

문제 3.  $X$ 와  $Y$ 의 결합확률분포가 다음과 같다.

$y \setminus x$	1	2	3
1	0.05	0.10	0.15
2	0.20	0	0.15
3	0.10	0.20	0.05

$$P(X=1, Y=1) = 0.05$$

$$(a) P(X=1) = P(X=1, Y=1) + P(X=1, Y=2) + P(X=1, Y=3)$$

$$= 0.05 + 0.20 + 0.10 = 0.35$$

⋮

(a)  $X$ 와  $Y$ 의 주변확률분포를 구하여라.

$$(b) E(X), E(Y)$$

(b)  $E(X+Y)$ ,  $E(X-2Y)$ 를 구하여라.  $Cov(X, Y) = ?$

$$E(X) = 1 \times 0.35 + 2 \times 0.30 + 3 \times 0.35 = 2$$

(c)  $X$ 와  $Y$ 는 서로 독립인가? 그 이유는?

$$E(Y) = 1 \times 0.30 + 2 \times 0.35 + 3 \times 0.35 = 2.05$$

(d)  $Y=2$ 일때  $X$ 의 조건부확률분포를 구하여라.

$$\Rightarrow E(X+Y) = 4.05, E(X-2Y) = -2.1, \dots$$

$$(c) P(X=a, Y=b) = P(X=a) \cdot P(Y=b) \quad \text{for all } a, b ??$$

$$P(X=1, Y=1) = 0.05$$

$$P(X=1) \cdot P(Y=1) = 0.35 \times 0.30 = 0.105$$

(d)

	1	2	3
$P_{Y=1}(X=x)$	0.20	0	0.15

$x$	1	2	3
$P_{Y=1}(X=x)$	0.20	0	0.15
	0.35		0.35
	$\frac{4}{11}$		$\frac{3}{11}$

$$P(X=a | Y=2) = \frac{P(X=a, Y=2)}{P(Y=2)}$$

$$P(X=1 | Y=2) = \frac{P(X=1, Y=2)}{P(Y=2)} = \frac{0.20}{0.35} = \frac{4}{7}$$

$$P(X=2 | Y=2) = \frac{P(X=2, Y=2)}{P(Y=2)} = \frac{0}{0.35} = 0$$

$$P(X=3 | Y=2) = \dots = \frac{3}{7}$$

문제 3.  $X$ 와  $Y$ 의 결합확률분포가 다음과 같다.

$y \setminus x$	1	2	3
1	0.05	0.10	0.15
2	0.20	0	0.15
3	0.10	0.20	0.05

~~(a)  $X$ 와  $Y$ 의 주변확률분포를 구하여라.~~

$$\text{Cor}(X, Y) = ?? \quad \left( \text{Cor}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)} \cdot \sqrt{\text{Var}(Y)}} \right)$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E[(X - E(X))(Y - E(Y))] = E(XY) - E(X)E(Y)$$

$$( \text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 )$$

$$E(XY) = 1 \cdot 1 \cdot 0.05 + 2 \cdot 1 \cdot 0.10 + 3 \cdot 1 \cdot 0.15 + \dots = \text{○}$$

$$= (1 \times 0.05 + 2 \times 0.10 + 3 \times 0.25 + 4 \times 0.15 + 6 \times 0.15 + 9 \times 0.05)$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

	1	2	3
$\times \text{Var}(X)$	0.35	0.3	0.35

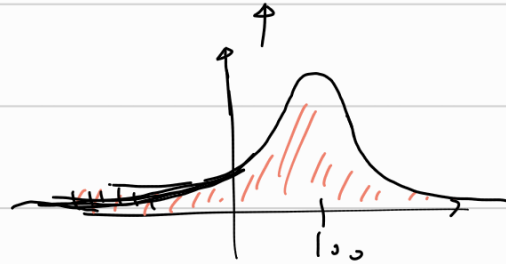
$$\rightarrow \frac{E(X^2) - (E(X))^2}{\sqrt{\text{Var}(X)}}$$

$$E(X^2) = 1^2 \times 0.35 + 2^2 \times 0.3 + 3^2 \times 0.35$$

문제 5. 어느 설비를 통해 생산되는 시간당 전력량(kWh)은 근사적으로 평균이 100이고 분산이 16인 정규분포를 따른다고 한다. 시간당 생산 전력량이 98 이상 106 이하일 확률을 근사적으로 계산하여라.

※필요하다면 다음의 값을 이용하시오 :  $z_{0.977} = 2$ ,  $z_{0.934} = 1.5$ ,  $z_{0.691} = 0.5$

$X$ : — 전력량,  $X \sim N(100, 16)$



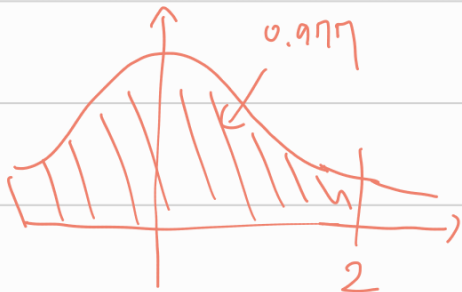
$$P(98 \leq X \leq 106) = P\left(\frac{98-100}{4} \leq \frac{X-100}{4} \leq \frac{106-100}{4}\right)$$

$\sim N(0,1)$

$$= P(-0.5 \leq Z \leq 1.5) \quad (Z \sim N(0,1))$$

$$Z_\alpha: P(Z \leq Z_\alpha) = \alpha \quad = P(Z \leq 1.5) - P(Z \leq -0.5)$$

$$(ex) P(Z \leq 2) = 0.977 \quad = P(Z \leq 1.5) - (1 - P(Z \leq 0.5))$$



$$= 0.934 - (1 - 0.691)$$

$$= 0.625$$

문제 6. A, B 두 집단의 시험성적은 각각  $N(80, 10^2)$ ,  $N(70, 5^2)$ 을 따른다고 한다. 전체 인원 중 A, B 집단에 속하는 비율은 50%, 50%라고 한다. 임의로 조사한 인원의 시험성적이 80점 이하일 확률을 구하여라.

※ 필요하다면 다음의 값을 이용하시오 :  $z_{0.977} = 2$ ,  $z_{0.934} = 1.5$ ,  $z_{0.691} = 0.5$

$X$  : 임의로 조사한 인원의 시험성적

$$\begin{aligned}
 P(X \leq 80) &= P(A) \cdot P(X \leq 80 | A) + P(B) \cdot P(X \leq 80 | B) \\
 &= 0.5 \cdot P\left(\frac{X-80}{10} \leq \frac{80-80}{10} \mid A\right) \\
 &\quad \sim N(0,1) \\
 &\quad + 0.5 \cdot P\left(\frac{X-70}{5} \leq \frac{80-70}{5} \mid B\right) \\
 &= 0.5 P(Z \leq 0) + 0.5 P(Z \leq 2) \\
 &= 0.5 \times 0.5 + 0.5 \times 0.977 \\
 &= 0.7385
 \end{aligned}$$

문제 7. 제품의 품질점수를 조사하여 상위 25%의 제품에는 A등급을 매기고자 한다. 품질점수가 0에서 50 사이의 균등분포를 따른다고 할 때, A등급을 받기위한 최소 품질점수를 구하여라.

$Unif(a, b)$ ,  $U(a, b)$ , ...

$$pdf \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

