请问股票价格服从对数正态分布的均值和方差是怎么推导出来的?

4 个回答

彼尔德

我们仍未知道那天所吃掉的饼干的名字。

股票价格服从对数正态分布，其实是收益率服从正态分布的意思：日收益率r就等价于前后两天股票价格之比的对数，其实就是等价无穷小。或者也可以从连续复利的角度来看。

$$r_{\mathrm{day},t} = \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1 \sim \ln\frac{S_t}{S_{t-1}}, \text{ for } \frac{S_t}{S_{t-1}} \to 1 \text{ small enough}$$

然后我们就说，收益率r服从正态分布，或者给定前一天的股票价格，明天的股票价格服从对数正态分布，$r_t \sim N(\mu_t, \sigma_t^2) \Rightarrow S_t|S_{t-1} \sim \ln N(\mu_t \ln S_{t-1}, \sigma_t^2 \ln^2 S_{t-1})$。

对于一个服从对数正态分布的随机变量，$X \sim \ln\mathcal{N}(m, v^2)$ 也即 $\ln X \sim \mathcal{N}(m, v^2)$，它的期望和方差就等于 $\mathbb{E}[X] = e^{m+v^2/2}$, $\mathrm{Var}(X) = (e^{v^2} - 1)e^{2m+v^2}$。这个可以从密度分布函数推出来：

$$f_X(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Pr(X \le x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Pr(\ln X \le \ln x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Phi\left(\frac{\ln x - m}{v}\right)$$
$$= \varphi\left(\frac{\ln x - m}{v}\right)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{\ln x - m}{v}\right) = \varphi\left(\frac{\ln x - m}{v}\right)\frac{1}{vx}$$
$$= \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{v\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(\ln x - m)^2}{2v^2}\right).$$

，然后就是用期望和方差的定义，

$$\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx,\ \mathrm{Var}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mathbb{E}X)^2 f_X(x) dx$$ 。

发布于 2019-11-20 01:31