

Monte Carlo Method : Inverse Gambler's fallacies in Blackjack and the Effects on Group outcomes

WOO-SOL LEE *JEOUNG HOON KIM

Seminar in Psychology <Visual and Cognitive Illusion>

Written on 2nd, July, 2020

*Contact : dldnthf00@kaist.ac.kr (phone: 010-5792-0782)

Abstract

카지노에서 가장 승률이 높은 블랙잭은 많은 사람을 매혹시킵니다. 하지만 대부분의 사람은 계산적이지 못합니다. 따라서 우연에 의해 판돈을 잃었을 뿐이지만, 기존의 전략을 현장에서 즉시 수정하려 할 것입니다. 또는, 우연하게 일확천금한 경우를 자신의 본능과 운으로 과대평가하여 최선의 전략에서 벗어나 무리한 베팅을 걸고자 할 것입니다. 이번 레포트에서는 파이썬으로 직접 프로그래밍한 블랙잭 게임을 바탕으로, 도박꾼들의 이런 인지오류가 승률, 획득 금액에 어떤 영향을 미칠지, 카지노 측에서는 손님의 이러한 성향에 대해 어떻게 반응해야할지 알아볼 것입니다.



Your total is 18

You win!

掛け銭: 1000

Account: -2000



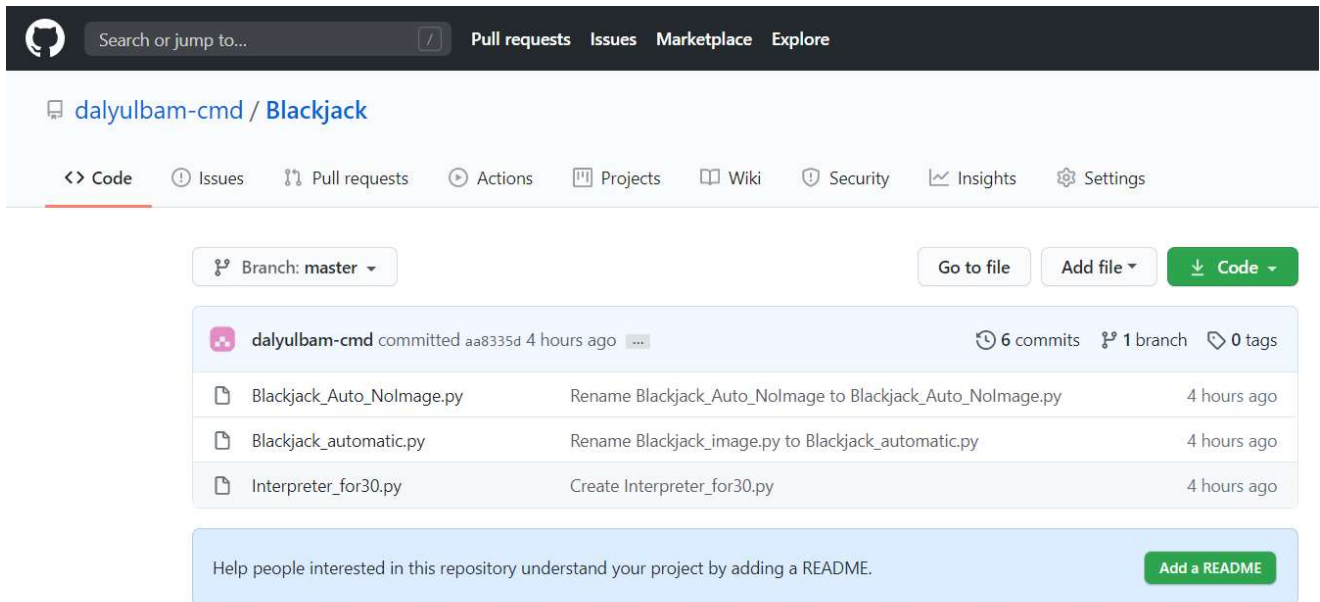
The dealer's total is 24

The dealer went over 21!



1. Introduction

이번 실험에 사용된 파이썬 코드는 카이스트 CS101 과목에서 실습하는 코드를 본인이 직접 업그레이드하여 게임의 현실성을 높였습니다. 따라서 카이스트 학사 과정을 밟는 학생이라면 누구든지 실습해볼 수 있습니다. 코드는 레포트 Reference 아래 Github 링크에 올려두었습니다. 동영상도 아래 Youtube 링크에 게재해 놓았습니다.



Github 는 팀 프로그래밍에 유용하다.

블랙잭을 완벽하게 구현하는데는 한계가 있으며, 환경과 겜블러 개개인의 성향이 지나치게 개입되기 때문에 여러가지 가정과 제한점을 두었습니다.

0. 카드의 합이 21 이 되거나, 넘지 않는 선에서 상대방보다 높은 수일 때 승리합니다.
1. 카드는 랜덤이 아닌 덱에서 분배하며, 덱이 13 장보다 줄어들면 새 덱을 추가해 셔플합니다.
2. 가장 승률이 높은 딜러와 플레이어 1:1 게임입니다.
3. Ace 카드는 처음에 11 로 계산되지만, 패의 합이 21 을 넘어가면 1 로 계산됩니다.
4. Ace 카드가 여러 장인 경우, Player 에게 유리하도록 정해진 몇 장만 1 로 계산됩니다.
5. 플레이어는 딜러의 펼쳐진 카드를 의식합니다. 상대방의 패가 불안하면 카드를 안 받습니다.
6. ‘전략’으로는 베팅 전략과 게임 전략이 있으며, 섞어쓸 수도 있고 하나만 쓸 수도 있습니다.
7. 스플릿과 인슈어런스, 더블다운 등은 넣지 않았습니다.
8. 강원랜드 기준으로 최소 베팅 금액은 1000 원, 최대는 30 만 원입니다.
9. 기본적으로 최대 베팅으로 돈을 잃은 사람은 계속해서 최대 금액으로 베팅합니다.

