

LGE - SNU DS 고급 과정

확률통계 및 공통 알고리즘

과제1 - 확률의 개념

2022. 01

문제 1. 한 수험생이 수학, 영어 시험을 보는 입학시험에서 수학과 영어 두 과목 중 적어도 한 과목에서 합격할 확률은 $5/7$ 라 할 때, 두 과목 모두 합격할 확률은?

[풀이]. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 41/70$.

문제 2. 상자 안에는 1부터 8까지의 숫자가 적힌 구슬이 각각 빨강, 파랑, 초록 세 가지 색깔로 총 24개가 들어있다. 상자에서 임의로 구슬 하나를 뽑을 때 숫자 1이 적혀있는 사건을 A , 빨간색일 사건을 B 라 하자.

- (a) A 와 B 는 서로 독립인가?
- (b) A 와 B 중 적어도 하나가 일어날 확률을 구하시오.
- (c) A 와 B 둘다 일어나지 않을 확률을 구하시오.

[풀이].

- (a) $P(A \cap B) = \frac{1}{24}$ 이고 $P(A) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$, $P(B) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ 이므로 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, 즉 A, B 는 서로 독립이다.
- (b) $P(A \cup B) = \frac{8 + 3 - 1}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$
- (c) $P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = \frac{7}{12}$

문제 3. 구간 $[0, 4]$ 에서 임의로 두 실수를 고를 때, 두 수의 합이 2보다 클 확률을 구하시오.

[풀이].

$$S = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4\}$$

$$A = \{(x, y) \in S \mid x + y \geq 2\}$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|S|} = \frac{4^2 - 2^2/2}{4^2} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$$

문제 4. 한 기업에서 두 사립대학(A,B)의 장기발전 계획안을 수립하는 용역을 얻기 위해 공개입찰에 응했다. A대학으로부터 용역을 얻어낼 확률은 0.60, B대학으로부터 용역을 얻어낼 확률은 0.25이고 B대학으로부터 용역을 얻어냈을 때 A대학의 용역을 얻어낼 확률은 0.50로 알려져 있다. 이 때 이 기업이 A대학으로부터 용역을 얻어냈을 때 B대학의 용역을 얻어낼 확률은?

[풀이]. $P(A) = 0.60, P(B) = 0.25, P(A|B) = 0.50$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)} = \frac{0.25 \times 0.50}{0.60} = \frac{5}{24}$$

문제 5. 어느 지역에 거주하는 학생들의 주사 접종에 대한 태도를 조사한 결과가 다음 표와 같다.

	초등학생	중학생	고등학생	합계
두려워함	0.12	0.07	0.06	0.25
두려워하지 않음	0.28	0.25	0.22	0.75
합계	0.4	0.32	0.28	1.00

(a) 임의로 뽑힌 학생이 주사 접종을 두려워하는 학생일 확률은?

(b) 이 지역의 학생들 중에서 임의로 뽑힌 학생이 중학생임을 알았을 때 이 중학생이 주사 접종을 두려워하는 학생일 확률은?

[풀이].

(a) A=임의로 뽑힌 학생이 주사 접종을 두려워 하는 사건

$$P(A)=0.25$$

(b) B=임의로 뽑힌 학생이 중학생일 사건

$$P(A|B) = P(A \cap B)/P(B) = 0.07/0.32 = \frac{7}{32}$$

문제 6. 어느 창고에서 세 가지 서로 다른 종류의 일회용 손전등이 있다. 종류 1의 손전등을 100시간 이상 사용할 확률은 0.5이고 종류 2와 종류 3의 손전등에 대해서는 대응되는 확률이 각각 0.4, 0.3이다. 창고에 보관되어 있는 손전등의 20%는 종류 1, 30%는 종류 2, 50%는 종류 3이라 하자.

(a) 무작위로 선택한 손전등이 100시간 이상 사용될 확률은 얼마인가?

(b) 어떤 손전등을 100시간 이상 사용했다면, 이 손전등이 종류 1일 확률은 얼마인가?

[풀이].

(a) X=손전등을 100시간 이상 사용하는 사건

A_i = 종류 i 의 손전등을 선택하는 사건 ($i = 1, 2, 3$)

$$\begin{aligned} P(X) &= P(A_1)P(X|A_1) + P(A_2)P(X|A_2) + P(A_3)P(X|A_3) \\ &= 0.2 \times 0.5 + 0.3 \times 0.4 + 0.5 \times 0.3 \\ &= 0.37 \end{aligned}$$

$$(b) \ P(A_1|X) = \frac{P(A_1 \cap X)}{P(X)} = \frac{10}{37}$$