首页
分類索引
特色内容
新闻动态
最近更改
随机条目
帮助
帮助
维基社群
方针与指引
互助客栈
询问处
字词转换
IRC即时聊天
联系我们
关于维基百科
资助维基百科
工具
其他语言
العربية
Català
Dansk
Deutsch
Ελληνικά
English
Esperanto
Español
فارسی
Français
Galego
עברית
Magyar
Bahasa Indonesia
Italiano
ქართული
한국어
Nederlands
Norsk (nynorsk)
Norsk (bokmål)
Polski
Português
Русский
Srpskohrvatski / српскохрватски
Slovenščina
Српски / srpski
Basa Sunda
Svenska
Türkçe
Українська
اردو
Tiếng Việt

機率密度函數

[编辑]

维基百科，自由的百科全书

（重定向自概率密度函数）

在数学中，一个连续型随机变量的**概率密度函数**（在不至于混淆时可以简称为**密度函数**）是一个描述这个随机变量的输出值在某一个确定的取值点附近的可能性的函数。而随机变量的取值落在某个区域之内的概率则是概率密度函数在这个区域上的积分。当概率密度函数存在的时候，累積分佈函數是概率密度函数的积分。一般以小写“pdf”（**P**robability **D**ensity **F**unction）表记。

概率密度函数有时也被称为概率分布函数，但这种称法可能会和累积分布函数或概率质量函数混淆。

目录 [隐藏]

常见定义

[编辑]

对于一维实随机变量*X*，设它的累积分布函数是$F_X(x)$。如果存在可测函数$f_X(x)$，满足：

$$\forall -\infty < a < \infty, \quad F_X(a) = \int_{-\infty}^{a} f_X(x)\,dx$$

那么*X*是一个连续型随机变量，并且$f_X(x)$是它的概率密度函数。[1]

性质

[编辑]

连续型随机变量的概率密度函数有如下性质：

- $\forall -\infty < x < \infty, \quad f_X(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)\,dx = 1$
- $\forall -\infty < a < b < \infty, \quad \mathbb{P}\left[a < X \leq b\right] = F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(x)\,dx$

如果概率密度函数$f_X(x)$在一点x上连续，那么累积分布函数可导，并且它的导数：$F'_X(x) = f_X(x)$

由于随机变量*X*的取值$\mathbb{P}\left[a < X \leq b\right]$只取决于概率密度函数的积分，所以概率密度函数在个别点上的取值并不会影响随机变量的表现。更准确来说，如果一个函数和*X*的概率密度函数取值不同的点只有有限个、可数无限个或者相对于整个实数轴来说测度为0（是一个零测集），那么这个函数也可以是*X*的概率密度函数。

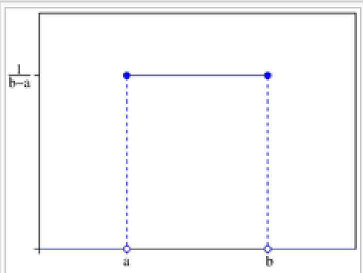
连续型的随机变量取值在任意一点的概率都是0。作为推论，连续型随机变量在区间上取值的概率与这个区间是开区间还是闭区间无关。要注意的是，概率

$$\mathbb{P}\left[X = a\right] = 0,$$

但$\{X = a\}$并不是不可能事件。[1]

例子

[编辑]



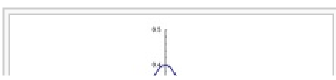
连续型均匀分布的概率密度函数

最简单的概率密度函数是均匀分布的密度函数。对于一个取值在区间$[a, b]$上的均匀分布函数$\mathbf{I}_{[a,b]}$，它的概率密度函数：

$$f_{\mathbf{I}_{[a,b]}}(x) = \frac{1}{b-a}\mathbf{1}_{[a,b]}$$

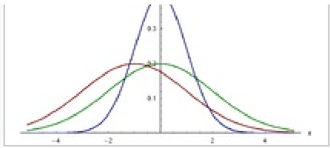
也就是说，当*x*不在区间$[a, b]$上的时候，函数值等于0，而在区间$[a, b]$上的时候，函数值等于$\frac{1}{b-a}$。这个函数并不是完全的连续函数，但是是可积函数。

正态分布是重要的概率分布。它的概率密度函数是：



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

随着参数μ和σ变化，概率分布也产生变化。



正态分布的概率密度函数

应用

[编辑]

随机变量X的n阶矩是X的n次方的期望值，即

$$\mathbb{E}[X^n] = \int_{-\infty}^{\infty} x^n f_X(x)\,dx$$

X的方差为

$$\sigma_X^2 = \mathbb{E}\left[(X - \mathbb{E}[X])^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E[X])^2 f_X(x)\,dx$$

更广泛的说，设g 为一个有界连续函数，那么随机变量$g(X)$的数学期望

$$\mathbb{E}[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_X(x)\,dx$$[2]

特征函数

[编辑]

對機率密度函數作傅立葉變換可得特徵函數。

$$\Phi_X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{j\omega x}\,dx$$

特徵函數與機率密度函數有一對一的關係。因此知道一個分佈的特徵函數就等同於知道一個分佈的機率密度函數。[3]

参见

[编辑]

- 概率分布
- 概率质量函数
- 累积分布函数
- 条件概率密度函数
- 似然函数

参考来源

[编辑]

1. ^ 1.0 1.1 章昕，邹本腾，漆毅，王奕清. 概率统计双博士课堂(浙大3版概率论与数理统计). 机械工业出版社. 2003. ISBN 7-111-12834-6.
2. ^ 邵宇.《微观金融学及其数学基础》. 清华大学出版社. 2004. ISBN 7-302-07627-8.第398-400页
3. ^ 邵宇.《微观金融学及其数学基础》. 清华大学出版社. 2004. ISBN 7-302-07627-8.第417-418页

- 钟开莱.《概率论教程》. 上海科学技术出版社. 1989. ISBN 7-5323-0648-8.

查 · 論 · 編 概率分布的理论 隐藏▲

概率质量函数 · 概率密度函数 · 累积分布函数 · 分位函数

動差 · 中心矩 · 期望值 · 方差 · 标准差 · 偏度 · 峰度

矩母函数 · 特征函数 · 概率生成函数 · 累积量生成函数

2个分类：概率论 | 函数