2. Theoretical Background

A. Gambler's fallacy

어떤 수험생에게는 행운의 숫자가 있습니다. 모르는 문제가 나왔을 때, 일률적으로 3 번으로 찍었고, 항상 그럴 때마다 정답일 확률이 높았다는 것입니다. 어떤 축구 팀의 주장은 매번 동전 던지기를 하기전에 숙소에서 여러 번 던져보고 적게 나온 쪽을 미리 골라둡니다. 그리고 높은 확률로 골대 결정권을 갖는다고 주장합니다.



러시안 룰렛 게임. 이곳에서 Gambler's fallacy 는 곧 죽음을 말한다.

두 가지 모두 논리적 추론에 근거하지 않은 ‘찍기’지만, 전자는 높은 근거가 있고, 후자는 근거가 빈약합니다. 실제로 작년에 치뤄진 9급 공무원 건설직 오지선다 시험에서 3 번과 4 번이 정답일 확률은 각각 25% 보다 높았습니다. 기본적으로 1 번과 5 번에 정답이 많으면 시험 속도(난이도) 조절이 안 되기 때문입니다. 하지만 후자의 경우, 어떤 심판이 어느 해발고도의 경기장에서 어느 정도의 힘으로 어떤 근육힘으로 동전을 튕길지는 사실상 계산이 불가능하기 때문에, 각각 독립적인 사건이고, Gambler's fallacy 에 해당한다고 볼 수 있습니다.

B. Inverse gambler's fallacy

Inverse gambler fallacy 는 독립적인 개별 사건이 우연히 어떤 패턴을 띄게 되면, 그 패턴이 지속적으로 일어날 것이란 잘못된 믿음을 말합니다. 예로 집에서 했던 윷놀이에서 크게 이겨, 친구집에 그 윷을 직접 들고가 게임을 하더라도, 이전 게임만큼 윷이나 모가 나오지 않을 수 있습니다. 손이 그 감촉과 환경을 완벽히 기억하지 않는 한, 같은 힘과 방향으로 윷을 던지기란 어려운 일이기 때문입니다.

하지만 조금 더 복잡한 환경에서 사람들은 의심을 하게 되고, 분명한 의도와 명확한 법칙이 그 안에 자리잡고 있다고 생각하는 경향이 있습니다. 이런 측면에서 봤을 때, *Illusion of validity* 와도 연결점이 있습니다.



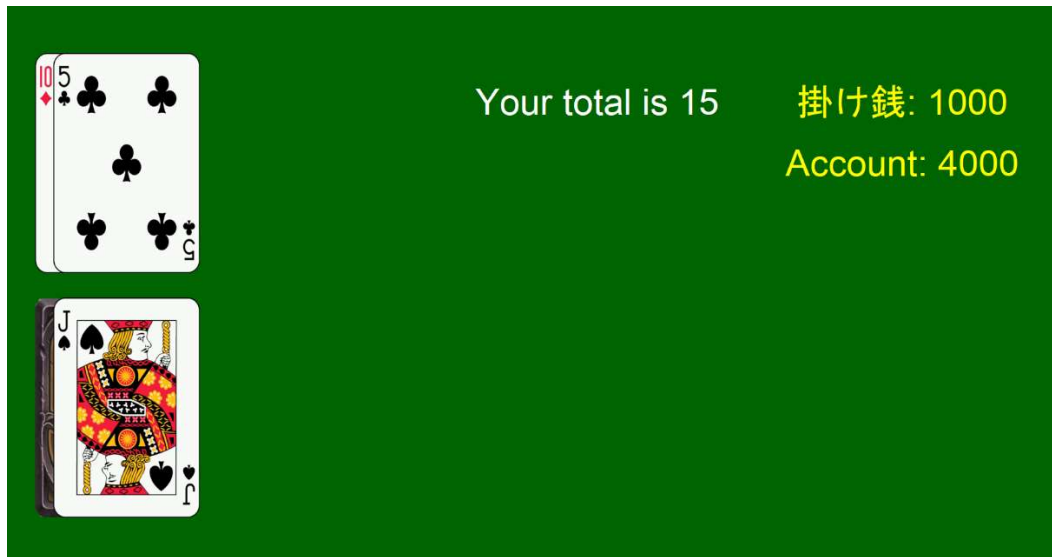
사람은 패턴에 확신이 생기면 과감해진다.

