

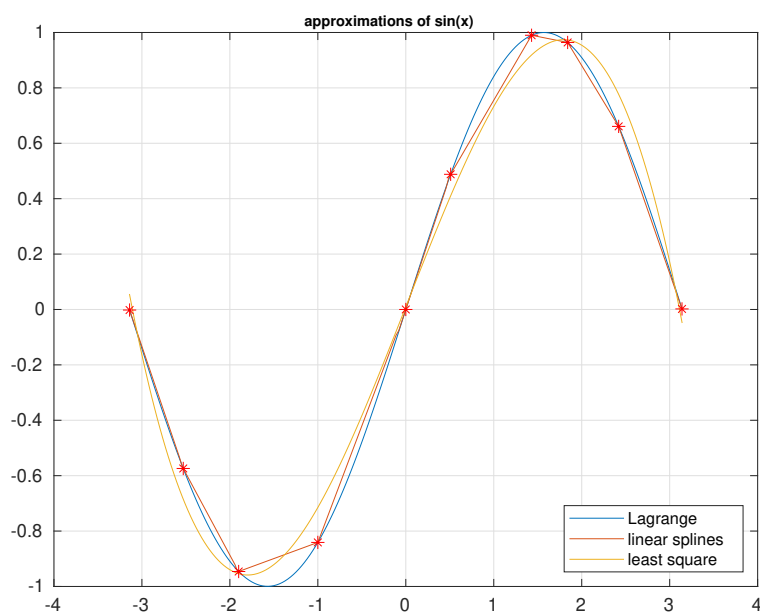
## 2η Υποχρεωτική Εργασία Στο Μάθημα της Αριθμητικής Ανάλυσης

Όνοματεπώνυμο: Γεώργιος Δάλλας  
ΑΕΜ: 4116

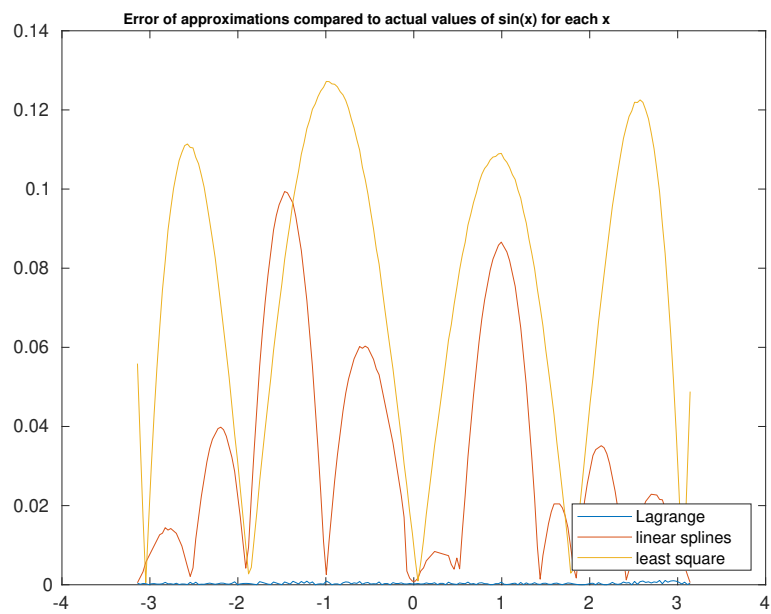
5 Μαΐου 2024

### 5 Πέμπτη Άσκηση

Γραφική παράσταση των προσεγγίσεων της  $f(x) = \sin(x)$ .



Γραφική παράσταση του σφάλματος για κάθε τιμή της  $f(x) = \sin(x)$ .



Οι 10 τιμές  $(x, y)$  που χρησιμοποιήθηκαν για την προσέγγιση της συνάρτησης είναι οι εξής:

1.  $(-3.14, -0.002)$
2.  $(-2.53, -0.574)$
3.  $(-1.9, -0.946)$
4.  $(-1, -0.841)$
5.  $(0, 0)$
6.  $(0.51, 0.488)$
7.  $(1.43, 0.990)$
8.  $(1.84, 0.964)$
9.  $(2.42, 0.661)$
10.  $(3.14, 0.002)$

Με την μέθοδο Λαγκρανγκε η προσέγγιση του ημιτόνου στο  $[-\pi, \pi]$  είναι η πιο ακριβής όπως φαίνεται και από το διάγραμμα, με μέγιστο σφάλμα που παρατηρείται και στις 200 τιμές του  $x$  να είναι ίσο με  $error = 0.000735$  και επιτυγχάνονται άρα 3 ψηφία ακρίβειας.

Για την δημιουργία μιας προσέγγισης με Σπλινες επιλέχτηκε γραμμική σπλινε, όπου η προσέγγιση του ημιτόνου στο  $[-\pi, \pi]$  που δημιουργείται, έχει μέγιστο σφάλμα ίσο με  $error = 0.099119$  και πετυχαίνεται 1 ψηφίο ακρίβειας.

Τέλος, με την μέθοδο ελάχιστων τετραγώνων 3ου βαθμού που χρησιμοποιήθηκε, όπως φαίνεται και στο διάγραμμα η προσέγγιση δεν είναι τόσο καλή, με μέγιστο σφάλμα ίσο με  $error = 0.127061$  και μέση τιμή του σφάλματος να είναι ίσο με  $error = 0.074050$ , πτωχαίνοντας έτσι οριακά ένα ψηφίο ακρίβειας στον μέσο όρο από τις 200 τιμές του  $x$  στο  $[-\pi, \pi]$ .

