DAP 2 HEIMÜBUNG 1

Aufgabe 1.2

a) Korrekt. Zu zeigen $\exists c'>0, \exists n_0'>0, \forall n \geq n_0' : (2n^2)^2 \leq c' 4^n$

In der Vorlesung ist gegeben dass $n^l \in O(2^n)$ für alle $l \geq 2$ somit existieren für $l = 4$ ein $c>0$ und ein $n_0 > 0$ sodass für alle $n \geq n_0$ gilt, dass $n^4 \leq 2^n$. Außerdem gilt $2 \leq 4 \Rightarrow 2^n \leq 4^n$ für alle $n \geq 0$. Deswegen gilt

$$4n^4 \leq (4c)4^n$$

für das c und das n_0 von oben und für alle $n \geq n_0$. Für $c' = 4c$ und $n_0' = n_0$, folgt die Behauptung

---

b) Korrekt. Zu zeigen $\forall c>0, \exists n_0'>0, \forall n \geq n_0' : (3\ln n^3)^3 < c\frac{1}{3}\sqrt{n}$

Es gilt $(3\ln(n^3))^3 = 3^6 \ln^3(n)$. In der Vorlesung, ist gegeben $\exists n_0$ dass $\log_2 n \in O(n^l)$ für $l>0$ ist. D.h. für $l = \frac{1}{9}$ gilt für alle $n \geq n_0$ gilt dass $\log_2 n < c\, n^{\frac{1}{9}}$ ist für alle $c>0$ und wir wissen dass ln logarithmus auf Basis 2 ist, also $\ln^3(n) < c^3 n^{\frac{1}{3}}$ und daraus folgt $3^6 \ln^3(n) < 3^6 c^3 n^{\frac{1}{3}}$

$$= c' \frac{1}{3} n^{\frac{1}{3}}$$

für $c' = 3^7 c^3 > 0$ ~~und~~ weil ein solche c' existiert gilt die Behauptung.

---

c) Korrekt: Zu Zeigen $\exists K>0\, \exists n_0\, \forall n > n_0 :$ $\underbrace{\left(2^{\frac{1}{2}\log_2(n^2)}\right)^2}_{=n^2} + \sqrt{n} \geq K6$

In der Vorlesung, ist gegeben dass

$n \in O(n^2)$ somit existiert ein C ~~sodass~~ und ein $n_0 > 0$ sodass für alle $n \geq n_0$ gilt, dass $n \leq c n^2$

Es folgt daraus $6n \leq 6c(n^2)$ und jetzt weil

$n^2 \in O(n^2 + \sqrt{n})$ folgt

$6n \leq 6cc'(n^2 + \sqrt{n})$. Für $c'' = 6cc'$ gilt die Aussage

d) Falsch. Zu zeigen $\forall K > 0 \; \exists n_0 \; \forall n > n_0 : n^3 > K(2n^3 + n^2 \log_2^2 n)$

Für $K = \frac{1}{2}$ muss es gelten also

$n^3 > n^3 + n^2 \log_2^2(n)$

$0 > n^2 \log_2^2(n)$ Was nicht gilt da es sich um positive Zahlen handelt.

---

e) Falsch. $5\sqrt[3]{n^9} = 5n^3$

zu zeigen $\exists K_1 > 0 \; \exists K_2 > 0 \; \exists n_0 \; \forall n > n_0 \; K_1 n^{\frac{5}{2}} \leq 5n^3 \leq K_2 n^{\frac{5}{2}}$

$5n^3 \leq K_2 n^{\frac{5}{2}}$ Kann nicht gelten da wir aus der Vorlesung wissen dass $\frac{5}{2} < 3$ also $n^{\frac{5}{2}} \in O(n^3)$ aber $n^3 \in O(n^{\frac{5}{2}})$ nicht