3. Theoretical Hypothesis

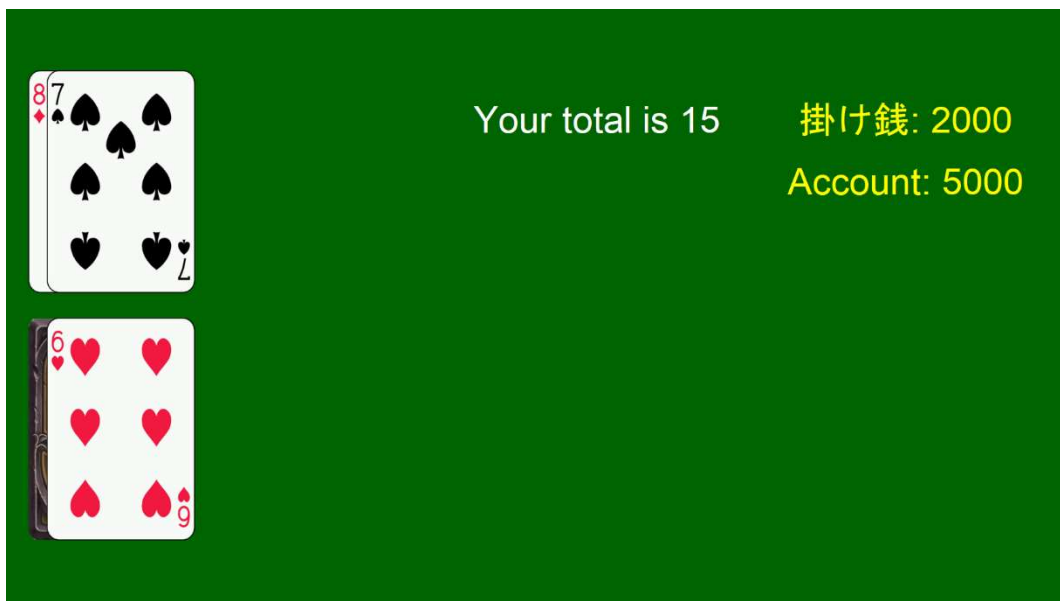
A. 가설 1 : 블랙잭에서 Inverse Gambler Fallacy 는 겐블러의 승률을 떨어뜨릴 것이다.

첫 10 판에서 플레이어는 정직하고 잘 알려진 전략으로 플레이합니다. (게임전략 1) 패의 합이 17 이하면 주저하지 않고 카드를 받습니다. (Hit) 하지만 그 이상일 경우 (Stay)합니다. 다만, 딜러의 펼쳐진 패가 7 보다 작고 Ace 가 아니라면, 합이 21 을 넘어갈

가능성이 높기 때문에(Burst), 플레이어는 자신의 패의 합이 12~16 일 때라도 교활하게도 카드를 받지 않습니다.



합이 15 이고, 딜러가 J 를 가지고 있으면 딜러 합이 20 이 될 확률이 크므로 Hit.



합이 15 이지만, 딜러가 6 을 가지고 있으면 딜러 합이 16 → burst 될 확률이 크므로 Stay.

하지만 플레이어는 나머지 20 판에서 과거 10 판의 기억이 자꾸 떠오릅니다. 따라서 12~16의 숫자가 나올 때 Hit 을 했다가 패배한 경험, 상대방의 패에 걸고 Burst 를 기다렸다가 패배한 경험을 기억합니다. 예를 들어, 딜러의 오픈된 카드가 3 일 때 Burst 를 기대했으나 블랙잭($8+3+10=21$)이 완성되었다면 충격을 받고, 앞으로 딜러의 오픈된 카드가 2, 3 이더라도 주저하지 않고 Hit 합니다. (게임전략 2)

딜러의 패가 잘 나올지, 플레이어의 패가 잘 나올지는 순전히 랜덤의 영역이기 때문에, 이러한 플레이어의 판단은 오류로 볼 수 있을 것입니다.

B. 가설 2 : 베팅에서 Overconfidence 와 Gambler fallacy 로 인한 무리한 베팅이 겐블러의 판돈을 크게 감소시킬 것이다.



블랙잭은 패를 보지도 않은 채 베팅부터 해야하는 부담이 있다.

플레이어는 계속해서 최소 베팅으로 승부합니다. 하지만 만약 패배했을 경우, 전 금액의 2 배를 걸고 다음 게임을 진행합니다. 그리고 다시 승리할 때까지 계속 2 배씩 베팅액을 올립니다. 이는 잘 알려진 '마틴게일 베팅법'으로, 한 번이라도 승리하면 처음부터 최소 베팅을 연속으로 하는 수준의 금액으로 되돌아오게 됩니다.

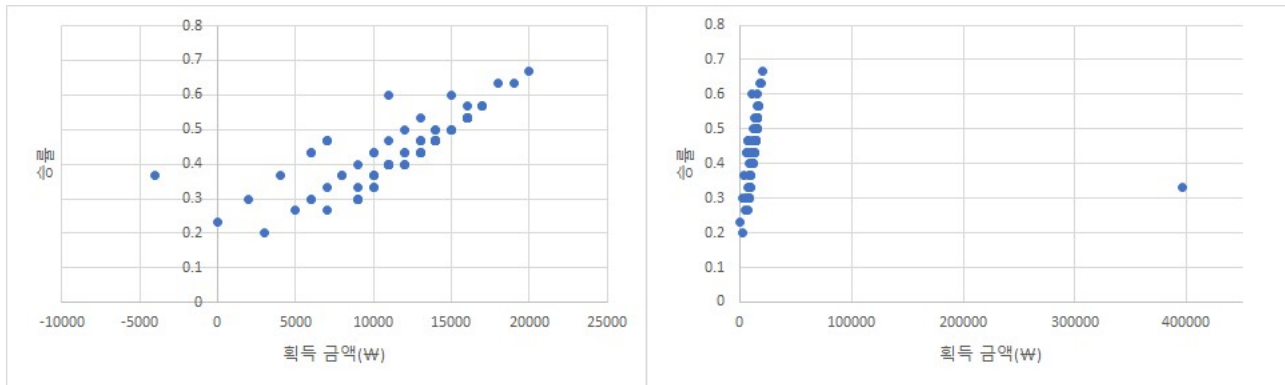
다만, 강원랜드는 블랙잭이 최대 판돈은 30 만 원으로 정해져있습니다. 따라서 그 금액을 걸고 잃게 되면, 플레이어는 본전이라도 되찾을 때까지 계속 최대 금액 30 만 원으로 베팅합니다. (베팅전략 1)

