

# KMV-Merton 模型预测 企业财务困境的有效性来源剖析

蔡玉兰(博士)

(华南理工大学工商管理学院, 广州 510640)

**【摘要】** 鉴于违约距离与 Z-Score 模型函数形式的差异, 本文将违约距离拆分成类似于 Z-Score 模型的线性表达形式, 从理论上分析了违约距离对企业财务困境的预测能力, 其实际上来源于它度量了资产波动性对企业财务困境的直接和间接影响, 间接影响体现在资产波动性与杠杆率的交互作用上, 这种交互作用恰类似于总杠杆率的作用。为了说明资产波动性与财务困境的关系, 本文从经济学视角建立了一个简单的理论模型, 证实资产波动性越大, 企业的财务困境风险越高。

**【关键词】** KMV-Merton 模型; 违约距离; 财务困境; 预测能力

## 一、引言

目前, KMV-Merton 模型已成为企业财务困境预测研究的主流方法之一, 国内也涌现出大量相关的实证分析文献。不过, 这些文献主要集中在模型的适用性验证和方法改进上(韩璐、宏伟和韩立岩, 2014)。大多数文献指出, KMV-Merton 模型在财务困境预测中有较好的表现, 却对模型本身的统计属性知之甚少(Bharath 和 Shumway, 2008)。比如, 模型的预测能力究竟源于它涵盖了哪些关键变量的信息? 是否得益于其非线性函数形式? 模型的输出结果违约距离(distance-to-default, 以下简称 DD)或违约概率(Default Probability)是否为一个充分的预测指标? DD 对企业财务困境的显著作用究竟表达了什么? 继 Bharath 和 Shumway(2008)的研究后, 并未见相关文献对这些问题展开理论或实证分析。

相比 Altman 的 Z-Score 模型, KMV-Merton 模型要复杂得多。Z-score 模型是几个明确的财务比率的线性组合, 而 KMV-Merton 模型则是多个变量的非线性函数。从不同的视角看, 这种非线性函数所表达的内涵是不一样的。如, 从模型的基本原理出发, 模型将公司陷入财务困境的过程描述为公司价值下降的具体表现, DD 是由公司当前市场价值(V)、预期资产价值的增长率( $\mu$ )、资产价值的波动率( $\sigma_V$ )、公司负债规模(B)、债务到期时间(T)这六个要素所决定的。

而 Moody's KMV 公司的研究者 Crosbie 和 Bohn(2003)指出, 以下三个因素决定着一个公司是否会陷入财务困境: 公司资产的市场价值(V)、资产价值的波动性( $\sigma_V$ )以及杠杆率(F/V)。DD 就是由这三个因素综合而成的单一指标。还有一个角度, 就是 DD 同 Z-Score 的函数

形式的差异, 如果将 DD 拆分成线性形式的表达, DD 又反映了什么? 本文即从这一视角来分析 DD 对企业财务困境的作用。

## 二、KMV-Merton 模型

有关 KMV-Merton 模型的最终输出结果可见 Crosbie 和 Bohn(2003)的详细推导, 这里直接给出结果:

$$DD = \frac{\ln(V/F) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}} \quad (1)$$

$$P_{\text{def}} = N(-DD) = N\left\{-\frac{\ln(V/F) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}}\right\} \quad (2)$$

其中: V 为公司资产价值, F 为公司负债的账面价值;  $\mu$  为预期资产收益率;  $\sigma_V$  为公司资产价值的波动性; T 为债务到期时间。

模型将违约距离表述为公司资产价值远离违约点的标准差倍数, 违约概率即为违约距离在正态分布假设下的预期违约概率。模型中 V 和  $\sigma_V$  是不可直接观测的, 纵观国内外有关文献, 主要有三种求解方法: ①联立方程组

法, 即联立式(1)及其关系函数  $\sigma_E = N(d_1)\left(\frac{V}{E}\right)\sigma_V$ 。其中, E 为权益市值,  $\sigma_V$  为权益波动率,  $N(\cdot)$  为标准正态分布函数。国内大多数文献都是采用该方法来求解 V 和  $\sigma_V$  的。②迭代算法。Crosbie 和 Bohn(2003)指出, 实践中公司杠杆变化太快, 联立方程组法得出的结论不尽可靠, 有时甚至是相反的, 故而推荐使用迭代算法。Vasslou 和 Xing(2004)、Reisz 和 Perlich(2007)、Campbell 等(2008)都采用了迭代程序进行求解。国内也有部分学者采用了迭代算

