

Formule D.D Cohérence IA

Cadre méthodologique de diagnostic des transitions de phase

Version consolidée

A) Objet

La **Formule D.D Cohérence** est un opérateur algorithmique **strictement descriptif** destiné à produire des diagnostics de **changement de régime durable** dans des systèmes complexes observables, à partir de données publiques.

La formule :

- ne produit aucune décision,
- ne fournit aucune recommandation,
- n'implique aucun jugement normatif,
- ne possède aucune capacité prédictive,
- n'établit aucune causalité.

Elle fournit exclusivement un **diagnostic descriptif de compatibilité avec une transition de phase durable**, au sens défini dans le présent cadre.

B) Unité d'analyse, granularité et période

- **Unité d'analyse** : système SSS observé (par exemple un projet open-source, un système financier, sanitaire ou biophysique).
- **Granularité temporelle** $\Delta t \backslash \Delta t$: fixée ex ante et constante (jour, semaine ou autre).
- **Période d'analyse** $[t_{start}, t_{end}] [t_{start}, t_{end}]$: fixée ex ante.

- **Fenêtre de calcul** Δt : fixée ex ante.

Aucune modification post hoc de Δt , de la période d'analyse ou de l'unité d'observation n'est autorisée sans déviation explicitement déclarée.

C) Sources de données admissibles

Les données utilisées doivent être :

- publiques,
- accessibles antérieurement à l'analyse,
- documentées et auditables.

Sources admissibles (exemples non exhaustifs) :

- systèmes de contrôle de version (commits, auteurs, tags, revert),
- plateformes collaboratives (issues, PR/MR, reviews, temps de cycle),
- métriques de releases,
- données de sécurité (advisories, CVE),
- dépendances logicielles,
- réseaux de contributeurs ou de dépendances,
- séries financières, sanitaires ou environnementales publiques.

La formule est **indépendante du domaine d'application**.

D) Liste des indicateurs observables

$xt \in Rd$ $x_t \in \mathbb{R}^d$

Avant toute extraction, la liste des séries temporelles multivariées est **figée ex ante**.

Pour chaque composante, doivent être documentés :

- le nom,
- la définition,
- l'unité,
- les transformations éventuelles,
- les bornes plausibles,
- la règle de gestion des valeurs aberrantes.

Toute modification après pré-enregistrement constitue une **déviation déclarée**.

E) Prétraitement des données (règles figées)

Les règles suivantes sont fixées ex ante :

- granularité temporelle uniforme et alignement explicite des timestamps,
- absence d'imputation libre non documentée,
- absence d'événement \Rightarrow valeur 0 pour les compteurs,
- métriques non définies : règle fixée ex ante (valeur 0 ou exclusion),
- gestion des valeurs aberrantes par règle explicite (winsorisation, clip, exclusion ou conservation).

Toute modification après visualisation constitue une déviation déclarée.

F) Mesures critiques (fenêtre glissante)

Pour chaque instant $t \geq m$, on définit la fenêtre :

$$W_t = \{t-m+1, \dots, t\} \quad W_{-t} = \{t-m+1, \dots, t-1\}$$

Pour chaque composante $j \in \{1, \dots, d\}$: Pour chaque instant $t \geq m$,

F.1 Variance

$$V_{t,j} = \text{Var}(x_{\tau,j} : \tau \in W_t) \quad V_{-t,j} = \text{Var}(x_{\tau,j} : \tau \in W_{-t})$$

F.2 Autocorrélation (lag-1)

$$At,j = \text{Corr}(x_{\tau}, j, x_{\tau-1}, j : \tau \in W_t \setminus \{t-m+1\})$$
$$A_{\{t,j\}} = \operatorname{Corr}(x_{\{\tau,j\}}, x_{\{\tau-1,j\}}) : \tau \in W_t \setminus \{t-m+1\}$$

F.3 Susceptibilité empirique

Soit u_{t-t} un signal exogène défini ex ante.

Si aucun signal n'est défini :

$$x_{t,j} = 0$$

Sinon :

$$x_{t,j} = | \text{Cov}(x_{\tau}, j, u_{\tau}) \text{Var}(u_{\tau}) + \varepsilon | \chi_{\{t,j\}} = \left| \frac{\text{Cov}(x_{\{\tau,j\}}, u_{\{\tau\}})}{\text{Var}(u_{\{\tau\}}) + \varepsilon} \right|$$

F.4 Entropie discrète

Discrétisation en KKK classes fixées ex ante :

$$H_{t,j} = - \sum_{k=1}^K p_{t,j}(k) \log(p_{t,j}(k) + \varepsilon)$$

G) Normalisation robuste

Référence initiale

$$T_0(0) = [m-1, N_0] T_0^{(0)} = [m-1, N_0]$$

(premières périodes disponibles).

Cette référence est la seule utilisée pour la détection du premier instant diagnostiqué.

Référence roulante post-transition

Après une transition diagnostiquée $t_k < t_k^* < t_k$, pour $t \geq t_k^* + a$ et $t \leq t_k^* + a$:

$$T_0(t) = [t-L_{ref}+1, t] T_0(t) = [t-L_{ref}+1, t] T_0(t) = [t-L_{ref}+1, t]$$

La référence roulante n'intervient jamais dans la détection initiale, uniquement dans l'analyse post-transition ou les transitions ultérieures.