하지만 다른 전략도 있습니다. 플레이어는 두 판 연속 이기면 자신감이 생겨 최소 레이즈의 5 배를 걸고 게임을 합니다. 칩의 단위를 하나 높이는 것입니다. 이 상태에서 패배하면 다음 게임은 그 2 배를 올려 베팅합니다. 그리고 베팅했던 돈을 되찾을 때까지 계속 2 배를 올립니다. 일확천금을 할 경우도 있겠지만, 더 높은 확률, 적은 게임으로도 최대 베팅 금액에 도달할 것으로 예상하기 때문에, 겐블러는 쉽게 파산할 것으로 가설을 세웠습니다. (베팅전략 2)

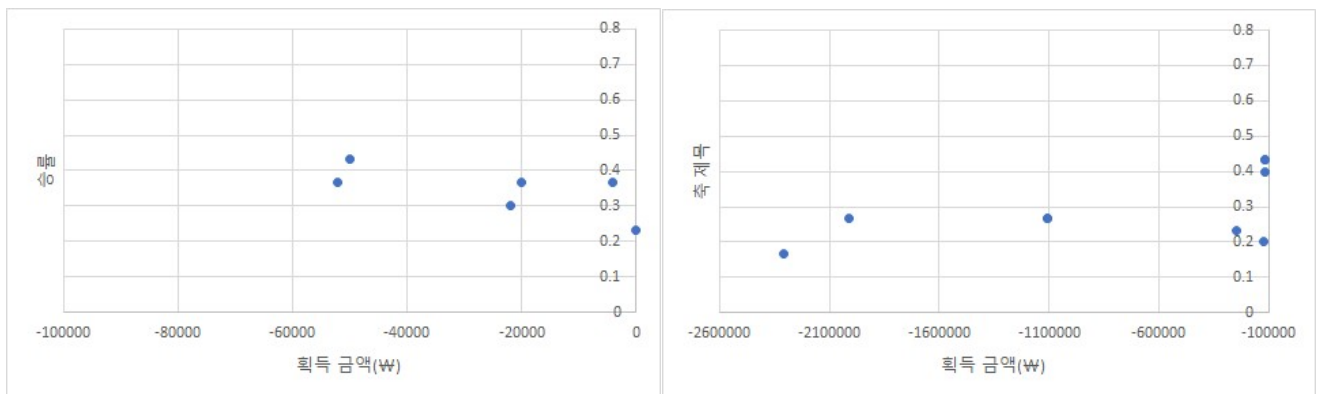
4. Verification

A-1. 대조군

블랙잭 프로그램을 돌려 가상의 겐블러 한 명 당 (게임전략 1, 베팅전략 1) 30 판을 시킵니다. 그리고 100 번 시뮬레이터를 돌려 100 명의 겐블러 표본을 만듭니다. 그리고 데이터로부터 각 겐블러의 승률과 획득 금액에 관한 그래프를 그립니다.



승률이 0.7 에 가까운 겐블러도 있다. (좌측) 그는 최소베팅(1000 원)만으로 2 만 원을 벌었다. 0.33 의 승률로 40 만 원을 번 겐블러도 있다. (우측) 그는 9 연패로 50 만 원을 추가로 잃었고, 본전을 되찾기 위해 3 번 연속 최고액으로 베팅을 했다. 그리고 이후 게임을 모두 승리해 거금을 거머쥐었다.

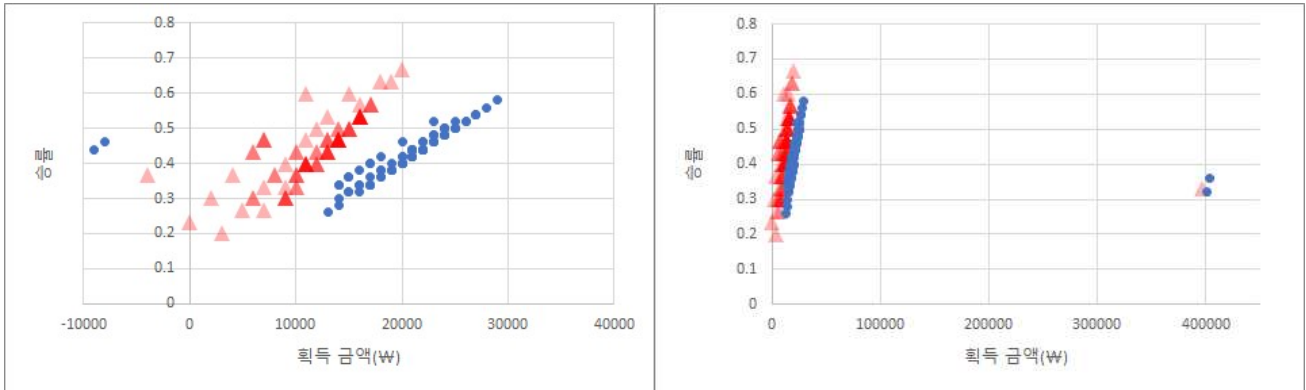


10 만 원 이하로 잃은 겐블러(좌측), 10 만 원 이상 잃은 겐블러 (우측)