法,如叶军(2008)、陈小平(2008)、孔德营和李晓峰(2012)等。③Bharath和Shumway(2008)的naïve算法。因迭代算法太过复杂,Bharath和Shumway(2008)进而提出了一种简单的替代算法,并证明了它的优越性。随后Agarwal和Taffler(2008)、Charitou et al.(2013)、Bauer和Agarwal(2014)等都采用了他们的naïve算法,只是还未见国内学者对这一算法进行本土化的验证和改进。

### 三、违约距离的拆分

根据式(2),在设定 $T=1$ 的条件下(由于大多数研究都使用年度观测数据, $T$ 便设定为1),DD可拆分为:

$$\begin{aligned} DD &= \frac{\ln(V/F) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2\right)T}{\sigma_V\sqrt{T}} \\ &= \frac{\ln(V/F) + \mu - \frac{1}{2}\sigma_V^2}{\sigma_V} \\ &= \frac{\ln(V/F)}{\sigma_V} + \frac{\mu}{\sigma_V} - \frac{1}{2}\sigma_V \\ &= \frac{1}{\sigma_V} \times \left(-\ln\frac{F}{V}\right) + \frac{\mu}{\sigma_V} - \frac{1}{2}\sigma_V \end{aligned} \quad (3)$$

Crosbie和Bohn(2003)、Agarwal和Taffler(2008)都指出,模型输出的结果对于 $\mu$ 的选择并不敏感;Afik、Arad和Galil(2012)也发现,Bharath和Shumway(2008)的naïve算法的判别能力不是 $\mu$ 的设定结果,而是源于其资产波动性的特殊估计;通常情况下, $\mu$ 都被设定为无风险利率,故而可将 $\mu$ 视为一个常数对待。于是,DD的大小便取决于 $\sigma_V$ 和 $F/V$ 两个因子。 $\sigma_V$ 为资产波动率,是度量企业经营风险的一个指标; $F/V$ 为市场价值的杠杆率,衡量企业的财务风险。

很多学者都指出,正是因为包含了资产波动性和杠杆率的度量,KMV-Merton模型才为企业破产预测提供了重要信息(Hillegeist et al., 2004; Campbell et al., 2008)。也正因为如此,近年来多数风险模型中(Shumway, 2001; Chava和Jarrow, 2004; Campbell et al., 2008; Wu et al., 2010; Christidis和Gregory, 2010; Tinoco和Wilson, 2013)都包含了这两个指标的原因。

按照式(3),DD是三项因子的线性组合: $\frac{1}{\sigma_V} \times \ln\frac{F}{V}$ 、 $\frac{1}{\sigma_V}$ 及 $\sigma_V$ ,而 $\frac{1}{\sigma_V}$ 和 $\sigma_V$ 其实只是一个因子而已,都表达了资产的经营风险。根据Moody's KMV公司对违约距离的定义,这三个因子实际上就简化为如下两个因子:

$$DD = \frac{V-F}{V \times \sigma_V} = \frac{1}{\sigma_V} - \frac{1}{\sigma_V} \times \frac{F}{V} \quad (4)$$

根据式(4)可知,违约距离实际上是两个关键项的线性组合:一是资产波动率的倒数 $\frac{1}{\sigma_V}$ ;二是资产波动率的

倒数与杠杆率的乘积项 $\frac{1}{\sigma_V} \times \frac{F}{V}$ 。于是违约距离与企业财务困境的关系,便可解释为如图1所示的关系:

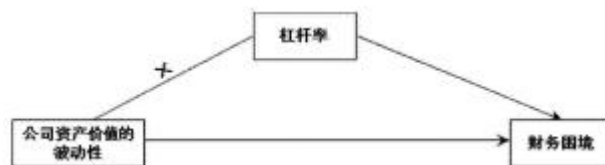


图1 DD拆分后的表现

这也就表明,DD对企业财务困境的显著解释力实际上来源于两个方面:一是资产波动性对企业财务困境的直接影响;二是资产波动性通过杠杆率对企业财务困境的间接影响。

这种分解表明了DD实际上是概括了资产波动率对企业财务困境的直接和间接影响的一个综合指标,违约距离本质上反映的是公司资产价值的波动是如何影响企业财务困境的。DD的有效性就源于它度量了资产波动性的直接和间接影响,资产波动率才是它的关键所在。

### 四、拆分项的理论解释

在财务管理上,公司资产价值的波动性实际上体现了企业的经营风险状况,而杠杆率反映企业的财务风险,于是图1又可描述为如图2所示的理论关系:



图2 DD拆分后的理论解释

图2表明,企业陷入财务困境的过程是其经营风险直接影响和间接影响共同作用的结果。经营风险本质上是经济风险和营业风险累计的影响,涵盖了外部环境对企业的影响。任何一个企业,即使不负债经营,也一定会面临经营风险。因而,经营风险对企业陷入财务困境的直接影响就很容易理解。然而,由于经营风险不可直接观测,且其影响具有滞后性,很多研究便忽略了这一度量,转而只考虑财务风险的影响。这便是迄今为止的大多数研究都会考虑杠杆率变量的原因。还有一个可能的原因是,杠杆率实际上是个内生决定的变量,它已经包含了一些不可观测的异质性信息,正是由于这种内生性,杠杆率对企业违约有非常重要的解释力,从而在包含了杠杆率指标后,很多其他指标的作用都明显下降(Molina, 2005)。

至于经营风险的间接作用,可借助财务管理中的总杠杆来理解。Crosbie和Bohn(2003)在详细介绍Merton违约距离模型的应用框架时指出,杠杆率有放大企业资产价值波动性的作用。换句话说,财务风险有放大企业经营风险的作用。根据崔毅等人主持的国家自然科学基金项

目“企业风险与微观经济杠杆之关系研究”的研究成果可知,经营风险在财务风险的作用下,急剧放大了企业业绩的波动程度。这种放大效应恰好通过财务风险与经营风险的交互作用来体现,在财务管理上,这种交互作用的影响程度即通过总杠杆(经营杠杆×财务杠杆)来度量。由此,  $\frac{1}{\sigma_V} \times \frac{F}{V}$  便类似于总杠杆的作用。

### 五、资产波动性与企业财务困境的关系:一个简单的经济学模型

通过上述对违约距离拆分后的分析可知,资产波动性才是违约距离最为核心的内容。为了从理论上说明资产波动性同企业财务困境的关系,以补充上节的理论分析,我们构建一个简单的经济学模型,以从经济学视角来论述  $\sigma_V$  同企业财务困境风险之间的关系。该模型建立在 Jovanovic 和 Rousseau (2002)、Bhattacharjee et al. (2009) 以及 Bhattacharjee 和 Han (2014) 的分析框架的基础上,并有以下两个基本假设:①公司按 AK 模型进行生产经营;②财务正常公司会拟定一个投资计划以确定最佳投资水平,这个投资水平会使得公司价值(未来现金流量的预期现值)最大化。

设在时间  $t$  公司  $i$  的技术水平为  $z$ , 资本存量为  $K$ 。根据 AK 模型,公司的生产函数即为:

$$\text{产出} = f(z) \times K \quad (5)$$

其中,  $f(z)$  类似于资本产出率,其取决于公司的技术水平:  $\frac{\partial f(z)}{\partial z} > 0$ 。

企业持续经营除了受到  $z$  的影响,还受到经营环境的冲击(即经营风险,用  $\sigma$  来度量)。假定  $z$  和  $\sigma$  都服从马尔科夫过程,  $z$  和  $\sigma$  相互独立,且是正自相关的,则  $z$  和  $\sigma$  满足马式双链,即:

$$P_r \left[ Z_{i,t+1} \leq z', \sigma_{t+1} \leq \sigma' \mid Z_{it} = z, U_{it} = u \right] = F(z', \sigma' \mid z, \sigma) \quad (6)$$

