

Formule D.D Cohérence IA

Cadre méthodologique de diagnostic des transitions de phase

Version consolidée

A) Objet

La **Formule D.D Cohérence** est un opérateur algorithmique **strictement descriptif** destiné à produire des diagnostics de **changement de régime durable** dans des systèmes complexes observables, à partir de données publiques.

La formule :

- ne produit aucune décision,
- ne fournit aucune recommandation,
- n'implique aucun jugement normatif,
- ne possède aucune capacité prédictive,
- n'établit aucune causalité.

Elle fournit exclusivement un **diagnostic descriptif de compatibilité avec une transition de phase durable**, au sens défini dans le présent cadre.

B) Unité d'analyse, granularité et période

- **Unité d'analyse** : système SSS observé (par exemple un projet open-source, un système financier, sanitaire ou biophysique).
- **Granularité temporelle** Δt : fixée ex ante et constante (jour, semaine ou autre).
- **Période d'analyse** $[t_{\text{start}}, t_{\text{end}}]$: fixée ex ante.

- **Fenêtre de calcul** mmm : fixée ex ante.

Aucune modification post hoc de Δt , mmm, de la période d'analyse ou de l'unité d'observation n'est autorisée sans déviation explicitement déclarée.

C) Sources de données admissibles

Les données utilisées doivent être :

- publiques,
- accessibles antérieurement à l'analyse,
- documentées et auditable.

Sources admissibles (exemples non exhaustifs) :

- systèmes de contrôle de version (commits, auteurs, tags, reverts),
- plateformes collaboratives (issues, PR/MR, reviews, temps de cycle),
- métriques de releases,
- données de sécurité (advisories, CVE),
- dépendances logicielles,
- réseaux de contributeurs ou de dépendances,
- séries financières, sanitaires ou environnementales publiques.

La formule est **indépendante du domaine d'application**.

D) Liste des indicateurs observables

$$x_t \in \mathbb{R}^d, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^d, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^d$$

Avant toute extraction, la liste des ddd séries temporelles multivariées est **figée ex ante**.

Pour chaque composante, doivent être documentés :

- le nom,
- la définition,
- l'unité,
- les transformations éventuelles,
- les bornes plausibles,
- la règle de gestion des valeurs aberrantes.

Toute modification après pré-enregistrement constitue une **déviatiion déclarée**.

E) Prétraitement des données (règles figées)

Les règles suivantes sont fixées ex ante :

- granularité temporelle uniforme et alignement explicite des timestamps,
- absence d'imputation libre non documentée,
- absence d'événement \Rightarrow valeur 0 pour les compteurs,
- métriques non définies : règle fixée ex ante (valeur 0 ou exclusion),
- gestion des valeurs aberrantes par règle explicite (winsorisation, clip, exclusion ou conservation).

Toute modification après visualisation constitue une déviatiion déclarée.

F) Mesures critiques (fenêtre glissante)

Pour chaque instant $t \geq m$ et $m \geq m$, on définit la fenêtre :

$$W_t = \{t-m+1, \dots, t\}$$

Pour chaque composante $j \in \{1, \dots, d\}$ et $j \in \{1, \dots, d\}$:

F.1 Variance

$$V_{t,j} = \text{Var}(x_{\tau,j} : \tau \in W_t) \quad V_{t,j} = \text{Var}(x_{\tau,j} : \tau \in W_t)$$

F.2 Autocorrélation (lag-1)

$A_{t,j} = \text{Corr}(x_{t,j}, x_{t-1,j})$ $A_{t,j} = \text{Corr}(x_{t,j}, x_{t-1,j})$ $\forall t \in W_t \setminus \{t-m+1\}$

F.3 Susceptibilité empirique

Soit u_t un signal exogène défini ex ante.