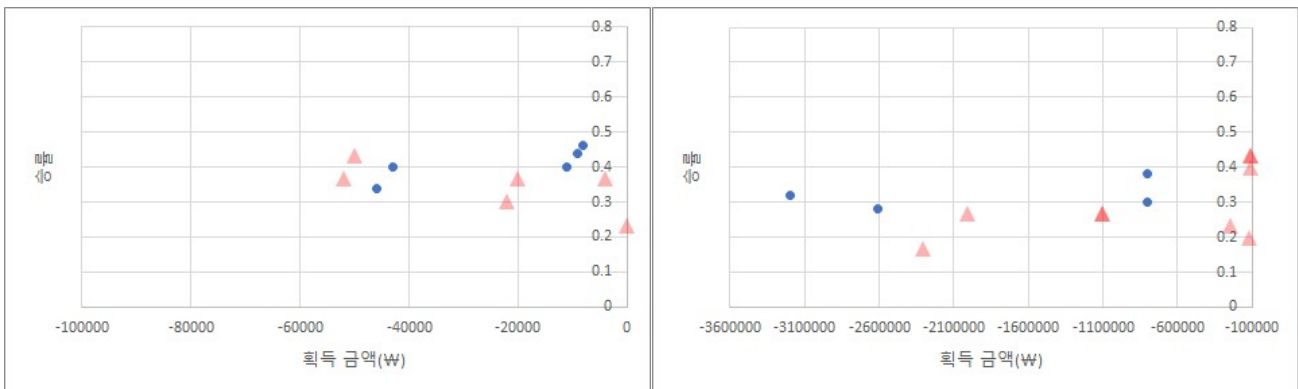
카지노 회수금	₩ 6,000,000
평균 획득 액	₩ 60,000
표준편차	342844
딴 사람	85
잃은 사람	14
평균 이하	9
대박	₩ 396,000
죽박	₩ 2,309,000
획득자 평균	₩ 16,400
손해자 평균	₩ 528,143

30 판의 게임을 한 100 명의 겜블러로 카지노는 놀랍게도 정확히 600 만 원의 이득을 챙겼습니다. 가상의 블랙잭은 승률이 높기 때문에 85 명이나 돈을 딸 수 있었습니다. 하지만 돈을 획득한 평균 금액에 비해 손해를 본 평균 금액이 훨씬 높았습니다. 여기서 ‘대박’은 최고 금액을 획득한 겜블러 1 인의 잔고, ‘쪽박’은 가장 돈을 많이 잃은 겜블러 1 인의 잔고를 의미합니다. (잔고는 0 으로 시작합니다.)

A-2. 대조군과 같은 조건에서 50 판 게임했을 때



세모는 대조군의 표본을 의미한다. 50 판 게임을 했을 때 확실히 획득한 금액이 높으며, 전략의 특성상 잔고가 0 보다 크면 최고 금액으로 베팅하지 않기 때문에, 최고 획득 금액에 큰 변화는 없었다.

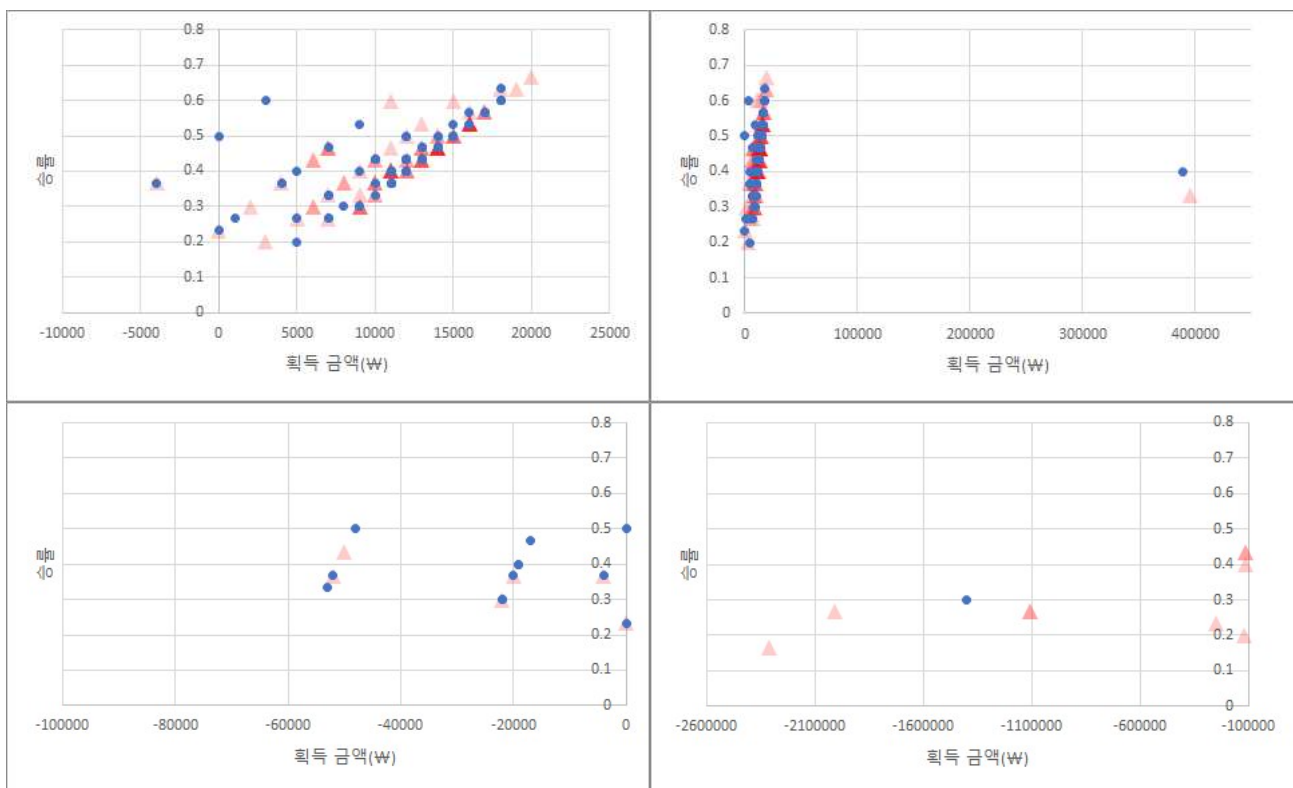


아무리 최선이 전략이라 하더라도, 이론상 승률이 50%를 넘을 수 없기 때문에, 최고 금액으로 연속 베팅한 사람은 플레이 횟수가 높을 수록 더 높은 금액을 잃고 파산하는 쪽으로 기운다.

