interpolation

Tabla 1. Resumen de los factores que se utilizarán en el diseño de experimentos.

10.1.3 Variables de Respuesta

Dado que la hipótesis afirma maximizar el nivel de exactitud en la identificación de reglas significativas y el hallazgo de segmentos antecedentes sobre los diferentes conjuntos de datos, se ha seleccionado **la exactitud** como la única variable de respuesta para ambos algoritmos:

1. *Medición de la exactitud sobre el algoritmo “Rule Bit Saves”*

Cálculo del total de aciertos en la identificación de reglas *motif* (potenciales reglas significativas) sobre cada conjunto de prueba, mediante la ejecución de las cinco diferentes versiones del algoritmo.

2. *Medición de la exactitud sobre “Find Antecedent Candidates”*

Una vez que las reglas *motif* han sido identificadas, se requiere calcular para cada una de ellas, el total de aciertos en el hallazgo de segmentos antecedentes (*predicciones*), sobre cada conjunto de datos, para cada una de las medidas de distancia implementadas en las cinco versiones del algoritmo.

10.1.4 Recolección de Datos

Las variables de respuesta serán recolectadas de forma automática, una vez concluida la ejecución de cada una de las versiones de ambos algoritmos.

La automatización de la recolección de las variables de respuesta será posible mediante la implementación del ambiente de pruebas.

10.1.5 Análisis Estadístico

Una vez concluída la ejecución del experimento, se deben analizar los resultados para comparar ambos algoritmos en sus diferentes versiones. Para esta comparación, se debe analizar si existe una diferencia significativa en los promedios obtenidos de la variable de respuesta para cada uno de los distintos grupos. Un análisis de varianza permite saber si la diferencia en la media de varias poblaciones es significativa debido a la influencia de alguno de los factores [3].

En primera instancia, se harán las pruebas de normalidad utilizando el valor p para mostrar si los resultados cumplen o no los requisitos para una prueba paramétrica. Posteriormente, una vez realizada la prueba de normalidad, se utilizará el método estadístico, no paramétrico llamado “*Kruskal-Wallis-Test*”. Mediante el uso de este método, no se tiene que asumir que las poblaciones siguen una distribución normal, únicamente se utilizarán muestras independientes provenientes de distintas fuentes de datos; poblaciones no relacionadas cuyas muestras no se afectan unas con otras [26].

10.2 Ambiente de Desarrollo

Para el desarrollo de la propuesta de investigación actual, se implementará una plataforma que cumpla con dos características principales:

1. Que la plataforma se pueda ejecutar sobre los sistemas operativos Windows y Linux: esto implica que el código fuente debe ser escrito en un lenguaje de programación capaz de correr en los dos sistemas operativos, con un número mínimo de cambios y que las bibliotecas utilizadas estén disponibles para los dos sistemas operativos.
2. Que las herramientas y bibliotecas a utilizar sean gratuitas al menos para uso académico.

Basado en estas dos características, se ha elegido una lista de posibles soluciones de software a utilizar. Como se indica, esta lista es preliminar, por lo que se prevén posibles cambios durante el desarrollo de la tesis.

- **Sistema Operativo:** Windows 8.1 y Linux Ubuntu 16.04.1 LTS.
- **Lenguaje de programación:** Matrix Laboratory (MATLAB).

11 Plan de Trabajo

El plan de trabajo de esta propuesta de investigación debe verse como la secuencia de actividades que se deberán ejecutar para producir los entregables mencionados en la sección nueve de este documento.

En la tabla 1, se presenta el detalle de cada uno de los entregables, sus respectivos objetivos y su respectiva duración.