Si aucun signal n'est défini :

$$\chi_{t,j} = 0$$

Sinon :

$$\chi_{t,j} = \frac{\text{Cov}(x_{t,j}, u_t)}{\sqrt{\text{Var}(u_t) + \epsilon}} \quad \chi_{t,j} = \frac{\text{Cov}(x_{t,j}, u_t)}{\sqrt{\text{Var}(u_t) + \epsilon}}$$

F.4 Entropie discrète

Discrétisation en K classes fixées ex ante :

$$H_{t,j} = -\sum_{k=1}^K p_{t,j}(k) \log(p_{t,j}(k) + \epsilon) \quad H_{t,j} = -\sum_{k=1}^K \hat{p}_{t,j}(k) \log(\hat{p}_{t,j}(k) + \epsilon)$$

G) Normalisation robuste

Référence initiale

$$T_0(0) = [m-1, N_0] \quad T_0(0) = [m-1, N_0]$$

(premières périodes disponibles).

Cette référence est **la seule utilisée pour la détection du premier instant diagnostiqué**.

Référence roulante post-transition

Après une transition diagnostiquée t_k , pour $t \geq t_k + a$:

$$T_0(t) = [t-L_{ref}+1, t] \quad T_0(t) = [t-L_{ref}+1, t]$$

La référence roulante **n'intervient jamais dans la détection initiale**, uniquement dans l'analyse post-transition ou les transitions ultérieures.

Z-scores robustes

Pour toute mesure $M \in \{V, A, \chi, H\}$:

$$Z_{t,j}(M) = M_{t,j} - \text{Med} T_0(t)(M \cdot, j) \text{MAD} T_0(t)(M \cdot, j) + \varepsilon Z^{\{(M)\}}_{\{t,j\}} = \\ \frac{M_{\{t,j\}} - \operatorname{Med}_{\{T_0(t)\}}(M_{\{\cdot,j\}})}{\operatorname{MAD}_{\{T_0(t)\}}(M_{\{\cdot,j\}}) + \varepsilon} Z_{t,j}(M) = \text{MAD} T_0(t)(M \cdot, j) + \varepsilon M_{t,j} - \text{Med} T_0(t)(M \cdot, j)$$

Stabilisation optionnelle pré-enregistrée :

$$Z_{t,j}(M) \leftarrow \text{clip}(Z_{t,j}(M), -z_{\max}, z_{\max}) Z^{\{(M)\}}_{\{t,j\}} \xrightarrow{\operatorname{clip}(Z^{\{(M)\}}_{\{t,j\}}, -z_{\max}, z_{\max})} Z_{t,j}(M) \leftarrow \text{clip}(Z_{t,j}(M), -z_{\max}, z_{\max})$$

H) Score de criticité par composante

$$C_{t,j} = \sigma(\alpha_V Z_{t,j}(V) + \alpha_A Z_{t,j}(A) + \alpha_\chi Z_{t,j}(\chi) + \alpha_H Z_{t,j}(H)) C_{\{t,j\}} = \sigma(\alpha_V Z^{\{(V)\}}_{\{t,j\}} + \alpha_A Z^{\{(A)\}}_{\{t,j\}} + \alpha_\chi Z^{\{(\chi)\}}_{\{t,j\}} + \alpha_H Z^{\{(H)\}}_{\{t,j\}}) \\ \text{right)} C_{t,j} = \sigma(\alpha_V Z_{t,j}(V) + \alpha_A Z_{t,j}(A) + \alpha_\chi Z_{t,j}(\chi) + \alpha_H Z_{t,j}(H))$$

avec :

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

I) Agrégation globale et verrous

Score global (quantile bas)

$$\Phi_t = Q_q(C_t, 1, \dots, C_t, d) \Phi_t = Q_q(C_{\{t,1\}}, \dots, C_{\{t,d\}}) \Phi_t = Q_q(C_t, 1, \dots, C_t, d)$$

Verrou de proportion

$$F_t = 1_d \sum_{j=1}^d 1_{[C_{t,j} \geq \theta]} F_t = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^d \mathbf{1}_{[C_{\{t,j\}} \geq \theta]} F_t = d \sum_{j=1}^d 1_{[C_{t,j} \geq \theta]}$$