카지노 회수금	-₩ 4,882,000
평균 획득 액	-₩ 24,701
표준편차	429661
딴 사람	91
잃은 사람	9
평균 이하	6
대박	₩ 403,000
쪽박	-₩ 3,202,000
획득자 평균	₩ 29,077
손해자 평균	-₩ 836,444

오히려 겐블러들이 최선의 전략으로 게임을 많이 하면 할 수록 카지노는 손해를 본다는 것이 밝혀졌습니다. 이는 파산한 겐블러가 진 빚은 많아졌지만, 소액이라도 금액을 획득한 겐블러의 수가 6 명이나 늘었고, 승률이 0.5 이상인 사람도 여전히 존재하며 평균도 13000 원 가까이 늘었기 때문입니다. 다만 승률이 0.6 을 넘는 사람이 아예 사라졌습니다. 마찬가지로 게임이 100 판 이상으로 넘어가게 되면 ‘큰 수의 법칙’이 적용되어 승률이 0.5 를 넘어가는 사람의 수가 아주 적을 것이고 획득자의 평균도 크게 감소할 것입니다.

B. 가설 1 : 블랙잭에서 Inverse Gambler Fallacy 는 겐블러의 승률을 떨어뜨릴 것이다.



예상치 못한 결과. 겐블러 개개인은 획득한 금액과 승률이 소폭 줄었으나, 돈을 잃은 겐블러의 수가 현저히 줄었고, 10 만 원 이상 잃은 겐블러는 단 한 명 밖에 없었다.

카지노 회수금	-₩	280,000
평균 획득 액	-₩	2,800
표준편차		146360
단 사람		87
잃은 사람		11
평균 이하		11
대박	₩	389,000
썩박	-₩	1,403,000
획득자 평균	₩	16,080
손해자 평균	-₩	152,636

놀라운 결과입니다. 겐블러들이 확률적으로 근거 없는 선택을 했고, 카지노를 상대로 돈을 따낸 개개인의 획득 금액은 소폭 줄었지만, 겐블러 집단과 카지노의 대결로 보면 오히려 굉장한 전략적 발전을 이뤘다고 할 수 있습니다.

lose	2000	9000	12	10
win	4000	13000	9	6
win	1000	14000	10	9
win	1000	15000	9	5
win	1000	16000	10	5
win	1000	17000	10	3
lose	1000	16000	12	10
win	2000	18000	10	10
draw	1000	18000	8	9
Rate	Player_wor	Dealer_Lucky		
	0.6	12	3	

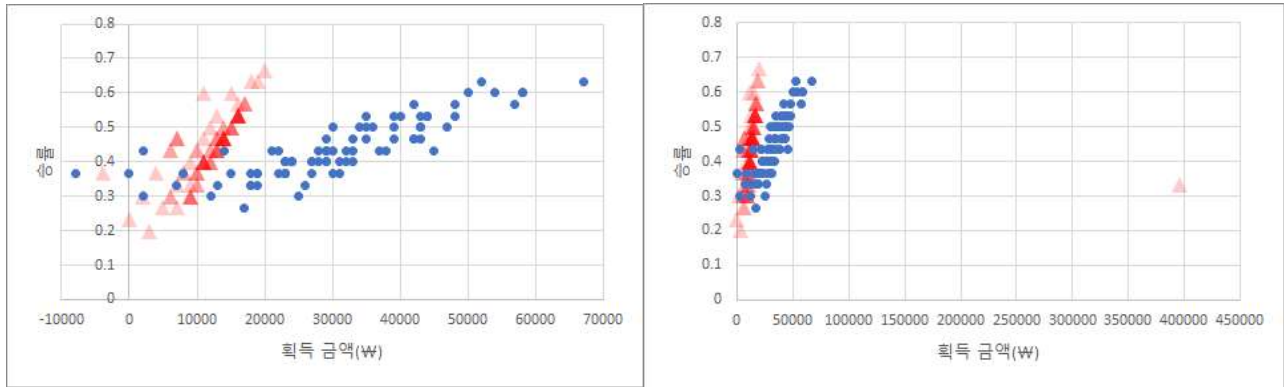
예: 81 번 겐블러의 마지막 9 게임의 전적

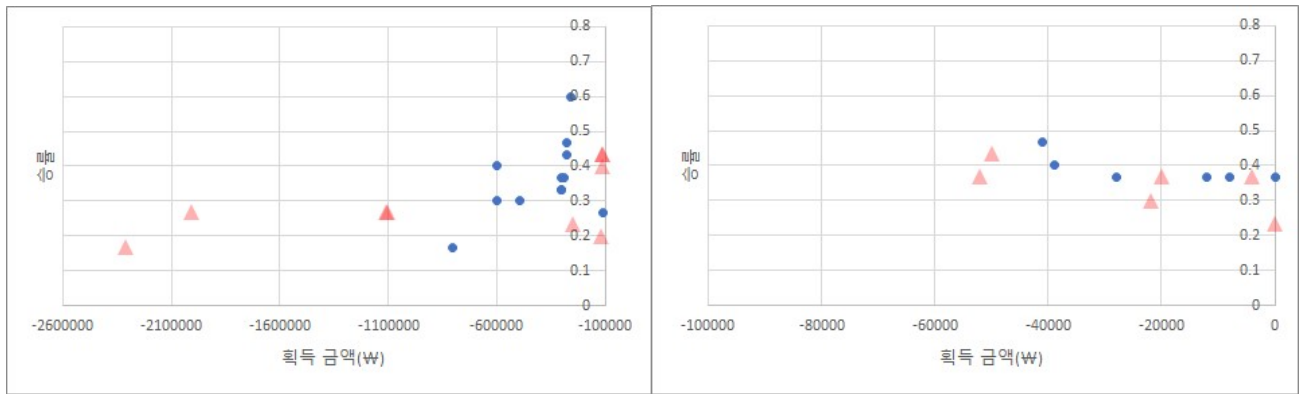
81 번 겐블러는 0.6 의 승률을 자랑하는 겐블러입니다. 그는 딜러를 상대로 18000 원을 따냈습니다. 그러나 그의 전략은 개별로 놓고 봤을 때 문제점이 큼니다. 그는 자신의 패가 12 이상이면 Hit 하지 않았습니다. 추가로 1 에서 9 의 숫자만 받아도(전체 카드의 9/13) 패의 합이 증가하지만, 그러지 않았습니다. 그리고 딜러의 오픈된 패가 2,3 일 경우에는 도리어 Hit 했습니다. 딜러의 승률과 패의 합을 높여준, ‘운이 좋은 카드’이기 때문입니다.