Entregable	Objetivos	Duración (Dado en Semanas)
Modificación del software utilizado para la identificación de reglas motif y el hallazgo de reglas significativas	Incorporar todas medidas de distacia propuestas en ambos algoritmos.	4
Preprocesamiento de datos		1
Desarrollo e implementación de un ambiente de pruebas	Implementar un ambiente de pruebas que permita la ejecución de las diferentes versiones de ambos algoritmos.	3
Documento final con la recopilación y el análisis del diseño de experimentos	Ejecución del diseño de experimentos preparado, incluyendo la medición de las métricas definidas, para determinar si hay diferencias significativas entre los algoritmos.	2
Documento final del análisis de varianza no paramétrico y caracterización de los resultados obtenidos	Ejecutar y reportar el análisis de varianza no paramétrico, para aceptar o rechazar la hipótesis.	2
Desarrollo de un artículo científico	Preparar un artículo científico para ser presentado en una alguna revista afin al tema desarrollado en esta propuesta.	2
Documento final de tesis		2

Tabla 1. Listado de entregables, objetivos relacionados y duración.

Finalmente, como se observa en la tabla 2, el cronograma consta de un plazo de dieciséis semanas para la completitud del proyecto.

Entregable	Semanas															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Modificación del software utilizado para el hallazgo de reglas significativas																
Preprocesamiento de datos																
Desarrollo e implementación de un ambiente de pruebas																
Documento final con la recopilación y el análisis del diseño de experimentos																
Documento final del análisis de varianza no parametrico y caracterización de resultados																
Desarrollo de un artículo científico																
Documento final de tesis																

Tabla 2. Cronograma.

Referencias

- [1] Shokoohi-Yekta, Chen, Bilson, Bing Hu, Zakaria and Eamonn Keogh. University of California, Riverside. "*Discovery of Meaningful Rules in Time Series*". KDD 2015, Proceedings of the 21th ACM SIGKDD. International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. Pages 1085-1094.
- [2] D. C. Montgomery. "*Guidelines for designing experiments, design and analysis of experiments*." 5th Edition, 2000, pp. 13-17".
- [3] R. L. Mason. "*Statistical Design and Analysis of Experiments With Applications to Engineering and Science*." Second Edition. John Wiley & Sons. 2003.
- [4] M. Vlachos, G. Kollios, and D. Gunopulos. "*Discovering similar multidimensional trajectories*." Proc 18th Int. Conf. Data Eng. pp. 673-684, 2002.
- [5] S. Chu, E. Keogh, and D. Hart, "*Iterative Deepening Dynamic Time Warping for Time Series*". pp. 195-212, 2002.
- [6] H. Li, X. Wan, Y. Liang, and S. Gao. "*Dynamic Time Warping Based on Cubic Spline Interpolation for Time Series Data Mining*." 2014 IEEE Int. Conf. Data Min. Work., pp. 192-6, 2014.
- [7] C. Ratanamahatana and E. Keogh, "*Everything you know about dynamic time warping is wrong*." Third Work. Min. Temporal Seq. Data, pp. 222-5, 2004.
- [8] G. Al-Naymat, S. Chawla, and J. Taheri. "*SparseDTW: A novel approach to speed up dynamic time warping*." Conf. Res. Pract. Inf. Technol. Ser., vol. 101, no. December 2003, pp. 117-127, 2009.

- [9] H. Ding, G. Trajcevski, and P. Scheuermann, "*Querying and mining of time series data: experimental comparison of representations and distance measures.*" Proc. VLDB Endow., vol. 1, no. 2, pp. 15421552, 2008.
- [10] A. Mueen, E. Keogh, Q. Zhu, S. Cash, and B. Westover, "*Exact Discovery of Time Series Motifs*". Proc. 2009 SIAM Int. Conf. Data Min., pp. 473484, 2009.
- [11] A. M. Denton, C. A. Besemann, and D. H. Dorr, "*Pattern-based time-series subsequence clustering using radial distribution functions.*" Knowl. Inf. Syst. Vol. 18, no. 1, pp. 127, 2009.
- [12] J. Hu, J. B. Gao, and K. D. White, "*Estimating measurement noise in a time series by exploiting nonstationarity.*" vol. 22, pp. 807819, 2004.
- [13] G. Das, K. Lin, H. Mannila, G. Renganathan, and P. Smyth. "*Rule discovery from time series.*" Knowl. Discov. Data Min, pp. 1622, 1998.
- [14] G. Al-Naymat, S. Chawla, and J. Taheri. "*SparseDTW: A novel approach to speed up dynamic time warping.*" Conf. Res. Pract. Inf. Technol. Ser., vol. 101, no. December 2003, pp. 117127, 2009.
- [15] E. Keogh, Exact indexing of dynamic time warping, in: Processings of the 28th VLDB Conference, 2005, pp.358-380.
- [16] Michael Morse, Jignesh M. Patel, "*An Efficient and Accurate Method for Evaluating Time Series Similarity*". University of Michigan
- [17] Park, S and Chu, S.W. Discovering and Matching Elastic Rules from Sequence Databases. Fundam. Inform. 47, 2001.
- [18] Wu, H., Salzberg, B., and Zhang, D., Online Event-driven Subsequence Matching over Financial Data Streams, SIGMOD Conference, 2004: 23-34.
- [19] Gribovskaya, E., Kheddar, A., and Billard, A. Motion Learning and Adaptive Impedance for Robot Control during Physical Interaction with Humans. ICRA 2011.

