Redes Bayesianas

Redes Bayesianas

- Probabilidade condicional:
  - $P(a|b) = x$, pode ser interpretada como: *"Dado o evento b, a probabilidade do evento a é x"*.
- Regra fundamental:
  - $P(a|b) = P(a,b)/P(b)$, ou $P(a|b)P(b) = P(a,b)$. Onde $P(a,b)$ é a probabilidade do evento conjunto do evento $a \land b$.
- Por exemplo:
  - $P(Cárie|Dor) = 0.8$, indica que caso um paciente esteja com dor (de dente) e nenhuma outra informação esteja disponível, então, a probabilidade do paciente ter uma cárie é de 0.8.

Redes Bayesianas

- *Exemplo:*
  - *um médico sabe que a meningite causa torcicolo em 50% dos casos. Porém, o médico também conhece algumas probabilidades incondicionais que dizem que, um caso de meningite atinge 1/50000 pessoas e, a probabilidade de alguém ter torcicolo é de 1/20.”*
- *T* e *M*, é probabilidade incondicional de um paciente ter torcicolo e a probabilidade incondicional de um paciente ter meningite.
  - $P(T|M) = 0.5$ (probabilidade de ter torcicolo tendo meningite)
  - $P(M) = 1/50000$
  - $P(T) = 1/20$
- Aplicando a rede de *Bayes*:
  - $P(M|T) = (P(T|M)P(M))/P(T) = (0.5 \times 1/50000)/(1/20) = 0.0002$

Redes Bayesianas

- Uma vez que outra variável C é conhecida, deve-se reconsiderar para $P(A|B \land C)$.
  - $P(a,b)=P(b,c)$,

    então chegamos em

    $P(a|b)P(b) = P(b|a)P(a)$,

    que resulta em:

    $P(b|a) = P(a|b)P(b)/P(a)$,

    chamada Regra de *Bayes*.

Redes Bayesianas

	a_1	a_2
B_1	0.4	0.4
B_2	0.3	0.47
B_3	0.3	0.13

Tabela3. $P(Y|X)$

Redes Bayesianas

- Uma Rede *Bayesiana* consiste do seguinte:
  - Um conjunto de variáveis e um conjunto de arcos ligando as variáveis.
  - Cada variável possui um conjunto limitado de estados mutuamente exclusivos.
  - Para cada variável A que possui como pais $B^1, \ldots, B^n$, existe uma tabela $P(A| B^1, \ldots, B^n)$.

