

¿Qué es inducción matemática?

Método de demostración usado principalmente en matemáticas para comprobar que una proposición es verdadera para todos los números naturales. Se basa en la idea de que, si algo es cierto en un caso inicial y se puede demostrar que siempre que sea cierto en un número, también lo será en el siguiente, entonces será verdadero para todos los casos posteriores.

Características

1. Base inductiva: Se verifica que la proposición sea cierta para el primer número.
2. Paso inductivo: Se supone que la proposición es cierta para un número k .
3. Generalidad: Una vez probados los dos pasos anteriores, la proposición queda demostrada para todos los números naturales a partir del caso inicial.
4. Razonamiento lógico: Funciona como efecto dominó: si la primera ficha cae y cada

ficha hace caso a la siguiente todas casen.

Ventajas

- Demuestra infinitos casos con un procedimiento infinito.
- Rigurosidad
- Amplitud de aplicación
- Claridad conceptual

Desventajas

- Limitada al dominio de los números naturales
- Dependencia de la formulación correcta.
- Complejidad de algunos pasos inductivos.
- No siempre es el método más intuitivo.

Ensayo

La inducción matemática es uno de los métodos importantes en la lógica y en las matemáticas simples. Su valor radica en que se demuestra si son proposiciones correctas para un número grande de casos, usando tres pasos esenciales los cuales son: base inductiva, hipótesis y Paso inductivo.

La forma inductiva actúa bajo un concepto clave el cual es fundamental: si la idea es cierta en un primer caso y si se puede probar que al ser cierta para un número cualquier n también lo es para el número que sigue $n+1$, entonces se dice que la idea vale para todos los números naturales desde ese primer caso.

En esta situación, asumimos que la propiedad se mantiene para un número natural arbitrario k , que se llama la hipótesis inductiva. Basándonos en esta hipótesis, nuestro objetivo es mostrar que la propiedad también debe ser verdadera para el siguiente número $k+1$. Se demuestra que la propiedad también debe ser verdadera

Si funciona para el siguiente número, completando así la cadena lógica.

x/x es un número entero por $\forall \frac{n^2}{n}$

$$1. n = \{0, 2, 4, 6, \dots, \infty\}$$

$$\frac{n^2}{n} = \frac{0}{0} = 0 \quad n=0$$

$$\frac{2^2}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad n=2$$

$$\frac{4^2}{4} = \frac{16}{4} = 4 \quad n=4$$

$$\frac{6^2}{6} = \frac{36}{6} = 6 \quad n=6$$

$$2. \sum (n^2 - 1) \quad \forall \quad 1 \leq n \leq 4$$

$$\sum (n^2 - 1) \quad \{0, 3, 11, 26\}$$

$$(n^2 - 1) \quad \{0, 3, 8, 15\} = \sum (n^2 - 1) \neq (n^2 - 1)$$

Encuentra la fórmula y sus componentes

(0, 7, 26, 63, 124)

$$n=1=1^3-1=0$$

$$n=2=2^3-1=7$$

$$n=3=3^3-1=26$$

$$n=4=4^3-1=63$$

$$n=5=5^3-1=124$$

$$n=n^3-1$$

Síntesis Capítulo 1

Suma de naturales

Para realizar una demostración por inducción se requieren dos pasos: Base de inducción: consiste en demostrar en que se cumpla la propiedad para el primer número natural. hipótesis de inducción: Supone que la propiedad a demostrar es válida para algún número natural. Si se cumple para el 1 se cumplirá para el siguiente y así.

Capítulo 2

Suma de los cuadrados de los números naturales

Demstrar que una igualdad se cumple para el primer número natural, verificar si el lado derecho y el izquierdo valen lo mismo.

Capítulo 3

Suma de los cubos de los números naturales

Demstrar que la suma de n^3 es igual todo al cuadrado para todo número natural. es decir sumar cubos es sumar números y elevarlos al cuadrado

Capítulo 4

Desigualdad de Bernoulli

Se cumple para todo número natural mayor o igual a -1 , se sustituye el primer número en cada lado para ver si se cumple la desigualdad.

Capítulo 5

Desigualdad entre impares y potencias

Mostrar una desigualdad entre los números enteros positivos y las potencias de 3 esto para cualquier número natural.

Capítulo 6

Progresión geométrica

Calcular la suma de potencias de un número real para todo número natural, ver que ocurre en el lado izquierdo y derecho para ver si se cumple la desigualdad.

Capítulo 7

$n^2 + n$ es par

Demstrar que la propiedad $n^2 + n$ vale 1 así mismo sucesivamente para cualquier número natural, de modo que sea divisible por 2 para todo número positivo

Capítulo 8

$8^n - 3^n$ es divisible por 5

Demstrar que la diferencia de potencias de 8 y 3 siempre será un múltiplo de 5 para cualquier número natural.

Capítulo 9

2^n es menor que $n!$

Demstrar que las potencias de 2 son menores que el factorial para cualquier número natural, en este caso se debe cumplir $n \geq 4$.