- [20] Brotzge, J. and Erickson, S., Tornadoes without NWS warning. *Weather Forecasting*, 25, 159-172. 2010.
- [21] McGovern, et al. Identifying Predictive Multi-Dimensional Time Series Motifs: An application to severe weather prediction. *Data Mining and Knowledge Discovery*. 2010.
- [22] Li, G, Ji, S., Li, C, and Feng, J. Efficient type-ahead search on relational data: a TASTIER approach. *SIGMOD Conference 2009*: 695-706.
- [23] Weiss, S, Indurkha, N, and Apte, C. Predictive Rule Discovery from Electronic Health Records. *ACM IHI*, 2010.
- [24] Eamonn Keogh, Shruti Kasetty, University of California, Riverside. On the Need for Time Series Data Mining Benchmarks: A Survey and Empirical Demonstration.
- [25] Tak-chung Fu, A review on time series data mining, Department of Computing, Hong Kong Polytechnic University, Hunghom, Kowloon, Hong Kong, 2010.
- [26] Yvonne Chan, Roy P Walmsley. Learning and Understanding the Kruskal-Wallis One-Way Analysis-of-Variance-by-Ranks Test for Differences Among Three or More Independent Groups. Published on December 1997.
- [27] Carmelo Cassisi, Placido Montalto, Marco Aliotta, Andrea Cannata and Alfredo Pulvirenti. Similarity Measures and Dimensionality Reduction Techniques for Time Series Data Mining. 2012 Cassisi et al.
- [28] Han and Kamber (2005). *Data Mining: Concepts and Techniques*. Morgan Kaufmann Publishers, CA.
- [29] Rakthanmanon, T., Campana, B., Mueen, A., Batista, G., Westover, B., Zhu, Q., Zakaria, J., and Keogh, E. (2012). Searching and mining trillions of time series subsequences under 54 dynamic time warping. In *Proceedings of the 18th ACM*

SIG KDD international conference on Knowledge discovery and data mining, pages 262-270. ACM.

- [30] Gustavo Batista, Xiaoyue Wang, Eamonn J. Keogh, A Complexity-Invariant Distance Measure for Time Series, University of California, Riverside, University of Sao Paulo - USP.
- [31] Michael Morse, Jignesh Patel. An Efficient and Accurate Method for Evaluating Time Series Similarity. University of Michigan. SIGMOD07, June 11-14, 2007, Beijing, China.
- [32] D. Berndt, J. Clifford. Using Dynamic Time Warping to Find Patterns in Time Series. In AAAI-94 Workshop on Knowledge Discovery in Databases, pages 359-370, 1994.
- [33] Robert Shumway, David Stoffer. Time Series Analysis and Its Applications - With R Examples. Third edition. Pages 1-7. 2011.
- [34] Chotirat Ann Ratanamahatana, Jessica Lin, Dimitrios Gunopulos, Eamonn Keogh. Mining Time Series Data. University of California, Riverside. 2014.
- [35] Yueguo Chen Mario A, Nascimento Beng Chin Ooi, Anthony K. H. Tung. National University of Singapore. University of Alberta. On Shape-based Pattern Detection in Streaming Time Series.