Second Partial for MATE-1214 Cálculo Integral con Ecuaciones Diferenciales

25/09/2018

Name:
Surname:
Student Code:

1. Solve the following initial-value problem

$$\begin{cases} 2ye^{y^2}y' = 2x + 3\sqrt{x}, \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

2. Solve the following first order ODE

$$x^2y' - y = 2x^3e^{-\frac{1}{x}}.$$

3. Solve the following homogeneous second order ODE

$$2y'' - 2y' + 3y = 0.$$

4. Solve the following non homogeneous second order ODE

$$y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}$$

5. Newton's law of cooling states that the rate of temperature change of an object is proportional to the difference between the temperature T of the object and T_e, the temperature of the surrounding environment. That is

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_e).$$

Newton's law is used in legal medicine to estimate the time of death of a person. Normal body temperature is 37.6 °C, and it starts cooling immediately after death occurs. Experimentally it has been found that $k = -0.1947$. Suppose that the environment temperature is of 15 °C and the one of the body measured at time 0 is 22 °C. Find the time of the death (t in minutes).

La ley de enfriamiento de Newton dice que la taza de cambio de la temperatura de un objeto es proporcional a la diferencia entre la temperatura T del objeto y la temperatura T_e del medio que lo rodea. Es decir:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_e).$$

La ley de enfriamiento de Newton se utiliza en medicina legal para estimar el momento de la muerte de una persona. La temperatura normal de un cuerpo es de 37.6 °C, e inmediatamente después de la muerte empieza a enfriarse. Se ha determinado experimentalmente que la constante en la ley de Newton es de $k = -0{,}1947$. Asuma que la temperatura del entorno es de 15 °C y la del cuerpo es de 22 °C al tiempo $t = 0$. Encuentre la hora de la muerte (t en minutos).

6. A country has $10 billion in circulation, and each day $50 million comes into the country's banks. The government decides to introduce new currency by having the banks replace old bills with new ones whenever old currency comes into the banks. Let $x = x(t)$ denote the amount of new currency in circulation at time t, with $x(0) = 0$.

   - Formulate a mathematical model in the form of an initial-value problem that represents the "flow" of the new currency into circulation. [*Hint: the bank could be modelled like a water tank. Use* $1 *billion for* x *units and* 1 *day for time units.*]
   - Solve the initial-value problem.
   - How long will it take for the new bills to account for 90% of the currency in circulation?

   Un país tiene $10 billiones circulando, y cada día $50 milliones entran en el banco del país. El gobierno decide introducir una nueva moneda remplazando los billetes viejos con nuevos cada vez que los viejos entran al banco. Sea $x = x(t)$ la cantidad de moneda nueva en circulacion al tiempo t, con $x(0) = 0$.

   - Fomúle un modelo matemático en la forma de un problema de valores iniciales que represente el "flujo" del nuevo dinero en circulación.[*Sugerimiento: el banco se puede modelar como si fuera un tanque de agua. Utilize* $1 *billion como unidades por* x *y* 1 *día por unidades por el tiempo.*]
   - Resuelva el problema de valores iniciales.
   - ¿Cuánto tiempo es necesario para que los billetes nuevos sean el 90 % de los billetes en circulación?