设  $X$  为对现有资本的追加投资,则下一期的资本存量为:

$$K' = (1 - \delta) \times K + X \quad (7)$$

其中  $\delta$  为资本折旧率,于是资本增长率为:

$$\frac{X}{K} - \delta \quad (8)$$

公司除了要为  $X$  支付一定的成本,还面临着以下不可避免的增长成本:

$$C(x)K, x = \frac{X}{K} \quad (9)$$

由于式(5)和式(9)是关于  $K$ 、 $X$  的一次齐项式,则 Fumio Hayashi 和 Tohru Inoue (1991) 的聚集条件是成立的,因此:公司的价值  $= V(z, \sigma)K$ 。

假定  $C(x)$  是对任何  $x \geq 0$  可微的、递增的函数,  $C(0) = 0$ 。设  $P$  为新投入资本的价格(即资本回报率),设  $\sigma$  对企业业绩的直接影响为  $g_1(\sigma)$ , 间接影响为  $g_2(m\sigma)$ , 则每一单位的存量资本  $K$  所带来的利润即为:

$$f(z) - C(x) - Px - g_1(\sigma) - g_2(m\sigma) \quad (10)$$

假定存在某种机制能够保证公司有最小的资本收益率  $r$  ( $r < p$ )。如果公司陷入财务困境,则下一期存量资本的单位价值  $V(z', \sigma')$  就会下跌,并小于新投入资本的价格  $p$ , 公司的剩余价值跌至最小的资本收益率水平  $r$ 。那么,对于给定的  $r$ , 在最佳的投资计划下,每单位存量资本所创造的市场价值为:

$$V_r(z, \sigma) = \max_{x \geq 0} \left\{ f(z) - C(x) - Px - g_1(\sigma) - g_2(m\sigma) + (1 - \delta)V_r'(z, \sigma) \right\} \quad (11)$$

其中,  $V_r'(z, \sigma)$  为在当期的技术水平 ( $z$ ) 和经营环境 ( $\sigma$ ) 下,下一期存量资本市场价值的贴现值。

存在内部最优的条件下,最佳的  $x$  ( $x \geq 0$ ) 满足以下一阶条件:

$$\frac{\partial V_r(z, \sigma)}{\partial x} = -C'(x) - P + V_r'(z, \sigma) = 0$$

$$\text{即: } C'(x) = V_r'(z, \sigma) - P \quad (12)$$

由于  $z$  和  $\sigma$  相互独立,且正自相关,  $V_r'(z, \sigma)$  便是  $z$  的递增函数、 $\sigma$  的递减函数。

对于给定的  $\sigma$  和  $r$ , 用  $z_d(\sigma, r)$  代表公司恰处于财务困境时的技术水平,也就是公司持续经营时的最低  $z$  值,则有:

$$V_r(z_d(\sigma, r), \sigma) = P \quad (13)$$

于是,  $z_d(\sigma, r) \uparrow \sigma, z_d(\sigma, r) \downarrow r$ 。

也就是说,当  $\sigma$  比较大时,公司要持续经营(保持财务正常状况)的最低  $z$  值也较大。此时可能多数公司都难以达到这个最低  $z$  值,从而财务困境发生的可能性也比较大,于是  $\sigma$  与财务困境风险正相关。

而当  $r$  比较大时,公司要保持财务正常的最低  $z$  值就比较容易达到,此时就会有相对较多的公司能满足这一条件,从而财务困境发生的概率较低,于是  $r$  就与财务困境风险负相关。

根据这一经济学模型,可知企业资产价值的波动性越大,企业经营越不稳定,财务困境风险 ( $P_{def}$ ) 就越高,于是,  $\sigma_V$  与  $P_{def}$  正相关。而  $P_{def}$  与违约距离是反映同一内涵但作用方向恰好相反的指标,因此,  $\sigma_V$  便与 DD 呈负相关关系,从而  $\frac{1}{\sigma_V}$  与 DD 呈正相关关系,符合违约距离的表

达式。另外,业界已普遍证实杠杆率同  $P_{def}$  是正相关关系,也就意味着杠杆率同 DD 是负相关关系,即杠杆率对违约距离有负向影响,一负一正的乘积,结果便是负向影响,于是  $\frac{1}{\sigma_V} \times \frac{F}{V}$  便同 DD 负相关,符合违约距离的表达式。