모두가 81 번 겐블러처럼 행동했다면 분명 카지노는 많은 수익을 벌어들였을 것입니다. 하지만 오직 겐블러 중 일부만이 법칙으로부터 이탈한 방법을 썼고, 이는 겐블러 집단에게 도리어 큰 이득을 안겨준 것입니다.

“인간은 종합적으로 봤을 때 최적화를 추구하지만, 좁게 봤을 때는 일관성이 없다. 오류는 우리의 속성이 아니라, 우리 능력의 이면이다.” 이 말이 정확하게 들어맞는 사례라고 볼 수 있습니다.

C. 가설 2 : 베팅에서 Overconfidence 와 Gemblar fallacy 로 인한 무리한 베팅이 겐블러의 판돈을 크게 감소시킬 것이다.





카지노 회수금	-₩	2,152,000
평균 획득 액	-₩	21,520
표준편차		149560
딴 사람		82
잃은 사람		17
평균 이하		15
대박	₩	67,000
쪽박	-₩	802,000
획득자 평균	₩	31,390
손해자 평균	-₩	278,000

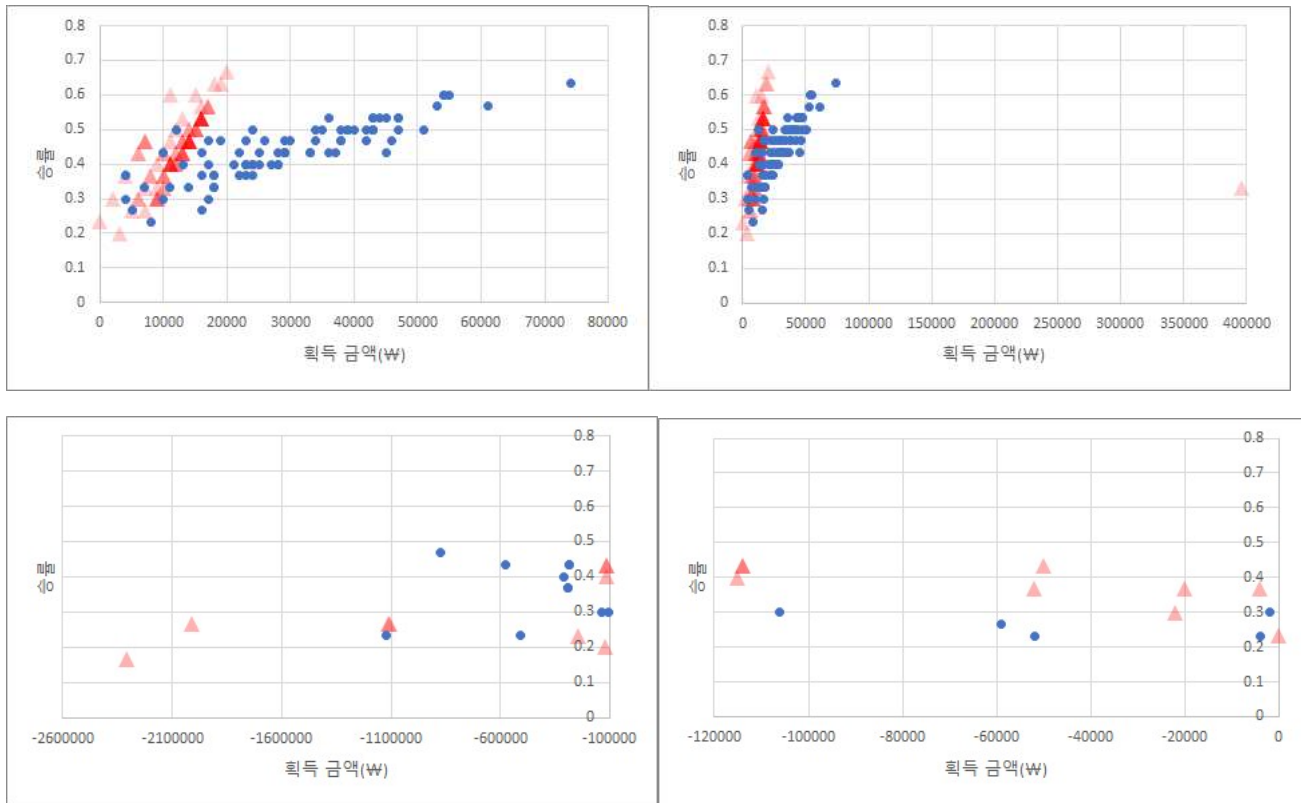
두 번 연속 승리하기만 하면 기세등등해져서 최소 금액의 5 배를 베팅하는 겐블러 집단은 대조군의 1/3 에 해당하는 금액만 카지노에게 안겨주었습니다. 다만 저돌적인 플레이를 하기 때문에 잃은 사람과 평균 이하로 잃은 사람의 수는 소폭 증가했습니다. 다만 전체적으로 획득자 평균이 굉장히 높은 폭 상승하였으며, 손해자의 평균도 대조군보다 훨씬 적었습니다.

