

Miércoles y Viernes
9.00-11.00
Aula O_304

...

Mauro Artigiani

m.artigiani@uniandes
.edu.co

Horario de atención:

Lunes 11.00-13.00

Oficina: H-001

Página del curso:

<https://m-artigiani.github.io/teaching/sisdin20191>

MATE-3216, MATE-4216 · Introducción a sistemas dinámicos

Universidad de los Andes

Semestre 2019 - I

Descripción del curso:

Un sistema dinámico es un objeto que evoluciona con el pasar del tiempo. Ejemplos de sistemas dinámicos son las nubes en la atmósfera terrestre, los electrones que se mueven en un campo magnético o las bolas en una mesa de billar. El estudio de los sistemas dinámicos, que empezó con el trabajo de Henri Poincaré a comienzos del siglo XX, está en la intersección de varias áreas de las matemáticas.

De hecho, los sistemas dinámicos no son interesantes solo por si mismos, sino por su utilidad en solucionar problemas de otras áreas de las matemáticas, aún aquellas que no parecen tener nada de dinámico. Muchas veces se puede traducir un problema matemático, por ejemplo de teoría de los números, en términos dinámicos, y tener un nuevo punto de vista útil para solucionarlo.

Este curso es una introducción a la teoría de los sistemas dinámicos. Trabajaremos a través de ejemplos básicos, que nos permitirán introducir de manera natural las nociones fundamentales de la teoría.

Además, discutiremos sobre dinámica topológica en espacios métricos y de entropía topológica, una medida de que tan caótico puede ser un sistema dinámico.

La segunda parte del curso estará enfocada en la dinámica simbólica, que es una manera de tratar desde un punto de vista abstracto muchos sistemas dinámicos al mismo tiempo. Hablaremos también de las conexiones de la dinámica simbólica con grafos y con la búsqueda en Internet.

En la última parte del curso introduciremos la teoría de la medida para hablar de ergodicidad, otra noción de caoticidad y algunos resultados clásicos, como el teorema de Birkhoff, que fueron centrales en la evolución del tema

Prerrequisitos:

MATE-2201 Análisis 1. (Topología y Teoría de la medida no son necesarios, pero podrían ser útiles.)

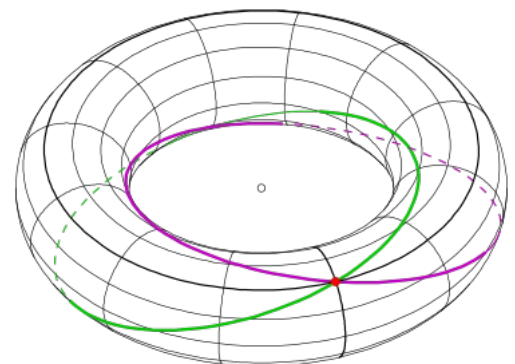
Objetivos del curso

Al finalizar el curso los estudiantes:

- Conocerán distintos ejemplos de sistemas dinámicos y sus propiedades;
- Compararán y contrastarán distintos sistemas dinámicos;
- Usarán sistemas dinámicos para probar asuntos de teoría de números y geometría;
- Evaluarán cantidades como la entropía topológica o propiedades estadísticas;
- Plantearán un problema desde varios puntos de vista, utilizando a sus conocimientos previos.

Las tareas a lo largo del curso permitirán que los estudiantes desarrollen sus competencias para escribir soluciones, razonamientos y pruebas matemáticas y para trabajar en equipo a la hora de enfrentar problemas difíciles.

Los estudiantes de maestría presentarán un proyecto que los ayudará a desarrollar sus capacidades comunicativas.



Evaluación

MATE-3216: tres tareas 50%, un parcial (mid-term) 20%, examen final 25%, 5% participación.

MATE-4216: dos tareas 35%, un parcial (mid-term) 20%, examen final 25%, proyecto 20%

Las notas finales serán aproximadas a la décima más cercana.

Proyecto: Los estudiantes de maestría tienen que sugerir un proyecto, que puede ser la lectura de un artículo, la escritura de un programa para hacer simulaciones, el cálculo de algunos ejemplos difíciles previamente discutidos con el profesor. El proyecto tiene que ser escogido después del parcial, y presentado durante el último mes del curso.

Participación: La participación no es obligatoria, pero es altamente incentivada. El objetivo es trabajar juntos en los ejemplos, buscando una participación activa de todos los estudiantes.