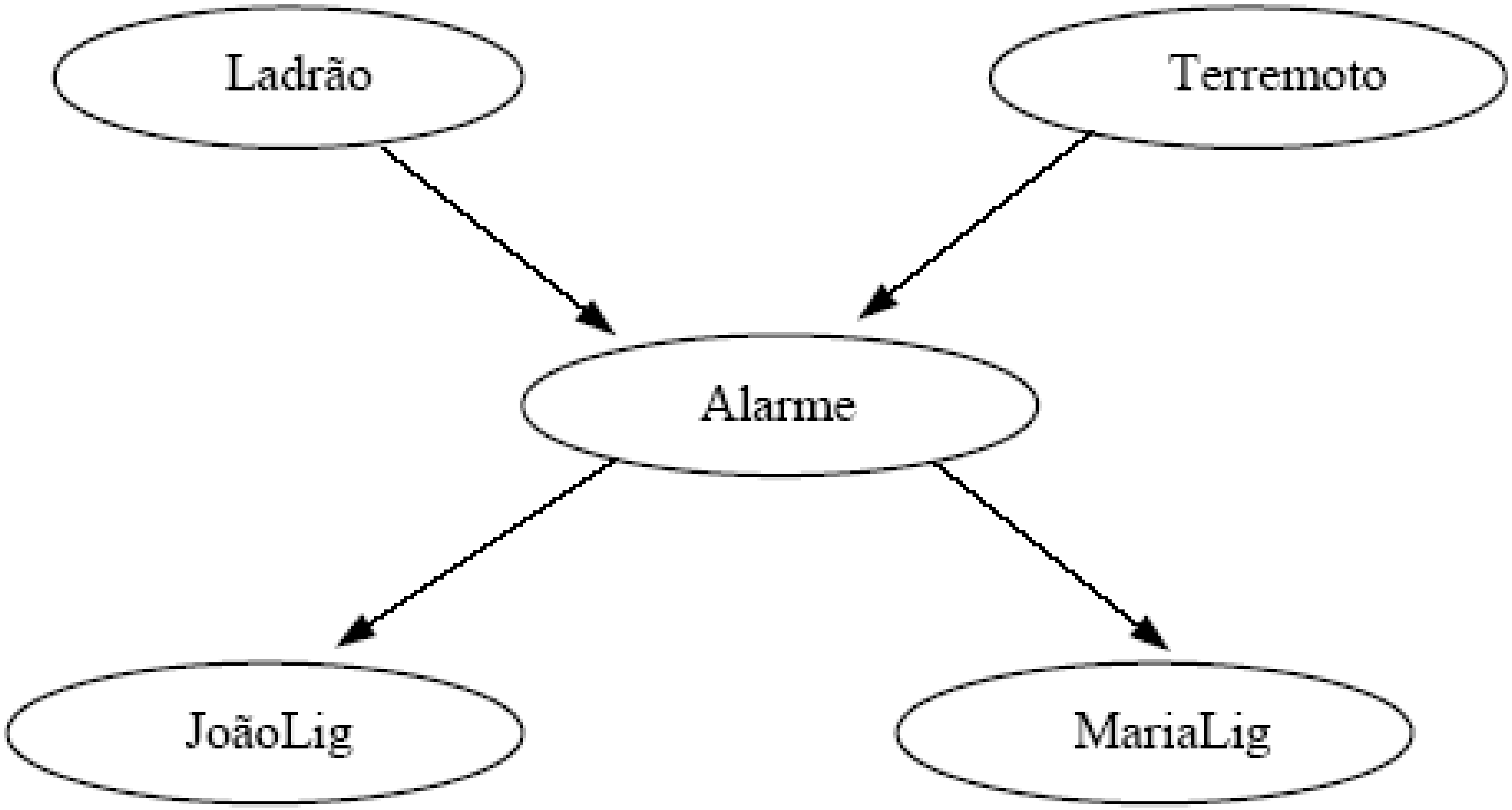
Redes Bayesianas

Problema do Alarme:

- "*Você possui um novo alarme contra ladrões em casa. Este alarme é muito confiável na detecção de ladrões, entretanto, ele também pode disparar caso ocorra um terremoto. Você tem dois vizinhos, João e Maria, os quais prometeram telefonar-lhe no trabalho caso o alarme dispare. João sempre liga quando ouve o alarme, entretanto, algumas vezes confunde o alarme com o telefone e também liga nestes casos. Maria, por outro lado, gosta de ouvir música alta e às vezes não escuta o alarme.*"

Redes Bayesianas

Problema do Alarme:



Redes Bayesianas

Problema do Alarme:

É necessário definir as probabilidades condicionais:

Ladrão	Terremoto	*P(Alarme|Ladrão,Terremoto)*	
		Verdadeiro	Falso
Verdadeiro	Verdadeiro	0.95	0.050
Verdadeiro	Falso	0.95	0.050
Falso	Verdadeiro	0.29	0.71
Falso	Falso	0.001	0.999

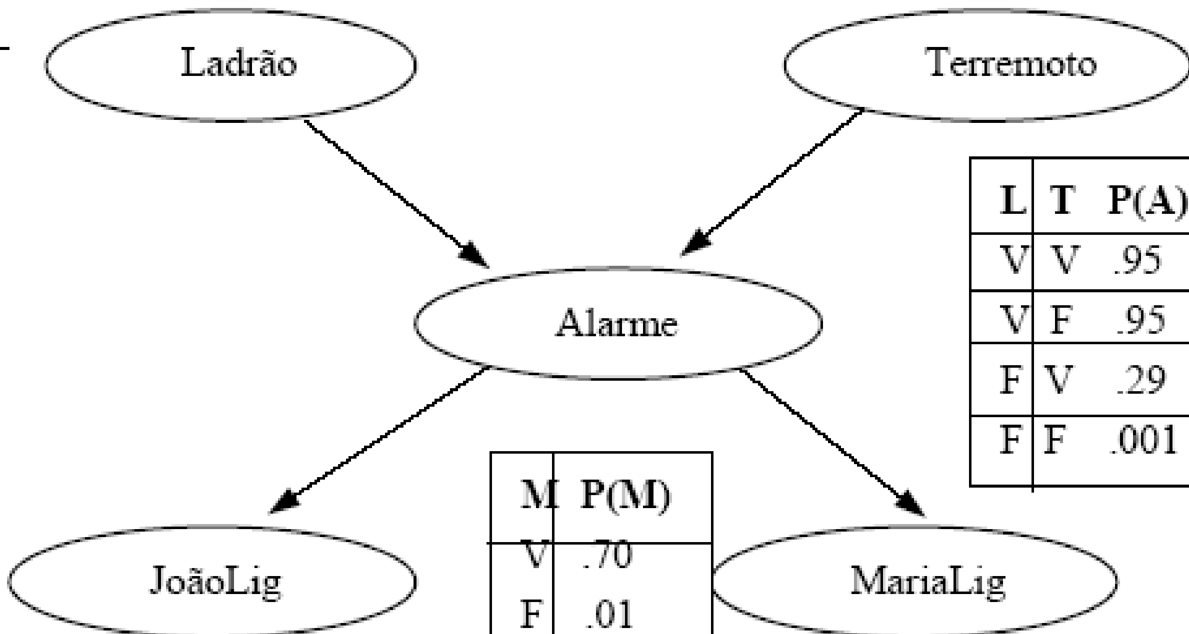
Redes Bayesianas

Problema do Alarme:

Rede *Bayesiana* e suas probabilidades condicionais.

L	P(L)
V	.001

T	P(T)
V	.002



L	T	P(A)
V	V	.95
V	F	.95
F	V	.29
F	F	.001

J	P(J)
V	.90
F	.05

M	P(M)
V	.70
F	.01

Redes Bayesianas – Conjunção de probabilidades

- Considere que se deseja calcular a probabilidade do alarme ter tocado, mas, nem um ladrão nem um terremoto aconteceram, e ambos, João em Maria ligaram, ou $P(J \wedge M \wedge A \wedge \leftarrow L \wedge \leftarrow T)$.

- $P(J \wedge M \wedge A \wedge \leftarrow L \wedge \leftarrow T) = P(J|A)P(M|A)P(A|\leftarrow L \wedge \leftarrow T)P(\leftarrow L)\,P(\leftarrow T)$

- $= 0.9 \times 0.7 \times 0.001 \times 0.999 \times 0.998$
- $= 0.00062$