

Introdução à Teoria da Relatividade Geral

Pedro Henrique Dalprá

30 de novembro de 2025

Este documento reúne notas sobre os aspectos fundamentais da formulação matemática e física da Teoria da Relatividade Geral, baseadas na obra *Spacetime and Geometry*, de Sean M. Carroll (2004). Para um estudo mais aprofundado, recomenda-se a leitura integral da obra citada ou de livros consagrados sobre o tema.

1 Relatividade especial e espaço-tempo plano

A maioria dos fatos geométricos interessantes sobre o plano são independentes da nossa escolha de coordenadas. Como um exemplo simples podemos considerar a distância entre dois pontos, dada por:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2. \quad (1)$$

Em um sistema de coordenadas x' e y' que são rotacionadas em relação ao sistema de coordenadas original, a fórmula da distância permanece inalterada:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x')^2 + (\Delta y')^2. \quad (2)$$

Dizemos portanto que a distância é invariante sob tais mudanças de coordenadas.

Um evento é definido como um único instante no espaço e no tempo, caracterizado por (t, x, y, z) . Então o intervalo espaço-temporal entre dois eventos é:

$$(\Delta s)^2 = -(c\Delta t)^2 + (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2. \quad (3)$$

Se estabelecermos um novo referencial inercial (t', x', y', z') , o intervalo permanece inalterado:

$$(\Delta s)^2 = -(c\Delta t')^2 + (\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2. \quad (4)$$

É por isso que faz sentido pensar na Relatividade Especial como uma teoria do espaço-tempo quadridimensional, conhecido como espaço de Minkowski.