# 基于Excel的固定资产投资决策模型的构建

韩建丽, 白建勇

(枣庄学院经济与管理学院, 山东枣庄 277160)

**【摘要】** 本文基于Excel设计了一个固定资产投资决策模型,该模型既适用于独立项目决策,又适用于互斥项目决策;既可以进行固定资产新建项目的决策,又可以进行固定资产更新项目决策和固定资产经济寿命的决策。该模型设计方法简单,界面简洁、美观,而且能够根据输入的原始数据自动进行调整。

**【关键词】** 固定资产投资; Excel模型; 互斥项目; 固定资产更新; 经济寿命

## 一、引言

固定资产投资数额大、周期长,多跨年建设、多年受益,风险也较大,对企业影响深远。随着计算机技术的日益普及,财务人员逐渐认识到如果能够正确、灵活地使用Excel构建固定资产投资决策模型,可使原本复杂的计算变得非常简单,并为此进行了一些有益的尝试。

但总体而言,基于Excel的固定资产投资决策模型设计相对较少,而且存在着一些问题。比如:这些模型比较简单,适用性较差,普遍只适用于独立项目或者寿命相同的互斥项目,一旦决策对象的寿命发生改变,模型必须重新设计。为此,本文拟对固定资产投资决策模型进行改进,使之有较强的适用性,模型无须调整即能适用于包括

寿命不等的互斥项目在内的多种类型的投资决策。

## 二、固定资产投资决策模型设计

### (一)数据输入区域设计

“数据输入区域”包含了固定资产投资决策所需的原始信息,设计结果如图1所示。

本模型在B3:C11区域依次设计了“资本成本”(即折现率)、“所得税税率”、“建设期年数”、“预计使用年限”、“税法规定折旧年限”、“资本化利息”、“预计残值收入”、“税法规定残值”、“折旧方法”等项目,相关数据根据实际情况输入即可。图1中为举例数据。

建设期的“投资额”和运营期的“营业收入”、“付现成本”、“所需营运资金”等项目在数据输入区域的右侧,这

由此,在理论上,  $\frac{1}{\sigma_V}$  与  $\frac{1}{\sigma_V} \times \frac{F}{V}$  便表达了经营风险

对企业陷入财务困境过程的直接和间接作用,违约距离对企业财务困境的影响就有了财务管理理论的支撑。

## 六、结论

本文从KMV-Merton模型的输出结果违约距离的函数入手,分析了KMV-Merton模型预测企业财务困境有效性来源问题,从而改善了理论研究对KMV-Merton认识不足的局面。

理论分析发现,实际上,违约距离的显著预测作用源于它度量了资产波动率对企业财务困境的直接( $\frac{1}{\sigma_V}$ )和间接影响( $\frac{1}{\sigma_V} \times \frac{F}{V}$ ),间接影响体现在资产波动性与杠杆率的交互作用上。

从经济学的视角看,资产波动率( $\sigma$ )与企业财务困境负相关,从而  $\frac{1}{\sigma_V}$  与违约距离正相关,又因  $F/V$  与违约距

离负相关,因而  $\frac{1}{\sigma_V} \times \frac{F}{V}$  便与违约距离负相关,与违约距

离的表达式完全一致。在经济意义上,违约距离对企业财务困境的作用实际上体现了经营风险对企业陷入财务困境过程的直接和间接影响。鉴于篇幅,相关实证研究将另行成文,本文不再论述。

## 主要参考文献

- 韩璐,宏伟,韩立岩.违约预测的小波结构模型研究[J].管理工程学报,2014(4).
- Bharath S. T., Shumway T.. Forecasting default with the Merton distance to default model[J]. Review of Financial Studies, 2008(3).
- Charitou A., Dionysiou D., Lambertides N., et al.. Alternative bankruptcy prediction models using option-pricing theory[J]. Journal of Banking & Finance, 2013(7).
- Agarwal V., Taffler R.. Comparing the performance of market-based and accounting-based bankruptcy prediction models[J]. Journal of Banking & Finance, 2008(8).