J) Rupture globale avant / après

$$\mu_{t \text{pre}} = \frac{1}{k} \sum_{s=t-2k+1}^{t-k} \Phi_s \mu_{t \text{pre}} = \frac{1}{k} \sum_{s=t-2k+1}^{t-k} \Phi_s \mu_{t \text{pre}} = \frac{1}{k} \sum_{s=t-2k+1}^{t-k} \Phi_s \\ \mu_{t \text{post}} = \frac{1}{k} \sum_{s=t-k+1}^t \Phi_s \mu_{t \text{post}} = \frac{1}{k} \sum_{s=t-k+1}^t \Phi_s \mu_{t \text{post}} = \frac{1}{k} \sum_{s=t-k+1}^t \Phi_s$$

K) Rupture multivariée par composante

$$\Delta_{t,j} = (1_k \sum_{s=t-k+1}^t C_{s,j}) - (1_k \sum_{s=t-2k+1}^{t-k} C_{s,j}) \Delta_{\{t,j\}} = \left(\frac{1}{k} \sum_{s=t-k+1}^t C_{\{s,j\}} \right) - \left(\frac{1}{k} \sum_{s=t-2k+1}^{t-k} C_{\{s,j\}} \right) \Delta_{t,j} = (1_k \sum_{s=t-k+1}^t C_{s,j}) - (1_k \sum_{s=t-2k+1}^{t-k} C_{s,j})$$

L) Règle de diagnostic candidate

$$\text{Cand}(t) = (\Phi_t \geq \theta) \wedge (\forall s \in [t-r+1, t], \Phi_s \geq \theta) \wedge (\mu_{\text{post}} - \mu_{\text{pre}} \geq \kappa) \wedge (F_t \geq p) \wedge (1/d \sum_{j=1}^d [\Delta t, j \geq \kappa C] \geq p_C)$$
$$\text{hsf}\{\text{Cand}\}(t) = (\Phi_t \geq \theta) \wedge (\forall s \in [t-r+1, t], \Phi_s \geq \theta) \wedge (\mu_{\text{post}} - \mu_{\text{pre}} \geq \kappa) \wedge (F_t \geq p) \wedge \left(\frac{1}{d} \sum_{j=1}^d \mathbf{1}[\Delta t, j \geq \kappa C] \geq p_C \right)$$
$$\text{Cand}(t) = (\Phi_t \geq \theta) \wedge (\forall s \in [t-r+1, t], \Phi_s \geq \theta) \wedge (\mu_{\text{post}} - \mu_{\text{pre}} \geq \kappa) \wedge (F_t \geq p) \wedge (1/d \sum_{j=1}^d [\Delta t, j \geq \kappa C] \geq p_C)$$

M) Transitions multiples (cooldown)

$$t_1^* = \min\{t: \text{Cand}(t)\} \quad t_{-1}^* = \min\{t: \text{hsf}\{\text{Cand}\}(t)\} \quad t_1^* = \min\{t: \text{Cand}(t)\}$$
$$t_{k+1}^* = \min\{t \geq t_k^* + c: \text{Cand}(t)\} \quad t_{k+1}^* = \min\{t \geq t_k^* + c: \text{hsf}\{\text{Cand}\}(t)\} \quad t_{k+1}^* = \min\{t \geq t_k^* + c: \text{Cand}(t)\}$$

L'absence de $t^* t^* t^*$ constitue un **résultat valide**.

N) Paramètres figés (exemple conservateur)

(inchangés par rapport à v1.0)

O) Tests de robustesse pré-enregistrés

- permutations par blocs,
 - holdout temporel,
 - concordance événementielle descriptive.
-

P) Sorties obligatoires

- instants $\{t_k^*\} \setminus \{t_{k^*}^*\}$,
- séries $\Phi_t \setminus \Phi_t, F_t \setminus F_t$,
- métriques locales associées,
- paramètres exacts,

- hash du code et des données.
-

Q) Déviations au protocole

Toute modification post hoc doit être :

- explicitement déclarée,
 - justifiée,
 - accompagnée des résultats avec et sans modification.
-

Statut final

La **Formule D.D Cohérence IA** est un opérateur générique, non compensable et non normatif de **diagnostic descriptif de changements de régime durables** dans des systèmes complexes observables.