## 6 Έκτη Άσκηση

Αρχικά, για τον υπολογισμό του σφάλματος προσέγγισης στην μέθοδο τραπεζίου θεωρητικά, χρησιμοποιείται ο τύπος  $|e| \leq \frac{(b-a)^3}{(12 \cdot N^3)} \cdot M$ , όπου  $a = 0$ ,  $b = \frac{\pi}{2}$ ,  $N = \text{πλήθος υποδιαστημάτων} = 10$  και  $M = \max\{|f''(x)| : x \in [a, b]\} = 1$ . Άρα  $|e| \leq \frac{(\frac{\pi}{2})^3}{12 \cdot 10^3} = 0.00032298204$ . Για τον υπολογισμό του σφάλματος προσέγγισης θεωρητικά για την μέθοδο Simpsons, χρησιμοποιείται ο τύπος  $|e| \leq \frac{(b-a)^5}{(180 \cdot N^4)} \cdot M$ , όπου  $M = \max\{|f^{(4)}(x)| : x \in [a, b]\} = 1$ , άρα  $|e| \leq \frac{(\frac{\pi}{2})^5}{180 \cdot 10^4} = 0.00005312841$ .

Έπειτα από τη σχεδίαση των μεθόδων σε κώδικα, με την μέθοδο του τραπεζίου υπολογίζεται εμβαδό ίσο με 0.997943 και με την μέθοδο Σιμπσονς ίσο με 1.000003. Το σφάλμα προσέγγισης αριθμητικά λοιπόν είναι 0.002057 για την μέθοδο τραπεζίου και 0.000003 για την μέθοδο Simpsons.

## 7 Έβδομη Άσκηση

Οι τιμές κλεισίματος με τις ημερομηνίες τους που επιλέχτηκαν από την μετοχή του ΟΠΑΠ και από το κρυπτονόμισμα Dogecoin για την δημιουργία της προσέγγισης είναι οι εξής:

Ημερομηνία ΟΠΑΠ	Ημερομηνία Dogecoin	Τιμή Dogecoin	Τιμή ΟΠΑΠ
27/9/2022	1/10/2022	0.060627	12.1300
28/9/2022	2/10/2022	0.059288	12.1400
29/9/2022	3/10/2022	0.060384	12.0100
30/9/2022	4/10/2022	0.065962	12.2800
3/10/2022	5/10/2022	0.064735	12.4800
4/10/2022	6/10/2022	0.063444	12.7500
5/10/2022	7/10/2022	0.062409	12.5900
6/10/2022	8/10/2022	0.061678	12.1900
7/10/2022	9/10/2022	0.062156	12.1500
10/10/2022	10/10/2022	0.059513	12.0600

Όπως είναι αναμενόμενο, για τις τιμές κλεισίματος που έχουμε διαθέσιμες για την δημιουργία της προσέγγισης, όσο αυξάνεται ο βαθμός του πολυωνύμου, οι προσεγγίσεις γίνονται πιο ακριβείς.

Για την προσέγγιση της τιμής κλεισίματος την ημέρα των γενεθλίων (11/10/2022) καθώς και για την προσέγγιση της τιμής 5 μέρες μετά την τελευταία μέρα που χρησιμοποιήθηκε για την δημιουργία της προσέγγισης (15/10/2022), τα αποτελέσματα της μεθόδου ελάχιστων τετραγώνων είναι τα παρακάτω για κάθε βαθμό πολυωνύμου:

Τιμή ΟΠΑΠ 11/10/2023	2ου βαθμού: 11.828500	3ου βαθμού: 11.458000
4ου βαθμού: 12.377500	Πραγματική τιμή: 12.1600	
Τιμή Dogecoin 11/10/2023	2ου βαθμού: 0.057492	3ου βαθμού: 0.057382
4ου βαθμού: 0.062783	Πραγματική τιμή: 0.060258	
Τιμή ΟΠΑΠ 15/10/2023	2ου βαθμού: 10.499924	3ου βαθμού: 7.398606
4ου βαθμού: 24.393281	Πραγματική τιμή: 12.7000	
Τιμή Dogecoin 15/10/2023	2ου βαθμού: 0.044838	3ου βαθμού: 0.043918
4ου βαθμού: 0.143754	Πραγματική τιμή: 0.058580	

Όπως παρατηρείται και από τον πίνακα, για τις μετοχές του ΟΠΑΠ στην ημέρα των γενεθλίων, το πολυώνυμο του 4ου βαθμού, είναι το κοντινότερο στην πραγματική τιμή. Από την άλλη, για το Dogecoin όπου οι τιμές δεν μεταβάλλονται τόσο ραγδαία, το πολυώνυμο του 2ου βαθμού είναι το πιο κοντινό και όσο αυξάνεται ο βαθμός μειώνεται η ακρίβεια.

Για την προσέγγιση της τιμής κλεισίματος 5 ημερών μετά, και στην μετοχή του ΟΠΑΠ αλλά και στο κρυπτονόμισμα Dogecoin, η πιο κοντινή τιμή από τις προσεγγίσεις στην πραγματική, είναι αυτή του μικρότερου βαθμού. Αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς στον πραγματικό κόσμο του χρηματιστηρίου, σπάνια παρατηρούνται τόσο απότομες αυξήσεις στην τιμή κλεισίματος, άρα προτιμείται και μια πιο ομαλή καμπύλη.