Formule Équilibre (E)
Cadre méthodologique — version finale consolidée

Formule Équilibre (E)

Cadre DD — Dynamique de Cohérence des Systèmes Complexes

Version finale

A) Objet

La **Formule Équilibre (E)** est un opérateur algorithmique **strictement descriptif** destiné à **caractériser la compatibilité structurelle d'un régime observé** avec une **enveloppe de référence** définie ex ante, dans un système multivarié.

La formule :

- ne produit aucune décision,
- ne fournit aucune recommandation,
- n'implique aucun jugement normatif,
- ne possède aucune capacité prédictive,
- n'établit aucune causalité.

Elle fournit exclusivement un **diagnostic descriptif de compatibilité** avec une enveloppe statistique de référence.

> **Principe directeur**
> La cohérence précède toute interprétation.
> Aucune conclusion ne peut être tirée avant l'établissement d'une structure opératoire non compensable.

B) Unité d'analyse, granularité et temporalité

- **Unité d'analyse** : système S observé par une série multivariée $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^d$
- **Granularité temporelle** Δt : fixée ex ante et constante.
- **Période de référence** $\mathcal{R} = \{t_0,\dots,t_1\}$, fixée ex ante.
- **Période d'évaluation** $\mathcal{T} = \{t_a,\dots,t_b\}$, fixée ex ante.
- **Fenêtre de calcul** m : fixée ex ante.

Aucune modification post hoc de Δt, m, $\mathcal{R}$, $\mathcal{T}$, des composantes ou des règles de prétraitement n'est autorisée sans déviation explicitement déclarée.

C) Sources de données

La formule E est indépendante du domaine d'application.

Sont admissibles toutes sources permettant de définir $\mathbf{x}_t$ de manière :

- stable,
- documentée,
- horodatée,
- auditée.

Un signal exogène u_t peut être fourni **optionnellement**, à condition d'être défini ex ante.

D) Observables multivariés (liste figée)

Avant extraction et calcul, la liste des d composantes est figée.

Pour chaque composante doivent être documentés :

- nom et définition,

- unité,
- transformation éventuelle,
- bornes plausibles,
- règle de gestion des valeurs aberrantes.

Toute modification après pré-enregistrement constitue une déviation déclarée.

E) Prétraitement (règles figées)

Le prétraitement est défini ex ante et journalisé.

Règles minimales :

- alignement temporel explicite,
- granularité uniforme,
- politique NaN figée (interdiction d’imputation libre non documentée),
- métriques non définies : règle fixée ex ante (valeur 0 ou exclusion),
- gestion des valeurs aberrantes par règle explicite.

F) Mesures critiques

(fenêtre glissante $W_t=\{t-m+1,\dots,t\}$)

Pour chaque $t \ge m$ et chaque composante $j \in \{1,\dots,d\}$:

F.1 Variance

$V_{t,j} = \operatorname{Var}(x^{(j)}_s : s \in W_t)$

F.2 Autocorrélation (lag 1)

$A_{t,j} = \operatorname{Corr}(x^{(j)}_s, x^{(j)}_{s-1} : s \in W_t \setminus \{t-m+1\})$

F.3 Susceptibilité empirique (optionnelle)

Si aucun signal exogène n’est défini :

χt,j=0\chi_{t,j} = 0χt,j=0

Sinon :

χt,j=∣Cov(xs(j),us:s∈Wt)Var(us:s∈Wt)+ε∣\chi_{t,j} = \left| \frac{\operatorname{Cov}(x^{(j)}_s,u_s : s \in W_t)} {\operatorname{Var}(u_s : s \in W_t)+\varepsilon} \right|χt,j=Var(us:s∈Wt)+εCov(xs(j),us:s∈Wt)

F.4 Entropie discrète

Discrétisation en BBB classes fixées ex ante :

Ht,j=−∑b=1Bpt,j(b)log (pt,j(b)+ε)H_{t,j} = -\sum_{b=1}^{B} p_{t,j}(b)\log\!\left(p_{t,j}(b)+\varepsilon\right)Ht,j=−b=1∑Bpt,j(b)log(pt,j(b)+ε)

G) Normalisation robuste

(référence R\mathcal{R}R uniquement)

Pour toute mesure M∈{V,A,χ,H}M \in \{V,A,\chi,H\}M∈{V,A,χ,H} :

Zt,j(M)=Mt,j−Medτ∈RMτ,jMADτ∈RMτ,j+εZ^{(M)}_{t,j} = \frac{M_{t,j}-\operatorname{Med}_{\tau\in\mathcal{R}} M_{\tau,j}}{\operatorname{MAD}_{\tau\in\mathcal{R}} M_{\tau,j}+\varepsilon}Zt,j(M)=MADτ∈RMτ,j+εMt,j−Medτ∈RMτ,j

Stabilisation optionnelle pré-enregistrée :

Zt,j(M)←clip(Zt,j(M),−zmax,zmax)Z^{(M)}_{t,j} \leftarrow \operatorname{clip}(Z^{(M)}_{t,j},-z_{\max},z_{\max})Zt,j(M)←clip(Zt,j(M),−zmax,zmax)

Aucune normalisation adaptative ou postérieure n’est autorisée.