Z-scores robustes

Pour toute mesure $M \in \{V, A, X, H\}$ et $M \in \{V, A, \chi, H\}$:

$$Zt,j(M) = Mt,j - MedT0(t)(M \cdot j) MADT0(t)(M \cdot j) + \varepsilon Z^{\{M\}}_{\{t,j\}} =$$

$$\frac{M_{\{t,j\}} - operatorname{Med}_{\{T_0(t)\}(M \cdot j)}}{operatorname{MAD}_{\{T_0(t)\}(M \cdot j)} + \varepsilon} Zt,j(M) = MADT0(t)(M \cdot j) + \varepsilon Mt,j - MedT0(t)(M \cdot j)$$

Stabilisation optionnelle pré-enregistrée :

$$Zt,j(M) \leftarrow clip(Zt,j(M), -zmax, zmax) Z^{\{M\}}_{\{t,j\}} \rightarrow$$

$$\operatorname{clip}(Z^{\{M\}}_{\{t,j\}}, -z_{\{max\}}, z_{\{max\}}) Zt,j(M) \leftarrow clip(Zt,j(M), -zmax, zmax)$$

H) Score de criticité par composante

$$Ct,j = \sigma(\alpha V Zt,j(V) + \alpha A Zt,j(A) + \alpha \chi Zt,j(\chi) + \alpha H Zt,j(H)) C_{\{t,j\}} = \sigma(\alpha_V Z^{\{V\}}_{\{t,j\}} + \alpha_A Z^{\{A\}}_{\{t,j\}} + \alpha_\chi Z^{\{\chi\}}_{\{t,j\}} + \alpha_H Z^{\{H\}}_{\{t,j\}})$$

$$Ct,j = \sigma(\alpha V Zt,j(V) + \alpha A Zt,j(A) + \alpha \chi Zt,j(\chi) + \alpha H Zt,j(H))$$

avec :

$$\sigma(z) = 1 + e^{-z} \quad \text{et} \quad \sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

I) Agrégation globale et verrous

Score global (quantile bas)

$$\Phi_t = Q_q(C_t, 1, \dots, C_t, d) \quad \text{et} \quad \Phi_t = Q_q(C_{\{t, 1\}}, \dots, C_{\{t, d\}})$$

Verrou de proportion

$$F_t = \sum_{j=1}^d \sum_{j=1}^d [C_t, j \geq \theta] F_{t,j} =$$

$$\frac{1}{d} \sum_{j=1}^d \mathbf{1}[C_{\{t,j\}} \geq \theta]$$

J) Rupture globale avant / après

$$\mu_{t,pre} = k \sum_{s=t-2k+1}^{t-k} \Phi_s \mu_{s,t} \quad \text{et}$$

$$\mu_{t,post} = k \sum_{s=t-k+1}^{t-1} \Phi_s \mu_{s,t}$$

K) Rupture multivariée par composante

$$\Delta t,j = (k \sum_{s=t-k+1}^{t-1} C_{s,j}) - (k \sum_{s=t-2k+1}^{t-1} C_{s,j}) \Delta_{\{t,j\}} =$$

$$\left(\frac{1}{k} \sum_{s=t-k+1}^{t-1} C_{s,j} \right) -$$

$$\left(\frac{1}{k} \sum_{s=t-2k+1}^{t-1} C_{s,j} \right) \Delta t,j = (k \sum_{s=t-k+1}^{t-1} C_{s,j}) - (k \sum_{s=t-2k+1}^{t-1} C_{s,j})$$

L) Règle de diagnostic candidate

$Cand(t) = (\Phi t \geq \theta) \wedge (\forall s \in [t-r+1, t], \Phi s \geq \theta) \wedge (\mu post - \mu pre \geq \kappa) \wedge (Ft \geq p) \wedge (d \sum j [\Delta t, j \geq \kappa C] \geq pC)$
 $\text{hsf}(Cand)(t) = (\Phi t \geq \theta) \wedge (\forall s \in [t-r+1, t], \Phi s \geq \theta) \wedge (\mu_{post} - \mu_{pre} \geq \kappa) \wedge (Ft \geq p) \wedge \left(\frac{1}{d} \sum j [\Delta t, j \geq \kappa C] \geq p_C \right)$
 $Cand(t) = (\Phi t \geq \theta) \wedge (\forall s \in [t-r+1, t], \Phi s \geq \theta) \wedge (\mu post - \mu pre \geq \kappa) \wedge (Ft \geq p) \wedge (d \sum j [\Delta t, j \geq \kappa C] \geq p_C)$

M) Transitions multiples (cooldown)

$t_1^* = \min\{t : Cand(t)\}$
 $t_{k+1}^* = \min\{t \geq t_k^* + c : Cand(t)\}$
 $t_k^* + c = \min\{t \geq t_k^* + c : Cand(t)\}$

L'absence de $t^* t^{k+1} t^*$ constitue un **résultat valide**.

N) Paramètres figés (exemple conservateur)

(*inchangés par rapport à v1.0*)

O) Tests de robustesse pré-enregistrés

- permutations par blocs,
 - holdout temporel,
 - concordance événementielle descriptive.
-

P) Sorties obligatoires

- instants $\{t_k^*\} \cup \{t_{k+1}^*\} \cup \{t_{k+2}^*\}$,
- séries $\Phi t \Phi t$, $Ft F_t$,
- métriques locales associées,
- paramètres exacts,

- hash du code et des données.
-

Q) Déviations au protocole

Toute modification post hoc doit être :

- explicitement déclarée,
 - justifiée,
 - accompagnée des résultats avec et sans modification.
-

Statut final

La **Formule D.D Cohérence IA** est un opérateur générique, non compensable et non normatif de **diagnostic descriptif de changements de régime durables** dans des systèmes complexes observables.