lose	5000	21000	14	10
lose	10000	11000	10	3
lose	20000	-9000	6	2
lose	40000	-49000	10	6
win	80000	31000	10	8
draw	1000	31000	12	7
win	1000	32000	11	11
lose	1000	31000	9	10
draw	2000	31000	9	2
win	2000	33000	10	2
win	1000	34000	9	6
lose	5000	29000	10	4
lose	10000	19000	9	6
lose	20000	-1000	7	3
lose	40000	-41000	14	10
Rate	Player_wor	Dealer_Lucky		
0.467	14	3		

89 번 겐블러의 마지막 15 번의 전적.

89 번 겜블러는 마지막 15 번 중 9 번의 게임을 패배했습니다. 그럼에도 큰 돈을 잃지 않았습니니다. 그 이유는 물론 나누어서 패배한 것도 있지만, 패배할 때마다 2 배의 금액을 베팅했으며, 연속 패배하기 전 15 번의 게임에서 10 번의 게임을 이겼기 때문에 축적해놓은 금액이 어느정도 있었습니다. 이렇듯 30 판은 ‘큰 수’가 아니기 때문에, 오히려 계산한 승률보다 더 높게 나올 수도 있고, 큰 돈을 걸어도 잃을 횟수가 많지 않아, 무리한 베팅이 손해를 무마하는 경우도 생기는 것입니다.

D. 종합전략 : 베팅전략과 게임전략을 동시에 썼을 때



카지노 회수금	₩	2,379,000
평균 획득 액	₩	23,790
표준편차		176504
딴 사람		85
잃은 사람		15
평균 이하		13
대박	₩	74,000
족박	₩	1,121,000
획득자 평균	₩	29,706
손해자 평균	₩	326,933

두 개의 전략을 함께 쓴 결과, 최대 획득 값은 증가했으나, 하나의 전략을 쓸 때보다 전체적인 손해가 컸다.

역시 예상할 수 없던 결과가 나왔습니다. 게임 전략과 베팅 전략을 동시에 쓴 결과, 하나의 전략만을 썼던 때보다 카지노 회수금은 늘어났습니다. 평균 획득액도 줄어들고, 손해자 평균은 증가했습니다. 그래프는 베팅 전략만을 쓴 C. 실험과 같은 양상을 보이고 있지만, 표준편차를 보면 30 만 원이나 증가한 것을 확인할 수 있습니다. 점들의 분포가 y 축으로 좁아지고 x 축 방향으로 길어진 것입니다.

무작위적인 확률의 게임에서, 하나의 선택을 할 때 ‘복합적 전략적 오류’를 범해서는 안 된다는 결론을 내릴 수 있습니다. 이는 합리적인 여러 아이디어가 모여 비합리적인 결론을 도출하는 오류와도 맞닿아있을 것으로 보입니다.

4. Conclusion

- (1) 카지노에서 블랙잭 테이블은 게임 횟수가 아주 많거나 아주 적은 손님을 선호할 것이다.
- (2) 최대 베팅 금액은 도박꾼을 위한 배려가 아니라, 카지노가 회수율을 높이기 위해 고안했다.
- (3) 블랙잭 게임에서조차, 하나의 인지오류 bias 를 갖는 집단은 전체적으로 이득이다.
- (4) 블랙잭 게임에서, 여러 개의 인지오류 bias 는 하나에 비해 효율적이지 않다.

5. Discussion

A. 확률상관편향과의 관계

편향과 분산은 모델이 복잡하게 생긴 정도와 관련이 높습니다. 이번 블랙잭 모델은 분산은 높지만 편향은 낮았습니다. (low bias and high variance) 좀 더 플레이어가 취할 수 있는 최고의 전략과 최고의 인지오류편향에 대해 알아보고 싶었지만, 시간관계상 해볼 수 없었다는 것이 안타깝습니다.

B. 유틸리티와 게임이론

여러 전략이 합하여 극단적인 선택 또는 잘못된 선택을 한다는, Group thinking 또는 Group bias 는 게임이론에 의해 설명이 가능합니다. 이번 레포트에서 소개한 베팅전략과 게임전략은 그 성격이 크게 다릅니다. 베팅은 항상 피해를 최소화하는 전략을 선택하지 않았으며, 게임은 항상 최소 베팅으로 피해를 최소화했지만, 도박꾼들의 심리를 반영해 최악의 경우 최대 베팅만 하는 극단적인 선택을 하도록 모델링했기 때문입니다. 조금 더 게임이론을

공부해본다면 두 모델에 대해서 확실적인 답을 내려줄 통합 모델을 제시하고, 왜 혼용이 이익을 극대화하지 못하는지 답을 낼 수 있을 것으로 기대하고 있습니다.

6. Referencce

- [1] Cognitive Illusions, Rüdiger f.pohl
- [2] Heuristics and Biases, The Psychology of Intuitive Judgement, Thomas Gilovich & Dale Griffin & Daniel Kahnemann
- [3] <http://www.cs1graphics.org/> , python module provided by CS101 Elice team

7. Link

- [1] <https://github.com/dalyulbam-cmd/Blackjack>
- [2] <https://www.youtube.com/channel/UCw4VUj1thmHQOQsq2yhW4kA> 유튜브 채널