H) Score non compensable par composante

Poids fixés ex ante wV,wA,wχ,wHw_V,w_A,w_\chi,w_HwV,wA,wχ,wH :

Ct,j=min {wVZt,jV,wAZt,jA,wχZt,jχ,wHZt,jH}C_{t,j} = \min\!\left\{ w_V Z^V_{t,j}, w_A Z^A_{t,j}, w_\chi Z^\chi_{t,j}, w_H Z^H_{t,j} \right\}Ct,j=min{wVZt,jV,wAZt,jA,wχZt,jχ,wHZt,jH}

Propriété : non-compensabilité locale stricte.

I) Score global

Dt=Qq ({Ct,j}j=1d),q∈(0,1)D_t = Q_q\!\left(\{C_{t,j}\}_{j=1}^{d}\right), \quad q\in(0,1)Dt=Qq({Ct,j}j=1d),q∈(0,1)

Interprétation : compatibilité globale pilotée par la fraction la plus défavorable des composantes.

J) Enveloppe d’équilibre

θ=Medτ∈RDτ+λ·MADτ∈RDτ\theta = \operatorname{Med}_{\tau\in\mathcal{R}} D_\tau + \lambda \cdot \operatorname{MAD}_{\tau\in\mathcal{R}} D_\tauθ=Medτ∈RDτ+λ⋅MADτ∈RDτ

> **Clarification épistémique**
> L’enveloppe θ\thetaθ constitue une borne **descriptive** dérivée exclusivement de la période de référence.
> Elle ne possède aucune interprétation probabiliste, normative ou prescriptive.

K) Verrous

K.1 Dépassement

Amp(t)=1{Dt≥θ}\operatorname{Amp}(t)=\mathbf{1}\{D_t \ge \theta\}Amp(t)=1{Dt≥θ}

K.2 Persistance

PersAmp(t)=1 {∑s=t−k+1tAmp(s)≥κk}\operatorname{PersAmp}(t)= \mathbf{1}\!\left\{\sum_{s=t-k+1}^{t}\operatorname{Amp}(s)\ge \kappa k\right\}PersAmp(t)=1{s=t−k+1∑tAmp(s)≥κk}

L) Règle de compatibilité globale

E(T)=1 {maxt∈TDt<θ+δ ∧ maxt∈TPersAmp(t)=0}E(\mathcal{T}) = \mathbf{1}\!\left\{ \max_{t\in\mathcal{T}} D_t < \theta+\delta \;\land\; \max_{t\in\mathcal{T}} \operatorname{PersAmp}(t)=0 \right\}E(T)=1{t∈TmaxDt<θ+δ∧t∈TmaxPersAmp(t)=0}

> **Clarifications essentielles**

- Le paramètre δ définit une **zone descriptive d'excursion bornée** et ne constitue ni une marge de sécurité ni un critère d'acceptabilité.
- Une compatibilité $E(\mathcal{T})=1$ n'implique ni l'absence de transition de régime au sens de DD, ni l'absence de restauration incomplète au sens de DD-R.

M) Indice informatif (optionnel)

$$e_t = 1-\min\!\left(1, \frac{\max(0,D_t-\theta)}{\delta+\varepsilon} \right)$$

Statut
L'indice e_t est fourni à des fins de visualisation et d'exploration descriptive uniquement.
Il n'intervient dans aucune règle de diagnostic.

N) Paramètres figés (exemple)

$m=20,\; B=10,\; \varepsilon=10^{-8}$
$q=0.15,\; \lambda=3$
$k=10,\; \kappa=0.70$
$w_V=w_A=w_\chi=w_H=1$

O) Tests de robustesse (optionnels)

- holdout temporel,
- permutations par blocs,
- sensibilité paramétrique bornée,
- stress tests sur données manquantes.

P) Sorties obligatoires

- E(T)E(\mathcal{T})E(T),
- séries DtD_tDt, θ\thetaθ, Amp\operatorname{Amp}Amp, PersAmp\operatorname{PersAmp}PersAmp, ete_tet,
- paramètres exacts,
- hash des données et du code,
- justification synthétique.

Q) Déviations au protocole

Toute modification post hoc doit être :

- explicitement déclarée,
- justifiée,
- accompagnée des résultats avec et sans modification.

Statut final

La **Formule Équilibre (E)** est un opérateur descriptif, non compensable, non prédictif et non normatif de **compatibilité structurelle** avec une enveloppe de référence.
Elle complète les cadres DD et DD-R sans s'y substituer.