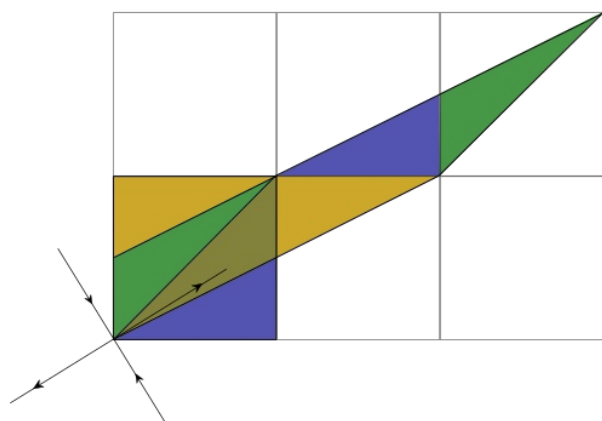
Las tareas se pueden escribir en inglés o español.

Se recomienda escribirlas en LaTeX pero no es necesario.

Las tareas deben entregarse (por correo o en el buzón) antes de las 5pm.

Cada día de retraso causa una penalidad del 15% en la nota.

El trabajo en equipos pequeños está incentivado. Cada uno tiene que entregar su tarea, escribiendo claramente con quien trabajó.



Libros y notas:

- Corinna Ulcigrai, Lecture notes on Dynamical Systems, 2018 (disponible en la pagina del curso).
- Michael Brin, Garrett Stuck, Introduction to Dynamical Systems, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

Para profundizar:

- Boris Hasselblatt, Anatole Katok, Dynamics: A first course, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- Omri Sarig, Lecture notes on measure theory.
- Omri Sarig, Lecture notes on ergodic theory.

<http://www.weizmann.ac.il/math/sarigo/ergodic-theory-course>

Línea de tiempo

•SEMANAS 1–3: Ejemplos: rotaciones del círculo, mapeos expansivos del círculo, mapeos cuadráticos, mapeo de Gauss y las fracciones continuas.

•SEMANAS 4–6: Ejemplos: automorfismos del toro, flujos y suspensiones. Dinámica topológica: conjunto limite, reaparición, transitividad y mezclamiento topológico.

•SEMANAS 6–9: Dinámica topológica: entropía topológica, ejemplos. Dinámica simbólica: códigos, desplazamiento lateral y sub-desplazamiento de tipo finito, cadenas de Markov topológicas.

•SEMANAS 9–12: Dinámica simbólica: propiedades dinámicas de la cadenas de Markov topológicas, aplicaciones a la búsqueda en Internet. Teoría de la medida: introducción y resultados fundamentales.

•SEMANAS 12–16: Teoría ergódica: reaparición, teorema de Poincaré. Ergodicidad y mezclamiento, ejemplos. Teoremas ergodicos. El mapeo de Gauss desde el punto de vista ergódico.

Cronograma:

Primer día de clase: 23 enero 2019.

Entrega primera tarea: 15 febrero 2019.

Entrega segunda tarea: 8 marzo 2019.

Entrega 30% de la nota: 15 marzo 2019.

Ultimo día para retiro del curso: 22 marzo 2019.

Examen parcial: 22 marzo 2019

Entrega tercera tarea / decisión proyecto: 17 abril 2019.

Último día de clase: 10 mayo 2019.

Examen final: 13 mayo 2019 – 29 mayo 2019.

**Unos videos
chéveres**

Jos Leys, Étienne
Ghys and Aurélien Alvarez,
Chaos: una aventura
matemática

[http://www.chaos-
math.org/es](http://www.chaos-math.org/es)

Reclamos:

Las notas serán entregadas por SICUA y/o Banner. Los exámenes y tareas se devuelven en la siguiente sesión a la entrega (virtual) de notas. Quien quiera reclamar deberá entregar inmediatamente el examen o la tarea al profesor.

“Todo estudiante que desee formular un reclamo sobre las calificaciones de cualquier evaluación o sobre la nota definitiva del curso deberá dirigirlo por escrito y debidamente sustentado al profesor responsable de la materia, dentro de los cuatro (4) días hábiles siguientes a aquel en que se dan a conocer las calificaciones en cuestión. El profesor dispone de cinco (5) días hábiles para resolver el reclamo formulado; vencido el término, informará al estudiante la decisión correspondiente.”